

Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

На правах рукописи



ДАНЕЕВ Роман Алексеевич

**РЕГРЕССИОННО-ТЕНЗОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СКРЫТНОСТИ СРЕДСТВ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ»

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, доцент
В.Н. Сизых

Иркутск – 2015

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОНЦЕПЦИЙ И ПРИЕМОВ В АПОСТЕРИОРНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ	9
1.1. Электромагнитные каналы утечки информации	9
1.2. Регрессионное моделирование сложных систем в кибернетической парадигме идентификации уравнений «черного ящика».....	11
1.3. Информационные технологии в моделировании	19
1.4. Математические предпосылки элементов геометрического языка матричного и тензорного моделирования когнитивных систем	37
1.5. Выводы и концептуальная схема многофакторной оптимизации параметров сложного физико-технического процесса.....	45
ГЛАВА 2. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЗАЩИТЫ ПЭВМ МЕТОДОМ РЕГРЕССИОННО-ТЕНЗОРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕЁ ПРОСТРАНСТВЕННО-УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ.....	48
2.1. Постановка задачи оптимального размещения ЭИИ	49
2.2. Существование векторной регрессии в тензорных классах T_M^J , $J \leq K$. 51	
2.3. Идентификация модели трilinearной регрессии	54
2.4. Оптимальное размещение ЭИИ на базе бilinearной модели	58
2.5. Экстремальные свойства трilinearной формы регрессии ЭИИ	61
2.6. Выводы.....	67
ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ ПОЛЯ ИЗ РАСЧЕТА МИНИМИЗАЦИИ СИГНАЛА СКАНИРОВАНИЯ ЕГО НАПРЯЖЕННОСТИ	70
3.1. Модель напряженности изотропного электростатического поля.....	70
3.2. Общие положения в проектировании программной среды для решения задачи выбора места оптимальной защиты ПЭВМ	73
3.3. Программный комплекс «ОРИЭП».....	75

3.4. Натурный эксперимента по определению электромагнитного излучения.....	85
3.5. Численное моделирование оптимальных координат установки ПЭВМ внутри связного геометрического контура.....	92
3.6. Численное моделирование оптимального размещения ПЭВМ внутри квазифрактального геометрического объекта типа поверхности «ковра Серпинского».....	98
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	105
ЛИТЕРАТУРА.....	107
ПРИЛОЖЕНИЕ А	128

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. В связи с высокими темпами роста парка электронно-вычислительной техники, постоянно увеличивающимся в соответствии с экспоненциальным законом объемом информации, расширением областей использования средств информатизации, высокой степенью концентрации информации в центрах ее обработки, количественным и качественным совершенствованием способов доступа пользователя к ресурсам вычислительной техники, усложнением вычислительного процесса на ЭВМ возрастает необходимость в изучении вопросов обеспечения информационной безопасности. В современном обществе к вопросам защиты информации уделяется все большее внимание и вследствие участвовавших случаев несанкционированного доступа к её конфиденциальным каналам. Кроме того, возрастает потребность в аттестации испытаний средств вычислительной техники с целью выявления технических источников утечки защищенных данных. Утечка конфиденциальной информации от средств вычислительной техники может происходить по таким каналам, как побочные электромагнитные излучения от объектов информатизации и линий связи, наводок опасного сигнала на линии связи, цепи заземления и электропитания. Эти вопросы рассматривались в работах Белкина П.Ю., Беляева А.В., Девянина П.Н., Михальского О.О., Правикова Д.И., Першакова А.С., Платонова В.В., Тарасюка М.В., Щербакова А.Ю. и др.

Актуальность работы обусловлена и тем, что обеспечение безопасности информации – процесс непрерывный, то есть происходит в условиях постоянно изменяющейся обстановки в сфере современных информационных технологий, в условиях появления все новых угроз конфиденциальности информации, а также новых технических и программных средств, предназначенных для реализации этих угроз. Для решения этих проблем необходим постоянный контроль надежности систем защиты и поиск и разработка новых и эффективных математических методов и алгоритмов исследования задач по защите информации, а также разработка соответствующего программного

обеспечения. Подобные мотивации делают актуальной задачу разработки автоматизированных процессов нормативных технических испытаний каналов передачи информации на базе выявления и нейтрализации побочных наводок электромагнитных излучений за счет определения оптимальной геометрической конфигурации технических компонент данных каналов с целью обеспечения их электромагнитной скрытности от средств несанкционированного сканирования.

В настоящей работе в качестве основного инструмента математического моделирования процесса обеспечения электромагнитной скрытности источников побочных излучений выступает регрессионный анализ, но в отличие от большинства современных постановок привлекается аппарат нелинейного тензорно-регрессионного анализа, что, в конечном итоге, позволяет находить нетривиальные экстремальные решения. Представленные выше соображения указывают на высокую актуальность настоящей работы.

Объектом исследования является технологический процесс обеспечения электромагнитной скрытности ПЭВМ и технических каналов передачи конфиденциальных данных.

Предмет исследования – методы анализа данных, вычислительные методы, средства разработки информационно-программных комплексов.

Целью работы являлась разработка компьютерной модели, описывающей автоматизированный процесс обеспечения электромагнитной скрытности (ЭМ-скрытности) распределенных средств вычислительной техники для их защиты от утечки конфиденциальной информации.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие основные научно-прикладные задачи:

1. Разработать многомерную нелинейную регрессионно-тензорную модель, описывающую процесс измерения интенсивности источника электромагнитного излучения (ИЭМИ), проводимом в заданном комплексе точек сканирования сигнала.

2. Построить алгоритм параметрической идентификации регрессионно-тензорной модели, описывающей пеленгацию ИЭМИ в фиксированных точках несанкционированного сканирования.

3. Разработать алгоритмы автоматизированного поиска пространственно-углового положения ИЭМИ, основанные на минимизации интенсивности пеленгуемого сигнала ИЭМИ в потенциальном комплексе точек несанкционированного сканирования.

4. Получить оценки сходимости алгоритма оптимизации пространственного размещения ИЭМИ для обеспечения его ЭМ-скрытности в варианте трехвалентной регрессионно-тензорной модели функционирования ИЭМИ.

5. Создать программно-алгоритмический комплекс решения задачи идентификации векторно-матричной нелинейной многомерной регрессии оценки интенсивности сигнала ИЭМИ и оптимизации размещения ИЭМИ в заданной области с учетом минимальной пеленгации сигнала.

Методы исследования. Поставленные в диссертации задачи решались на основе применения методов линейной и тензорной алгебры, многомерного нелинейного регрессионного анализа, теории нелинейной оптимизации, автоматизированного проектирования и тестирования объектно-ориентированного распределенного и компонентного программирования.

Новизну работы составляют следующие результаты, выносимые на защиту:

1. Впервые предложен регрессионно-тензорный подход к моделированию процессов на основе обработки экспериментальных данных функционирования объектов произвольной природы.

2. Разработан новый помехозащищенный алгоритм параметрической идентификации трехвалентной регрессионно-тензорной модели с минимальной тензорной нормой, описывающей интенсивность поля ИЭМИ.

3. Сформированы двухвалентная и трехвалентная модели автоматизированного поиска пространственно-углового положения ИЭМИ.

4. Созданы оригинальные алгоритмическое, информационное и программное обеспечение процесса идентификации регрессионной модели интенсивности сигнала ИЭМИ и вычисления оптимальных координат его ориентации.

Достоверность результатов проведенных исследований обеспечивается корректным применением современных методов математического моделирования, применением аттестованных измерительных средств, совпадением значений прогнозной модели и экспериментальных данных до четвертого знака после запятой.

Практическая значимость работы. Применение разработанных в диссертации алгоритмов идентификации моделей, вычислительных схем оптимизации и программного комплекса позволяет повысить электромагнитную скрытность средств вычислительной техники и каналов передачи данных. Материалы диссертации используются в учебном процессе в Иркутском государственном университете путей сообщения и Восточно-Сибирском институте МВД России.

Работа соответствует пунктам 2, 3 и 5 **паспорта** специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались на Международном форуме по проблемам науки, техники и образования (Москва, 2009 г.), V Международном симпозиуме «Обобщенные решения в проблемах управления» (Улан-Батор, 2009 г.), Всероссийских научно-практических конференциях с международным участием «Транспортная инфраструктура Сибирского региона» (Иркутск, 2011-2015 гг.), III Международной научно-практической конференции «Безопасность регионов – основа устойчивого развития» (Иркутск, 2012 г.), на научных семинарах в Иркутском государственном университете путей сообщения (Иркутск, 2011-2015 гг.), Иркутском национальном исследовательском техническом университете (Иркутск, 2014 г.), Сибирская академия права, экономики и управления

(Иркутск, 2014-2015 гг.), Восточно-Сибирском институте МВД РФ (Иркутск, 2013-2014 гг.), Бурятском государственном университете (Улан-Удэ, 2015 г.).

Личный вклад автора заключается в постановке и реализации задач диссертационного исследования [1-4], формулировке положений научной новизны и практической значимости работы, разработке математического, алгоритмического обеспечения [5-12]. В работах с соавторами соискателю принадлежит от 30 до 75% результатов. Положения научной новизны, выносимые на защиту, принадлежат лично автору.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 печатных работ, в том числе пять статей в изданиях, рекомендованных ВАК России.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы из 185 наименований. Основной текст диссертации составляет 127 страниц машинописного текста, включает 6 таблиц и 23 рисунка.

ГЛАВА 1. ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ КОНЦЕПЦИЙ И ПРИЕМОВ В АПОСТЕРИОРНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ СЛОЖНЫХ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

1.1. Электромагнитные каналы утечки информации

Защита информации должна обеспечиваться на всех технологических этапах ее обработки. При этом средства защиты не должны заметно ухудшать основные параметры средств вычислительной техники, таких как быстродействие и надежность. Помещения, в которых предполагается обрабатывать конфиденциальную информацию на ЭВМ, должны обеспечиваться аппаратурой противодействия несанкционированному доступу. Специалисты [16, 42, 79] отмечают, что существует значительное число технических каналов утечки защищенных данных, под которыми понимаются источники информации, линии связи (физической среды), по которой распространяется информационный сигнал, шумы, препятствующие передаче сигнала в линии связи, и технические средства перехвата информации. Например, электромагнитные излучения при работе средств вычислительной техники и других технических средств обработки данных могут быть перехвачены и декодированы. Несанкционированным проникновением является подключение к линиям связи и перехват с них электромагнитных излучений. Технические каналы утечки информации в зависимости от физической природы информационных сигналов, среды их распространения и способов перехвата подразделяются на электромагнитные, электрические, параметрические и вибрационные.

Техническими средствами приема информации (ТСПИ), ее обработки, хранения и передачи является оборудование, непосредственно обрабатывающее информацию ограниченного доступа. Кроме ТСПИ в

помещениях обычно имеются вспомогательные технические средства и системы (ВТСС), которые не участвуют в обработке конфиденциальной информации, но могут находиться в зоне электромагнитного поля, создаваемого ТСПИ. К ВТСС относятся средства телефонной, громкоговорящей связи, системы кондиционирования, пожарная и охранная сигнализация, электробытовые приборы и т.д.

В технических средствах приема информации ее носителем является электрический ток, амплитуда, частота и фаза которого изменяются в соответствии с законом изменения информационного сигнала. Так как при протекании электрического тока по элементам ТСПИ возникают электрические и магнитные поля, то эти элементы рассматриваются как излучатели электромагнитного поля, несущего информацию.

Электромагнитные каналы утечки информации возникают за счет побочных электромагнитных излучений (ПЭМИ), которые являются паразитными электромагнитными излучениями, создаваемыми устройствами, которые для этого специально не предназначены [106, 121, 140]. Сканирование ПЭМИ ТСПИ может происходить с использованием средств радиотехнической разведки, размещенных вне контролируемой зоны. Спектр ПЭМИ средств вычислительной техники представляет собой совокупность гармонических составляющих в диапазоне частот от единиц килогерц до гигагерц и выше и определяется тактовой частотой средства вычислительной техники обработки информации. Причем спектр излучений включает как неинформативные, так и потенциально информативные излучения. Последние порождаются протеканием токов в цепях, по которым передаются сигналы, содержащие конфиденциальную информацию. Например, от монитора сканирование информации возможно на частотах до 50 гармоник тактовой частоты, причем уровень излучения может достигать в ближней зоне величины до десятков дБ и позволять принимать сигналы на удалении до нескольких сотен метров.

В ПЭВМ потенциально-информативные излучения формируются по цепям, по которым передаются сигналы от контроллера клавиатуры к порту

ввода-вывода на материнской плате, видеосигналы по цепи от видеоадаптера до электродов ЭЛТ монитора, от системной шины ПК, шины данных внутри микропроцессора и др. Поэтому при выявлении технических каналов утечки информации средства вычислительной техники рассматриваются как система, включающая основное оборудование, оконечные устройства, все соединительные линии, блоки электропитания, оборудование заземления.

Важной является задача калибровки электромагнитной системы относительного позиционирования [62]. В этой работе приведены алгоритмы калибровки электромагнитной системы относительного позиционирования, позволяющие повысить точность определения параметров взаимного расположения источника приемника переменного поля.

Для того, чтобы минимизировать возможность утечки информации по каналам ПЭМИ можно установить электромагнитное экранирование средств вычислительной техники и помещений, в которых расположена объекты информатизации, фильтрацию, заземление, ослабление электромагнитных излучений резистивными и поглощающими согласованными нагрузками, радиотехническую маскировку ПЭМИ, представляющую из себя источник излучения широкополосного шумового сигнала, с уровнем, превышающим ПЭМИ [16]. Электромагнитное экранирование требует значительных затрат и постоянного контроля эффективности экранирования. Поэтому важным инструментом исследования проблем защиты информации, как и других сложных технических задач, является математическое моделирование, в арсенале методов последнего наиболее мощным представляется регрессионный анализ.

1.2. Регрессионное моделирование сложных систем в кибернетической парадигме идентификации уравнений «черного ящика»

Как правило, все регрессионные модели разделяют на три класса:

1. Параметрические модели;
2. Непараметрические модели;
3. Полупараметрические модели.

Наиболее распространен первый класс моделей, так как результаты моделирования здесь можно представить в виде удобных аналитических выражений и такие модели статистически эффективны.

К основным проблемам регрессионного анализа относится структурная спецификация модели, то есть выбор состава переменных в модели регрессии и зависимости между ними. В настоящее время известны эвристические процедуры, такие, как процедуры полного перебора, методы включения, исключения, пошаговая процедура и другие. В работах профессора С.И. Носкова и его учеников [13, 50, 85, 100] разработана технология организации «конкурса» регрессионных моделей, которая позволяет строить хорошо интерпретируемые модели, которые соответствуют «физическому» смыслу заданных факторов. В этой технологии также возможно использование в процессе моделирования многокритериального подхода, в развитие которого внести большой вклад работы С.Н. Васильева, Э.И. Вилкаса, Л. Гурвича, М. Зелени, Н.М. Макарова, С.И. Носкова, В.Д. Ногина, В.В. Подиновского Я.Н. Ройтенберга, К. Эрроу, и других.

В настоящее время для статистической идентификации сложных объектов широко используются регрессионные модели, построенные по методу наименьших квадратов (МНК) [18, 44, 141]. Необходимые условия построения регрессионных моделей по МНК состоят в выполнении следующих гипотез:

- нормальное распределение случайных значений отклика в точках плана эксперимента;
- независимость результатов опытов эксперимента;
- однородность выборочных дисперсий опытов, определяющих точность эксперимента.

Главная особенность регрессионных моделей, построенных по МНК, -

существование коррелированных оценок параметров (коэффициентов регрессии) моделей. Значительные трудности возникают при построении регрессионных моделей, нелинейных относительно неизвестных параметров.

При небольшом числе статистических данных и неизвестной структуре адекватных регрессионных моделей, например, регрессионных полиномиальных моделей (РПМ) достаточно трудной становится задача построения наилучшей регрессионной модели.

В этих условиях более эффективными являются методы построения РПМ, основанные на интервальной оценке значений отклика в точках плана эксперимента [24].

Для построения адекватных РПМ необходимо:

- определить структуру РПМ (степенные функции);
- для выбранной структуры модели в декартовой системе координат (ДСК) коэффициентов регрессии (КР) определить наилучшие значения КР.

В последнее время получил распространение метод интервального построения наилучших регрессионных моделей с неопределенной структурой [124]. В основе метода - принципиально новый способ определения структуры (например, степенных функций) адекватных регрессионных моделей без нахождения наилучших значений коэффициентов регрессии. Построение регрессионных моделей состоит из двух основных этапов. На первом этапе определяется оптимальная структура моделей по методу компромиссных значений функции отклика. На втором этапе определяется область нахождения оптимальных решений, являющаяся интервальной оценкой истинных значений коэффициентов регрессии. Данная область используется для интервальной оценки точности регрессионных моделей и для определения наилучших значений коэффициентов регрессии.

При точном выборе структуры РПМ в ДСК коэффициентов регрессии соответствует множество (область) значений вектора КР в виде выпуклого

многогранника. Данная область называется областью нахождения оптимальных решений (НОР) [125] по построению РПМ (областью НОР РПМ).

Область НОР РПМ содержит множество (область) допустимых значений вектора коэффициентов регрессии и является интервальной оценкой истинного значения вектора КР. В работе [24] область НОР РПМ называется областью возможных значений параметров адекватной модели объекта.

При изменении структуры РПМ (степенных функций) величина области НОР РПМ меняется. Необходимо построить РПМ, для которой область НОР является минимальной, что означает наиболее точную интервальную оценку истинного значения вектора коэффициентов регрессии.

Регрессионные полиномиальные модели являются основными моделями, используемыми для статистической идентификации сложных объектов. Для построения РПМ второго и третьего порядка разработаны методы многофакторного планирования регрессионного эксперимента [138,126].

Метод статистической многоцелевой оптимизации [180,127] основан на построении области возможных значений вектора целевых функций (ФО – функций отклика), соответствующих значениям вектора факторов в области допустимых значений факторов (ДЗФ). Метод позволяет без традиционно используемого поиска значений факторов в области ДЗФ произвести точную оценку выполнения интервальных условий. Данный метод может быть использован для поиска эффективных степенных функций - точного определения структуры адекватных РПМ без определения наилучших значений коэффициентов регрессии, соответствующих эффективным степенным функциям.

Для функций отклика, аппроксимируемых полиномиальными моделями, область возможных значений показателей (ВЗП) ФО в ДСК представляет выпуклый многогранник, грани которого треугольники. Число вершин многогранника равно удвоенному числу точек плана эксперимента.

Для регрессионных моделей (функций отклика), нелинейных по

параметрам, область ВЗП ФО является более сложной. Поверхность, ограничивающая данную область ВЗП ФО, - криволинейная.

Для построения области ВЗП ФО в виде выпуклого многогранника достаточно определить координаты его вершин. Находят минимальные и максимальные значения условных показателей ФО:

$$Y_{umin} = \min_B F(X_u, B) = F(X_u, B_{opt}\{Y_{umin}\}), u=1, \dots, N, B \in P\{B\}, \quad (1.1)$$

$$Y_{umax} = \max_B F(X_u, B) = F(X_u, B_{opt}\{Y_{umax}\}), u=1, \dots, N, B \in P\{B\}, \quad (1.2)$$

где $B_{opt}\{Y_{umin}\}$, $B_{opt}\{Y_{umax}\}$ - значения вектора коэффициентов регрессии, при которых достигаются минимальные и максимальные значения условных показателей функции отклика.

Координаты вершин многогранника определяют путем нахождения значений всех условных показателей ФО при значениях вектора коэффициентов регрессии, найденных согласно условий (1.1), (1.2).

Точки, располагаемые в ДСК условных показателей ФО, являющиеся координатами вершин многогранника, называются главными граничными точками (ГТ) области ВЗП ФО.

Уточнение структуры модели производится путем целенаправленного выбора эффективных степенных функций из исходных степенных функций. Изменение структуры модели определяет необходимость корректировки области исходных значений коэффициентов регрессии.

Главная особенность интервального построения регрессионных моделей по методу компромиссных значений функции отклика - независимое варьирование коэффициентов регрессии при построении области исходных значений КР и при построении области возможных значений условных показателей функции отклика. Это позволяет повысить эффективность построения наилучших регрессионных моделей как линейных так и нелинейных по параметрам.

Взаимосвязь области компромиссных значений функции отклика с

областью нахождения оптимальных решений по определению наилучшей регрессионной модели позволяет произвести начальную оценку точности регрессионных моделей без построения области НОР. С уменьшением области КЗФО повышается точность регрессионных моделей.

Более точная оценка регрессионных моделей достигается путем построения области НОР в виде выпуклого многогранника с числом вершин, равным удвоенному числу коэффициентов регрессии. Данный многогранник является нижней оценки области НОР и позволяет произвести достоверную оценку и анализ взаимосвязи допустимых значений коэффициентов регрессии.

При недостаточной точности регрессионных моделей нижняя оценка области НОР используется для определения условий проведения эффективных дополнительных опытов, после реализации которых достигается уменьшение

Наилучшие результаты по интервальному построению регрессионных моделей по методу компромиссных значений функции отклика могут достигнуты путем реализации специальных многофакторных планов, учитывающих основные особенности метода и возможный характер функции отклика.

Построение регрессионных моделей состоит из последовательно проводимых вычислительных процедур, которые целесообразно проводить в диалоговом режиме.

Интервальное построение регрессионных моделей необходимо при решении различных прикладных задач статистической многоцелевой оптимизации гарантированных решений [128]. Компьютерная реализация метода предусмотрена при создании информационно-экспертной статистической системы оптимизации гарантированных решений [129].

Проблема выбора структуры математической модели и соответствующие алгоритмы: шаговой регрессии, эволюционной идентификации и метода группового учета аргументов (МГУА) обсуждаются в [66], где проведен анализ алгоритмов структурной идентификации методом вычислительного эксперимента и рассмотрен вопрос останова шаговых процедур (все описанные

выше методы имеют шаговую технологию). Общий принцип останова шаговых алгоритмов структурной идентификации следующий: расчеты надо прекращать, когда дальнейшая работа алгоритма не приводит к улучшению качества модели. Отсюда следует общность критериев останова и качества модели.

Из проведенных исследований можно сделать вывод о высокой эффективности алгоритмов шаговой регрессии с включением-исключением переменных, однако при высоком уровне шума и небольшой выборке экспериментальных данных более точные модели дает метод группового учета аргументов. Полученные результаты, безусловно, являются предварительными и требуют дальнейших исследований на других тестовых задачах.

В [102] предлагается способ определения структурных инвариантов полностью управляемого и полностью наблюдаемого многомерного объекта по значениям его частотных характеристик. Параметры объекта здесь неизвестны, а известны лишь значения его передаточной матрицы для различных частот. Способ нахождения структурных инвариантов по частотным характеристикам необходим, например, для частотной идентификации многомерного объекта [24], так как позволяет идентифицировать многомерный объект в канонической форме. Оказаны теоремы, позволяющие определить структурные инварианты (индексы Эрмита, Кронекера и т.д.) многомерного объекта, заданного матрицами частотных характеристик.

В задачах проверки статистических гипотез [137] о структуре ковариаций вектора наблюдений предполагается, что ковариационная матрица принадлежит некоторой подалгебре в коммутативной матричной алгебре. Для выбора модели ковариаций используется процедура последовательной проверки статистических гипотез о коэффициентах разложения ковариационной матрицы по базису ее ортогональных идемпотентов. Результаты применяются к двухфакторным экспериментам.

Один из методов нахождения характеристической функции линейного

процесса авторегрессии, а также его порождающего процесса, рассмотрен в [54]. Процессы авторегрессии широко применяются при построении математических моделей информационных сигналов различных типов, при их анализе и синтезе а также в задачах диагностики. При идентификации таких процессов часто используются энергетические характеристики. Однако при негауссовом распределении стохастических информационных сигналов, информации, которая содержится в энергетических спектрах часто не достаточно для надежной идентификации и классификации таких сигналов. В этом случае задачу идентификации можно решить используя аппарат характеристических функций. В работе используются свойства пуассоновских спектров скачков для решения такой задачи. Предложенный метод дает возможность построить характеристическую функцию линейных стационарных процессов авторегрессии а также их порождающих процессов.

Один из эффективных «нелинейных» подходов к решению задача идентификации «направленной» связи между колебательными системами по временным рядам [130] основан на построении модельного отображения, описывающего эволюцию фаз их колебаний. Он теоретически обоснован только для слабо нелинейных и слабо связанных осцилляторов под действием нормального белого шума. В работе анализируются в вычислительном эксперименте практические пределы применимости метода (при различных свойствах шума, величинах фазовой нелинейности осцилляторов и интенсивности связи). Показана его применимость для широкого круга ситуаций.

В [34] рассмотрена новая постановка задачи оценивания состояния динамической системы по данным измерений на скользящем конечном интервале времени. В основу подхода положен вариационный принцип, который позволил взвешенно осуществить ассимиляцию данных измерений в математическую модель системы. Весовые коэффициенты, входящие в функционал, определяются из уравнений невязок, обеспечивая при этом согласованную с погрешностью исходных данных оценку. Достоинство

предлагаемого подхода еще и в том, что он позволяет рассматривать совместно задачу оценивания и параметрической идентификации, а также ассимилировать дискретные данные измерений в непрерывную модель.

Идентификация параметров вращения твердого тела – известная научная проблема, актуальность которой не уменьшается со временем. В [78] представлен новый метод для анализа параметрической идентифицируемости и алгоритм идентификации для оценки динамических параметров вращения твердого тела.

Два принципиально новых класса управлений гиперболическими распределенными системами введены в [4]. Первый из них включает функции, непрерывные на отрезках, но ни в одной точке не дифференцируемые на них, причем эти функции обладают множеством корней мощности континуума и положительной меры Лебега.

Таким образом, регрессионный анализ является одним из основных инструментов математического моделирования и анализа данных. Большой вклад в его развитие внесли как ведущие иностранные ученые А. Аффифи, К. Доугерти, Н. Дрейпер, Дж. Кади, Ф. Мостеллер, Г. Смит, Дж. Себер, Дж. Тьюки, П. Хьюбер, С. Эйзен и другие, так и отечественные специалисты С.А. Айвазян, В.Б. Головченко, С.А. Дубровский Е.З. Демиденко, И.С. Енюков, А.Г. Ивахненко, Л.Д. Мешалкин, В.С. Мхитарян, С.И. Носков, А.И. Орлов и другие.

1.3. Информационные технологии в моделировании

Построение адекватных математических моделей реальных управляющих систем является первоначальной задачей теории управления. На сегодня методы построения моделей систем в основном исчерпываются двумя подходами [142]. Первый подход основан на рассмотрении системы с позиции «черного ящика». Второй подход основан на представлении управляющей системы в виде составляющих ее элементов. При этом каждый такой элемент является более простой управляющей системой, для изучения которой можно с

успехом применить первый подход. Впервые предлагается кибернетический подход к построению, анализу и оптимизации моделей управляющих систем, которые функционируют в неопределенных условиях. Целесообразность такого подхода обосновывается на решении проблемы изучения вероятностных свойств выходных потоков в системах обслуживания и управления конфликтными потоками.

Оптимизация на основе имитационных моделей или технология optimization-simulation стала возможной [11] в результате развития методов компьютерного моделирования, численных методов оптимизации, математического программирования и других областей современной математики. Предлагается классификация задач оптимизации, для которых возможно использование имитационных моделей объектов.

Системный анализ методологии математического моделирования задач управления комплексными технологическими процессами позволяет показать особенности использования компьютерных моделей, и рассмотреть подходы к формированию математического пространства описания логико-алгебраических операций в среде алгебраических тензоров и логических кортежей. В [57] дано обоснование принципов и структуры гомеостатической системы управления группой нейтральных элементов в автономных модулях управления частными процессами для обеспечения общей устойчивости комплексного технологического процесса при воздействии помех.

Важной в прикладном плане является работа [150], в которой описывается математическая модель процесса интерактивного распределения вычислительных ресурсов в системе интеллектуальных датчиков. Модель предназначена для проектирования на основе выбора оптимального варианта системы. Используется нечеткое описание модели формирования структуры системы интеллектуальных датчиков. Описывается пример практического применения предлагаемого метода проектирования при разработке проекта «Интеллектуального безопасного офиса».

В настоящее время широко используется [151] методика оценки проектов, представленная в теории проектного менеджмента и рекомендованная Unido, основанная на анализе прогноза динамики движения денежных средств и расчете показателей экономической эффективности. Но у этой методики существует несколько недостатков: во-первых, не учитывается необходимости оптимизировать показатели экономической эффективности, во-вторых, не представлено возможностей для решения частных оптимизационных задач, например – оптимизация выплат по привлеченным кредитам, в-третьих, все данные должны вводиться вручную. В статье предлагается разделение жизненного цикла проекта на проектную и производственную стадии, методы оптимизации показателей экономической эффективности для каждой стадии, способ получения единого критерия для двух стадий одновременно.

В [3] рассматриваются два метода решения задачи анализа стохастических мультиструктурных систем управления с распределенными переходами между структурами: метод статистического моделирования и спектральный метод. В работе изложены алгоритмы решения задачи анализа. Сравнение и эффективность методов демонстрируются на решении модельных примеров.

В настоящее время [51] разрабатываются гибридные аналитико-имитационные методы моделирования и оптимизации систем с очередями. Для решения сложной задачи объединяются и содержательно согласуются в рамках одной процедуры возможности нескольких неравносильных моделей, сконструированных в формально несовместимых языках. Такой подход позволяет создавать эффективные методы, алгоритмы и программы для расчета и оптимизации структурно сложных систем с очередями, в том числе – не экспоненциальных многоканальных систем с приоритетами и не экспоненциальных сетей массового обслуживания. Преимущества предлагаемых аналитико-имитационных методов оцениваются теоретическими

и экспериментальными средствами. Определяются области применения методов и перспективы их дальнейшего развития.

Моделирование акустических устройств со сложной геометрией внутреннего заполнения и значительной волновой протяженностью (например, глушитель к стрелковому оружию) [33] можно производить в виде волноводного трансформатора с различными включениями и неоднородностями в его полости. При распараллеливании вычислительного процесса используется метод декомпозиции. Осуществляется декомпозиция базовых элементов, обладающих значительной универсальностью.

В [9] исследуются принципы моделирования и программной реализации распределенных автоматизированных информационных систем в контексте методологии управления данными в глобальной сетевой архитектуре обеспечения пользовательского доступа к данным через Интернет. По результатам исследования установлено, что оптимизированные по объективным показателям условий эксплуатации и проектирования системы указанного класса существенно опережают традиционно используемые информационные системы трехзвенной архитектуры по темпам проектирования, экономичности и производительности.

Имитационное моделирование использовалось на различных этапах разработки автоматизированной системы управления технологическими процессами (АСУ ТП) Северомуйского железнодорожного тоннеля (Байкало-Амурская магистраль) [55]. Разработка АСУ ТП проводилась с использованием имитационного стенда, включающего реальные программы АСУ ТП и комплекс имитационных моделей. Реальными программами являются автоматизированное рабочее место диспетчера, программы дистанционного и автоматического управления и другие компоненты АСУ ТП. Комплекс моделей состоит из модели технологического оборудования, модели движения железнодорожных составов, модели наружной среды тоннеля, модели микроклимата внутри тоннеля. Имитационный стенд использовался для

отладки программ АСУ ТП, включенных в стенд, разработки и тестирования программ автоматического управления, обучения управляющего персонала.

В [30] предлагаемая модель отображает процессы передачи информационных потоков в магистральной сети с учетом механизмов и алгоритмов маршрутизации, коммутации, передачи и хранения, потерь в результате перегрузок и искажений. На наш взгляд, использование понятия «нечеткая метрика», позволяет более гибко проводить анализ работы ИВС в случае крупных корпоративных и глобальных сетей и повысить экономическую эффективность проектируемых и уже развернутых сетей. Продукт оперирует неточными категориями при описании характеристик устройств и моделирует работу распределенной сетевой архитектуры в условиях, приближенных к реальным: непостоянство количественных характеристик, описывающих работу узла системы, каналов передачи информации и др.

Подход к моделированию workflow-процессов с помощью стохастических workflow сетей Петри с ресурсами и приоритетами рассмотрен в [32]. Такие модели позволяют использовать как обычные для сетей Петри методы анализа (структурный анализ, анализ дерева достижимых состояний и т.д.), так и оценивать производительность. Мы вводим критерий производительности таких моделей. Предлагается метод оптимизации производительности подкласса стохастических workflow сетей Петри с ресурсами и приоритетами относительно введенного критерия.

В [60] рассматриваются два типа моделей предметной области корпоративной деятельности – интенциональная, инвариантная во времени, и экстенциональная модель, представленная как совокупность реальных информационных ресурсов, отображающих состояние предметной области в зависимости от времени. На основе международного стандарта метаописаний DC предлагается модель представления информационных ресурсов в репозитории корпоративной информационной среды и метод формирования в электронной информационной среде экстенциональной модели предметной

области на основе метацентрированного механизма интеграции описаний распределенных гетерогенных информационных ресурсов.

Особенности моделирования организационных процессов обсуждаются в статье [64]. К организационным процессам относят любые процессы, протекающие с участием человека. Это обстоятельство делает последние наиболее сложными и трудно поддающимися математической формализации. Дана постановка задачи моделирования подобных процессов, возможные пути решения и основные этапы построения экономических моделей с точки зрения системного анализа и управления. Сделана попытка произвести спецификацию оборотных средств предприятия (на примере предприятий пищевой промышленности).

Глобальное изменение климата является одной из наиболее широко обсуждаемых проблем [43] в современном мире. Природа этого явления до сих пор не изучена в полной мере, а его экологические, социальные и экономические последствия достаточно спорны и сложны с аналитической точки зрения. Одной из попыток международного сообщества установить контроль над воздействием на окружающую среду является Киотский протокол, разработанный Рамочной Конвенцией по Изменению Климата ООН (UNFCCC). Аргументы сторонников и противников участия России в этой инициативе опираются на результаты применения различных моделей комплексной оценки эффективности мер, направленных на снижение выбросов парниковых газов. В настоящей статье описывается один из подходов к моделированию и анализируются некоторые результаты счета. Основное внимание уделяется моделированию временной динамики экономико-энергетических показателей России.

В [41] рассмотрено поведение социума с постоянно существующими факторами возникновения массовой паники (ажитожа), выявлен механизм и построена модель развития процесса с формированием и потерей иммунитета к панике, установлена взаимосвязь возникновения хаотических режимов развития паник в социуме с потерей иммунитета субъектами; выявлен факт

возникновения длинных волн, аналогичных волнам Кондратьева, установлена их взаимосвязь с потерей иммунитета к панике субъектами.

Важным представляется подход к имитационному моделированию процессов развития информационных технологий и связанных с ними прикладных [25], а в пределе и фундаментальных научных дисциплин. Модели строятся на основе концептуальных сетей специального вида и взаимодействуют с архивом данных, который обновляется в результате систематической выборки информации из глобальной сети. Имитационное моделирование служит целям прогнозирования и, кроме того, позволяет выявлять в исследуемой области точки неустойчивости, которые могут измениться сами или чувствительны к управляющему воздействию. Оно также указывает, какие темы заслуживают повышенного внимания при дальнейшем анализе информации в глобальной сети.

Модель познания в виде модельно-конструктивного мышления (МКМ) рассматривается в [94] как основа методологии науки и гносеологии. В таком качестве ее также можно рассматривать как инструмент идентификации знаний. На этой основе предложены опытные основания математики, связи которой с реальными задачами можно непосредственно проследить и выделить адекватные реальности достижения и не имеющие к ней никакого отношения. Выделены адекватные политэкономические и политические подходы. Построена система социалистического рынка, интегральная идеология и социология, система нравственного мирового устройства, многополярного мира. Эти результаты теоретически позволяют переломить тенденцию безнравственной мировой деградации. На этом же пути видится преодоление деградации России.

В [40] рассматриваются возможные подходы к постановке начальных условий в динамических задачах с ограничениями-неравенствами. Предлагается грамматика описания пространственного распределения частиц. Приводятся укрупненные блок-схемы вспомогательного программного обеспечения синтаксического разбора описания системы частиц. Для

некоторых типичных задач выполняется моделирование пространственных распределений. Визуализация распределений производится средствами профессионального пакета машинной графики.

Новый класс комбинированных моделей многосвязных статических систем, состоящих из уравнений параметрической и непараметрической природы, представлен в [96]. Необходимость в синтезе и исследовании подобных моделей возникает в случае, когда в многомерных системах не все зависимости «вход-выход» известны с точностью до набора параметров. Такая ситуация часто возникает при моделировании многосвязных объектов и процессов, когда априорная информация о них не соответствует ни параметрическому, ни непараметрическому уровням априорной информации. Приведена также задача макросинтеза модели из моделей локальных объектов или моделей фрагментов исследуемого процесса.

Результаты анализа примеров применения сеточных методов равномерного зондирования пространства параметров для решения задачи многокритериальной многопараметрической оптимизации динамических стохастических систем, представленных имитационными моделями приведены в [12]. Проведено сравнение используемой методологии с методологией применения разностных сеток при решении вычислительных задач численными методами.

Работа [154] носит методологический характер и посвящена анализу некоторых методов идентификации и моделирования стохастических систем, Главное внимание уделено тем или иным аспектам применения такой состоятельной, по терминологии А.Н. Колмогорова, мер зависимости случайных величин (процессов), как максимальная корреляция. Показано, что проанализированные положения либо лишены содержательного смысла, либо вообще представляют собой заблуждения, что, учитывая учебный характер данной книги, следует рассматривать как целенаправленные действия, направленные на снижение уровня подготовки отечественных специалистов.

В задаче моделирования региональных рынков сотовой связи в [158] предлагается модель для описания динамики процента проникновения в каждом регионе посредством суммы нелинейных функций. Для построения прогноза для каждого из регионов находится «родственный» регион путем минимизации ошибки на заданном интервале. И посредством переноса коэффициентов «родственного» региона на рассматриваемый осуществляется прогноз. В [109] рассматривается специальный класс случайных блужданий с задерживающими границами так называемых полумарковских процессов со сносом, фазовое пространство состояний которых представляет собой декартово произведение счетного множества и множества точек неотрицательного ортанта евклидова пространства. Выводятся системы интегральных уравнений типа свертки для нахождения стационарных распределений процессов. Приведены примеры реальных систем, функционирование которых описывается полумарковскими процессами со сносом.

В статье Данеева А.В. и др. [117] предлагается математическое обоснование для решения задачи структурной идентификации уравнений состояния фронта локального лесного пожара (ЛЛП) при построении общей а posteriori адаптивной нестационарной динамической модели краткосрочного прогноза развития ЛЛП, учитывающей (в модели клеточного автомата) как текущие геометрические изменения контура ЛЛП, так и вероятно-возможные суточные метеорологические факторы влияния пульсаций внешней среды на процессы переноса и охвата контура возникшего ЛЛП.

Принципы построения программного обеспечения, позволяющего моделировать работу нейросетевого планировщика перемещений мобильных роботов обсуждаются в [123]. Основным элементом программы является нейронная сеть. Рассматривается структурно-алгоритмическая организация программного комплекса. Предлагаются методы предварительной обработки входных данных. Представленное в работе программное обеспечение используется при разработке нейросетевых планировщиков для автономного

мобильного робота (АМР) «Скиф-2» и АМР на базе мини-дирижабля «Стерх». Оно доказало свою функциональность и удобство в эксплуатации и может с успехом использоваться при разработке новых нейросетевых систем планирования перемещений АМР.

В [143] описывается ситуационный подход к анализу и прогнозу состояния сложного пространственного объекта и синтезу программ для расчетов на его модели, состоящей из концептуальной модели предметной области и интегрированных с ней ГИС и экспертной системы. Особенности ситуационной системы моделирования (ССМ), разработанной для поддержки этой модели, являются автоматизация всех этапов моделирования, широкое применение экспертных знаний, поддержка современных сценарных подходов к моделированию, использование ГИС-технологии не только для графического представления составных частей объекта и результатов моделирования, но также для постановки задачи и выполнения пространственнозависимых расчетов.

Лингво-комбинаторная модель плохо формализованных систем, для которых существует лишь описание на естественном языке, и которое базируется на использовании ключевых слов, основных понятий, сложившихся в предметной области в [59] состоит из трех групп переменных – характеристик основных понятий, изменения этих характеристик и структурированной неопределенности в эквивалентных уравнениях, которая может быть использована для адаптации и управления. В качестве примеров рассматриваются модели атомов, города, организма и атмосферы. Анализируются проблемы идентификации и управления применительно к таким моделям. Оптимальная стратегия управления в потоке перемен – удержание системы в зоне адаптационного максимума.

Новый подход к автоматизации имитационного моделирования распределенных вычислений в пакетах знаний рассматривается в [109]. В качестве среды имитационного моделирования используется система GPSS World. В [113] рассматривает метод построения модели многоуровневой

системы защиты информации. Модель основывается на Марковской модели с описанием состояний и матрицы переходов между уровнями защиты.

В [10] выявлены проблемы, препятствующие эффективному использованию нотации UML на этапе моделирования производства. На основе анализа теоретических разработок в области применения языка UML при моделировании и разработке информационных систем, а также ряда осуществленных программных проектов, предложены некоторые варианты решения данных проблем. Авторы рассматривают возможности использования разработанных в последнее время новых элементов UML-профиля, на основе которых предлагается метамодель бизнес-среды наукоемкого предприятия и примерный набор действий для моделирования его бизнес-процессов. Используемый процессноориентированный подход позволяет сделать оценку стоимости наукоемкого предприятия более достоверной. Доклад дополнен примерами из реальных проектов, подтверждающими, что UML справляется с задачами формирования схем документооборота при управлении интеллектуальной собственностью и бизнес-процессами образовательного учреждения.

Методологические и технологические подходы к построению систем поддержки принятия решений для региональных и федеральных органов власти в [92] основаны на использовании новейших информационных технологий, таких как хранилище данных, OLAP-технология, имитационное моделирование и др. Описана общая структура модельного комплекса по социально-экономическому развитию региона и его реализация на основе методов системной динамики и современных технологий имитационного моделирования.

В последнее время широкое распространение для описания различных физических процессов получили [15] фрактальные модели, основанные на понятии ветвящихся процессов или каскадов. Проведенный анализ показал, что аналогичными характеристиками обладает и трафик современных сетей связи. Все это выдвигает на первый план необходимость построения моделей

процессов, обладающих обнаруженными характеристиками. В статье предлагается модель трафика современных локальных и глобальных информационно-вычислительных сетей, отличающаяся от известных учетом фрактальных и мультифрактальных свойств поступающей нагрузки.

В [62] рассматривается компьютерная поддержка принятия решений в задачах управления производством. Цель лица, принимающего решение (ЛПР): 1) компьютерное построение путей направленного графа для каждой задачи; 2) вычисление суммы баллов узлов путей и отбор 3-5-ти путей, наилучших по критерию максимума суммы баллов; 3) оценка ЛПР этих путей и выбор наилучшего. ЛПР может менять заданную конфигурацию вариантов узлов графа, отсекает часть путей и узлов и повторяет процедуру отбора с использованием направленного перебора. Принятое решение базируется как на предварительном машинном анализе большого числа возможных вариантов управления, которое нельзя сделать вручную, так и на личном опыте ЛПР.

Имитационная динамическая модель развития предприятия, включающая блоки производства, маркетинга, сырьевой базы, научно-технического прогресса, экологии и внешнего финансирования рассмотрена в [92]. Приводится характеристика каждого блока и взаимосвязей между ними. Рассматривается алгоритм реализации модели для предприятия минерально-сырьевой направленности. Модель предназначена для прогнозирования и управления развитием предприятий на средне- и долгосрочный период времени. В работе [131] представлены результаты исследований влияния информационного запаздывания на дискретные системы управления. Анализируется зависимость информационного запаздывания от быстродействия, объема памяти и разрядности цифровых средств управления. Проводится анализ способов учета информационного запаздывания. Описывается программный комплекс для моделирования дискретных систем управления с информационным запаздыванием. Приводятся результаты некоторых вычислительных экспериментов, показывающие зависимость качества управления от характеристик цифровых устройств управления,

область эффективности алгоритмов и возможность повышения качества управления за счет распараллеливания вычислений.

В [82] дается общее представление об исходных принципах компьютерного моделирования грамматики и семантики ритмического текста на основе разработанной автором модели порождения и восприятия ритмической структуры стиха. Преимущественное внимание уделяется описанию базовой системы грамматики и семантики ритма. Рассматриваются общие виды и определенные конкретные формы типовых ситуаций, лежащих в ее основе. Описываются наиболее характерные процедуры взаимодействия и представления базовой семантики в рамках типовых ситуаций. Предлагаемая программа исследований имеет значение не только для изучения семантических предрасположенностей ритмики стиха, но и для проникновения в скрытые формы речевой деятельности, в том числе явления внутренней речи.

С позиций интегративно-функционального подхода идентификация технических систем представляет [16] собой отождествление ее структурно-функциональной организации со структурно-функциональной организацией организма, рассматриваемой теорией гомеостаза. Таким образом, качество создаваемой техники определяется степенью осуществления этого отождествления при проектировании. Предложенный подход к пониманию проблемы идентификации открывает новые возможности и в моделировании сложных технических систем, так же решаемые через интерпретацию структурно-функциональной организации организма в отношении описываемого объекта.

В [153] рассмотрена программная моделирующая среда для экспериментального исследования функционирования интеллектуального мобильного робота в априори неформализованной внешней среде. Исследуемая система управления робота построена по иерархическому принципу и состоит из планирующей нейросети и синергетического контурного регулятора. Программная среда предоставляет пользователю удобный интерфейс и широкие возможности для исследования функционирования рассматриваемой

системы управления. Результаты, полученные с ее помощью, показали высокую эффективность нейросетевой системы управления иерархического типа, и могут быть использованы при проектировании реальных интеллектуальных роботов.

В статье [31] рассмотрен подход к построению программных средств моделирования управления, в основе которых лежит математический аппарат семиотических систем. Разработан математический аппарат нечетких семиотических систем. Создано программное средство Trincon моделирования процесса принятия решений в динамических проблемных областях. Приведен пример использования программного средства Trincon. Архитектура распределенного приложения является перспективным [52] направлением в развитии программного обеспечения, ориентированного на работу в вычислительных сетях. Метод, предложенный в статье, позволяет оценить производительность распределенного приложения в сети с заданными характеристиками на основании данных, полученных из наблюдения за исполнением этого приложения на единственном компьютере. Разработанный метод может быть применен, например, в задачах проектирования новых или наращивания производительности существующих сетей, а также при прогнозировании производительности создаваемых распределенных приложений в различных условиях.

Естественные нейронные сети, являясь результатом естественного отбора, создавались в течение многих миллионов лет. Для искусственных нейронных сетей естественный отбор заменяется целью функционирования. Реальный нейрон человека имеет от 4 до 20000 синапсов и не может считаться элементарной ячейкой системы обработки информации. В то же время эффективное развитие элементной базы нейросетей возможно только на основе прогнозных моделей. Поэтому существенным свойством искусственной нейросети является способ обработки информации, который сводится к тому, что обработка однородной информации осуществляется в процессе ее передачи по параллельным каналам за одинаковое время [136]. При этом

повышение эффективности обеспечивается, в основном, за счет самоорганизации структуры искусственных нейронных сетей, определяющей способ обработки информации.

Искусственные самоорганизующиеся нейронные сети предназначены для более эффективного (в сравнении с естественными нейронными сетями) решения плохо формализованных задач. В [134] рассматривается более конкретизированное и узкое направления – самоорганизация компонентов и в частности самоорганизация искусственной нейросети в системе распознавания образов.

При рассмотрении свойств сетей используется системный подход в том смысле, что нейронные сети рассматриваются как инструмент повышения вероятности выживания во внешней среде и, следовательно, являются составной частью более общей системы. В состав этой системы входит внешняя среда, экземпляры жизни и нейронная система в качестве интерфейса между ними.

Термин «искусственный» по отношению к нейронной сети призван подчеркнуть тот факт, что рассматриваемая нейронная сеть является продуктом не естественного отбора, а продуктом прогнозного моделирования процесса взаимодействия внешней среды, экземпляров жизни и естественных нейронных систем. Вторым моментом является то, что в создании и функционировании искусственной нейронной системы принимает участие наблюдатель - естественная нейронная сеть.

Современные искусственные нейронные сети представлены двумя основными классами. Наибольший класс составляют многослойные нейронные сети [136]. Второй класс представлен нейронными сетями, использующими иерархический принцип организации структуры [2, 28, 88]. Многослойные нейронные сети потенциально содержат в себе иерархические структуры. А иерархическая структура тривиально может быть приведена к многослойному виду. Многослойные нейронные сети рациональнее реализовывать на аналоговых ЭВМ. Иерархические нейронные сети более ориентированы на

цифровые ЭВМ поскольку, что затраты на вызов подпрограммы подключения нейрона незначительны.

Таким образом, основным назначением искусственных самоорганизующихся нейронных систем является динамическая стабилизация общей системы включающей внешнюю среду, экземпляры жизни, естественные и искусственные нейронные системы в условиях нарастающей скорости изменения всех компонентов общей системы. Только в составе общей системы они являются самоорганизующимися при независимости их собственных отображений от собственных состояний и обязательной зависимости от состояний остальных компонентов общей системы. Эффективность искусственных самоорганизующихся нейронных систем обеспечивается таким их разделением на составляющие компоненты (образы), при котором возможна параллельная обработка однородной информации в процессе ее транспортировке. В совокупности с вариантами реализации отдельных компонент, имеющими обширную библиографию, рассмотренное направление может стать основой практической реализации.

Использование нейронных сетей является перспективным подходом к решению задач синтеза вычислительных систем и сетей. В [76] рассмотрены вопросы интеграции нейросетевой технологии и комбинаторного планирования имитационных экспериментов для решения задачи идентификации параметров модели вычислительных систем (ВС) и сетей. Нейронную сеть можно рассматривать как математическую модель, реализующую некоторую многомерную функцию

$$Y = f(X), \quad (1.3)$$

аргумент которой принадлежит признаковому пространству входов нейронной сети, а значение - выходному признаковому пространству Y . При этом ставится задача построения функции (1.3) по имеющимся примерам, что позволило бы каждому входному вектору поставить в соответствие в общем случае некоторый выходной вектор. Примеры соответствий между входными и выходными векторами, либо специально отобранные из всех примеров

наиболее представительные данные называют обучающей выборкой. Обучающая выборка определяется обычно заданием пар векторов

$$I = \{X_i, Y_i\}, i = 1, \dots, n, \quad (1.4)$$

где i - номер пары обучающей выборки; X_i, Y_i - вход и выход нейронной сети для i -го примера соответственно (при наличии единственного выхода нейронной сети Y_i является скаляром).

Обучение нейронной сети состоит в приведении всех входных векторов из обучающей выборки соответствующим выходным путем установления числовых значений весовых коэффициентов связей между нейронами, расположенными в различных слоях нейронной сети (для многослойного персептрона). Поэтому для идентификации модели (1.3) необходимо определить вектор весовых коэффициентов связей между нейронами в нейронной сети:

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_k). \quad (1.5)$$

Таким образом, исходные данные, необходимые для идентификации модели (1.3), образуются двойкой

$$\{NSt, I\}, \quad (1.6)$$

где NSt - структура модели нейронной сети, заданная априорно или формируемая по специальным алгоритмам, а I - обучающая выборка. Процесс идентификации модели (1.3) сводится к определению параметров (1.5) по исходным данным (1.6), т.е.

$$W = F(NSt), \quad (1.7)$$

где F - алгоритм идентификации, определяющий, каким образом можно найти параметры W , зная NSt и I .

При обучении нейронной сети используется адаптивный алгоритм идентификации, позволяющий уточнять параметры (1.5) по мере получения дополнительной информации о функционировании нейронной сети. Результатом работы адаптивного алгоритма является идентификация модели (1.3), выражающаяся в определении значений параметров весовых

коэффициентов нейронов (1.7).

Интересные приложения рассмотрены в [45], где решены задачи классификации растений и диагностики лопаток авиадвигателей на основе многослойных нейронных сетей. Традиционно для решения задачи идентификации объектов по спектрам применяют статистические методы, эвристические алгоритмы, в частности, методы дискриминантных и потенциальных функций [46], которым, однако, свойственен такой общий недостаток как слабая адаптивная способность. Альтернативным вариантом решения этой задачи могут служить нейронные сети (НС) [23,47,61,70,90,105,108,120,133,139,161,163,169,1,99,14,174].

В [139] рассмотрены методы отображения нейронных сетей с локальными связями (клеточных нейронных сетей) и глобальными связями (многослойных персептронов, сетей Хопфилда, сетей Кохонена) на распределенные вычислительные системы с гиперкубической и тороидальной структурой при обработке изображений.

В настоящее время наблюдается устойчивая тенденция роста объема перерабатываемой визуальной информации в современных информационных системах. Вместе с этим возрастают и требования к производительности таких систем. Одним из наиболее перспективных направлений в решении этой проблемы является использование нейрокомпьютерных технологий обработки изображений. В качестве преимущества такого рода технологий можно выделить возможность в рамках единого методико-алгоритмического базиса решать самые различные задачи обработки изображений. Кроме того, следует отметить, что большинство задач обработки изображений допускают “естественный” параллелизм вычислений в реализации соответствующих вычислительных процедур в силу специфики представления самого цифрового изображения (как двумерного или многомерного массива чисел). Массовый параллелизм вычислений имеет принципиальное значение для нейрокомпьютеров и является неотъемлемым их свойством. По этой причине обработка изображений (восстановление и сегментация изображений,

регистрация объекта на изображении и т.п.) в настоящее время стала уже классической областью практического применения нейрокомпьютеров.

Таким образом, в настоящее время существует огромное количество программных комплексов для исследования процессов, описываемых адекватными математическими моделями реальных систем.

1.4. Математические предпосылки элементов геометрического языка матричного и тензорного моделирования когнитивных систем

Как показано выше в современных прикладных изысканиях исследователь, как правило, должен все время заниматься «переводами» с содержательного вербального языка на математический [21], с математического языка на язык численных методов [58], с языка методов вычислений на конкретный язык программирования [7] и, соответственно, обратно. Такая «многоязыковость» неизбежна: она вызвана необходимостью находить точные и реализуемые, иногда и неоднозначные [93], решения задач, возникающих на практике. Например, решая проблему, связанную с уравнениями Максвелла (дифференциальными уравнениями в частных производных [21,68]), можно воспользоваться численными методами для того чтобы смоделировать всю систему уравнений на ПЭВМ.

Если в практических задачах апостериорного моделирования рассмотреть методологический язык *регрессионных моделей* (по существу кибернетических моделей «черного ящика» типа «вход-выход»), то в отличие от стандартных постановок линейных регрессий [5] для усиления корректности модели исследуемого физического процесса одним из подходов этого усиления является математический язык матриц [26,149] и ковариантных тензоров [29,77]. Цель данного параграфа – элементы «языка» современного математического моделирования.

Линейные отображения и матрицы [26,149]. Пусть U и V – два линейных (векторных) пространства над полем вещественных чисел R . При

этом говорим, что векторное пространство U (или V) имеет *размерность* m , иначе $\dim U=m$, если оно обладает *базисом* $\{u_1, \dots, u_m\} \subset U$; последнее означает, что каждый вектор $x \in U$ допускает единственное геометрическое представление в виде

$$x = \alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_m u_m \quad (\alpha_i \in R), \quad (1.8)$$

если $\dim U=m$ для некоторого положительного целого m , то пространство U называется *конечномерным*, если $U=\{0\}$ то (по определению) полагаем $\dim U=0$.

О п р е д е л е н и е 1.1. *Функция $\varphi: U \rightarrow V$ называется линейным преобразованием (или просто отображением) U в V , если для любых $x_1, x_2 \in U$ и $\alpha_1, \alpha_2 \in R$*

$$\varphi(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) = \alpha_1 \varphi(x_1) + \alpha_2 \varphi(x_2). \quad (1.9)$$

При этом, естественно, сложение или умножение на скаляр в левой (правой) части уравнения (1.9) относится к соответствующим операциям, определенным в пространстве U (соответственно в V).

З а м е ч а н и е 1.1. Линейные отображения, как правило, обозначаются прописными буквами латинского алфавита A, B, \dots ; исключение из этого правила делается тогда, когда $\dim V=1$ (и можно по существу отождествить V с R), в этом случае такое отображение обозначается строчной буквой, например, f и называется *линейным функционалом* f .

Пусть пространства U и V фиксированы. Рассмотрим множество $L(U, V)$ всевозможных (линейных) отображений $C: U \rightarrow V$. Это множество естественно наделять структурой линейного пространства над полем R , определив операции сложения и умножения на скаляр следующим очевидным образом:

$$\begin{aligned} (C_1 + C_2)x &= C_1x + C_2x, \\ (\alpha C_1)x &= \alpha(C_1x) \end{aligned}$$

для любых $x \in U$, $\alpha \in R$ и $C_1, C_2 \in L(U, V)$. Ниже будет показано, что

$$\dim(L(U,V)) = \dim V \cdot \dim U.$$

З а м е ч а н и е 1.2. В дальнейшем вместо того, чтобы писать, что $C \in L(U,V)$, будем просто указывать, что $C: U \rightarrow V$.

Пусть $\{u_j\}_{j=1,\dots,m}$ – некоторый базис пространства U , а $\{v_i\}_{i=1,\dots,n}$ – какой-то базис пространства V . Тогда, если C – линейное отображение U в V , то

$$Cu_j = c_{1j}v_1 + c_{2j}v_2 + \dots + c_{nj}v_n, \quad 1 \leq j \leq m,$$

и элементы $c_{ij} \in R$ определены здесь однозначно. В связи с этим любое отображение $x \in U$ в Cx оказывается полностью определенным своим действием на некоторый базис пространства: преобразования всех остальных элементов доопределяется за счет линейности. Таким образом, особую важность приобретает следующая таблица:

$$\text{Mat } C = \begin{bmatrix} c_{11} & \dots & c_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{n1} & \dots & c_{nm} \end{bmatrix},$$

называемая *матрицей* линейного отображения C относительно пары заданных базисов $\{u_j\}_{j=1,\dots,m}$ и $\{v_i\}_{i=1,\dots,n}$.

Матрицы, как математические конструкции, весьма удобны для вычисления действия линейных отображений. Заглядывая несколько глубже можно представить себе каждую $\text{Mat } C$ как некоторую вещественную функцию

$$\{1, \dots, n\} \times \{1, \dots, m\} \rightarrow R,$$

где \times – символ декартова произведения. Через $M_{n,m}(R)$ будем обозначать класс всевозможных матриц *размера* $n \times m$ с элементами из R . Его можно наделить структурой линейного пространства над R размерности nm , введя обычные операции сложения матриц и умножения матрицы на скаляр.

Пусть $C: U \rightarrow V$ – некоторое отображение. Пространство U называется *областью* отображения C , а пространство V – его *кообластью*. Размером $\text{Mat } C$ по определению называется пара $\dim V \times \dim U$. *Ядром* (или *аннулирующим подпространством*) отображения C называется подпространство

$$\text{Ker } C = \{x: x \in U \text{ \& } Cx = 0\}$$

в то время как *образом* (или *областью значений*) отображения называется подпространство

$$\begin{aligned} \text{Im } C &= \{y: y \in V \text{ \& } \exists x \in U, y = Cx\} = \\ &= \{Cx: x \in U\} \subset V; \end{aligned}$$

стоит обратить внимание на то, что между понятиями кообласти и образа отображения есть существенная разница.

В современной алгебре необходимо уметь пользоваться некоторым рядом специальных геометрических терминов греческого происхождения. Отображение $C: U \rightarrow V$ называется *эпиморфизмом* (или *эпиморфным отображением*), если $\text{Im } C = V$. Оно называется *мономорфизмом* (или *мономорфным отображением*), если $\text{Ker } C = 0$. Если линейное отображение C одновременно эпиморфно, и мономорфно, то оно называется *изоморфизмом* (равносильно – *изоморфным отображением*), что возможно только тогда, когда $\dim V = \dim U$. Произвольное линейное отображение $A: U \rightarrow V$ называется *эндоморфизмом* X ; оно является *автоморфизмом* X , если к тому же оно и изоморфизм.

Если \mathfrak{R} – подпространство пространства U , то, очевидно,

$$\begin{aligned} C\mathfrak{R} &= \{y: y \in V \text{ \& } \exists x \in \mathfrak{R}, y = Cx\} = \\ &= \{Cx: x \in \mathfrak{R}\} \subset V, \end{aligned}$$

а если \mathfrak{S} – подпространство пространства V , то

$$C^{-1}\mathfrak{S} = \{x: x \in U \text{ \& } Cx \in \mathfrak{S}\},$$

при этом и $C\mathfrak{R} \subset V$, и $C^{-1}\mathfrak{S} \subset U$ являются подпространствами. Заметим, что C^{-1} функционально обратна по отношению к отображению C (если рассматривать последнее просто как функцию) и как таковое представляет собой некоторую функцию, определенную на множестве подпространств пространства V и

принимаящую значения из множества подпространств пространства U . В этом смысле C^{-1} не обозначает какого-либо линейного отображения V в U . В частном случае, когда имеет место $\dim V = \dim U$ и для $V \rightarrow U$ существует обычное отображение, обратное C (т.е. C – суть изоморфизм), как и обычно, будем обозначать это отображение тем же символом C^{-1} , поскольку в этом случае оба рассматриваемых понятия согласуются друг с другом.

Из введенных выше определений сразу получается, что

$$\begin{aligned}\dim (C\mathfrak{R}) &= \dim (\mathfrak{R}) - \dim(\mathfrak{R} \cap \text{Ker } C), \\ \dim (C^{-1}\mathfrak{T}) &= \dim (\text{Ker } C) + \dim(\mathfrak{T} \cap \text{Im } C)\end{aligned}$$

и, в частности, поскольку $\text{Im } C = CU$,

$$\dim (U) = \dim (\text{Ker } C) + \dim(\text{Im } C)$$

Кроме того, для каждого подпространства $\mathfrak{T} \subset V$ найдется такое, вообще говоря, не единственное подпространство $\mathfrak{R} \subset U$, что

$$\begin{aligned}\dim (\mathfrak{R}) &= \dim(\mathfrak{T} \cap \text{Im } C) \\ \mathfrak{R} \oplus \text{Ker } C &= C^{-1}\mathfrak{T},\end{aligned}$$

где \oplus – операция внутренней прямой суммы.

З а м е ч а н и е 1.3. Два подпространства $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2 \subset U$ называются *линейно независимыми*, если $\mathfrak{R}_1 \cap \mathfrak{R}_2 = 0$, при этом сумму

$$\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2 = \{r + s : r \in \mathfrak{R}_1, s \in \mathfrak{R}_2\}$$

называют *внутренней прямой суммой* и обозначают через $\mathfrak{R}_1 \oplus \mathfrak{R}_2$.

Если $C: U \rightarrow V$ и $\mathfrak{R}_1, \mathfrak{R}_2 \subset U$, то

$$C(\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2) = C\mathfrak{R}_1 + C\mathfrak{R}_2,$$

Т е о р е м а 1.1. *В общем случае*

$$C(\mathfrak{R}_1 \cap \mathfrak{R}_2) \subset (C\mathfrak{R}_1) \cap (C\mathfrak{R}_2),$$

причем правая и левая часть последнего соотношения равны тогда и только тогда, когда имеет место

$$(\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2) \cap \text{Ker } C = \mathfrak{R}_1 \cap \text{Ker } C + \mathfrak{R}_2 \cap \text{Ker } C.$$

В силу двойственности имеем для подпространств $\mathfrak{S}_1, \mathfrak{S}_2 \subset V$ также

$$C^{-1}(\mathfrak{S}_1 \cap \mathfrak{S}_2) = C^{-1}\mathfrak{S}_1 \cap C^{-1}\mathfrak{S}_2,$$

Т е о р е м а 1.2. *В общем случае*

$$C^{-1}(\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2) \supset C^{-1}\mathfrak{S}_1 + C^{-1}\mathfrak{S}_2,$$

и для равенства правой и левой частей необходимо и достаточно, чтобы

$$(\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2) \cap \text{Im } C = \mathfrak{S}_1 \cap \text{Im } C + \mathfrak{S}_2 \cap \text{Im } C.$$

Если $\mathfrak{R}_1 \cap \mathfrak{R}_2 = 0$, то в общем случае

$$C(\mathfrak{R}_1 \oplus \mathfrak{R}_2) \neq C\mathfrak{R}_1 \oplus C\mathfrak{R}_2,$$

поскольку подпространства в правой части не обязательно независимы. Их независимость обеспечивается тогда и только тогда, когда

$$(\mathfrak{R}_1 \oplus \mathfrak{R}_2) \cap \text{Ker } C = \mathfrak{R}_1 \cap \text{Ker } C \oplus \mathfrak{R}_2 \cap \text{Ker } C.$$

Полилинейные отображения и тензоры [29,68,77]. В классическом тензорном анализе тензорный формализм, как правило, описывается в координатных обозначениях (аналог матричных таблиц). Ими и сейчас широко пользуются в физической и геометрической литературе, и этому языку следует отдать должное: он математически компактен и гибок. Ниже выделим и опишем основные положения этого координатного подхода.

Пусть U_1, \dots, U_k, V – линейные пространства над R . Следующее общее определение играет важную (иногда ключевую) роль во многих разделах физики, геометрии и алгебры.

О п р е д е л е н и е 1.2. *Полилинейным отображением (при $k=2$ билинейным) называется отображение*

$$F: U_1 \times \dots \times U_k \rightarrow V,$$

которое линейно как функция любого из аргументов $u_i \in U_i$ при фиксированных остальных $u_j \in U_j$, $1 \leq j \leq k$, $j \neq i$.

Полилинейные отображения в R называются *полилинейными функционалами* или *тензорами*, при этом число k называют *валентностью* тензора; таким образом, полилинейный функционал от k аргументов можно назвать k -валентным тензором, ясно, что одновалентный тензор – суть линейный функционал (см. замечание 1.1).

З а м е ч а н и е 1.4. Везде далее будем рассматривать только такие тензоры, все аргументы которых принадлежат одному и тому же пространству U , т.е. ковариантные по всем аргументам, при этом тензор называется *симметричным*, если он не меняется при перестановке его аргументов.

Рассмотрим более подробно структуру ковариантного двухвалентного тензора $f(x,y)$. Согласно определения 1.2 этот тензор обладает свойствами:

$$\begin{aligned} f(x+z,y) &= f(x,y) + f(z,y), \\ f(x,y+z) &= f(x,y) + f(x,z), \\ f(\alpha x,y) &= \alpha f(x,y), \\ f(x,\beta y) &= \beta f(x,y), \\ x,y &\in U, \quad \alpha,\beta \in R. \end{aligned} \tag{1.10}$$

Пусть $\dim U = m$ и $\{u_1, \dots, u_m\}$ – базис пространства U . В такой постановке тензор $f(x,y)$ оказывается заданным, как только заданы значения

$$t_{ij} = f(u_i, u_j), \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq m;$$

элементы t_{ij} называются *координатами* тензора f . Действительно, в этом случае

$$f(x,y) = f(\sum \alpha_i u_i, \sum \beta_j u_j) = \sum t_{ij} \alpha_i \beta_j, \quad 1 \leq i \leq m, \quad 1 \leq j \leq m, \tag{1.11}$$

где в силу (1.8) векторы $x, y \in U$ имеют представление (в базисе $\{u_j\}_{j=1, \dots, m}$):

$$x = \alpha_1 u_1 + \dots + \alpha_m u_m \quad (\alpha_i \in R)$$

$$y = \beta_1 u_1 + \dots + \beta_m u_m \quad (\beta_j \in R)$$

Выберем t_{ij} в поле R произвольно; тогда тензор, определенный с помощью (1.11), обязательно обладает свойствами (1.10). Следовательно, справедлива:

Т е о р е м а 1.3. *Существует взаимно однозначное соответствие между ковариантными двухвалентными тензорами и системами из m^2 их координат.*

Аналогично можно ввести в рассмотрение математические конструкции координат ковалентных тензоров произвольной валентности; во всяком случае, обобщением теоремы 1.3 служит следующая важная теорема.

Т е о р е м а 1.4. *Пусть имеются два тензора одинакового типа. Тогда для равенства тензоров достаточно, чтобы их координаты в каком-нибудь базисе пространства U были соответственно равны.*

Другими словами, из того, что координаты двух тензоров равны в какой-либо системе координат, следует, что их координаты соответственно равны в произвольной (!) системе координат. Это предложение достаточно очевидно; действительно, так как оба тензора одинакового типа (т.е. имеют одно и тоже число ковариантных индексов) то они преобразуются по одним и тем же формулам, и так как их координаты в одной системе координат по предположению равны, то они равны и в любой другой системе координат. Заметим, что исходное предположение, что оба тензора с необходимостью одинакового типа, является совершенно обязательным. Например, как билинейный тензор, так и линейный определяются в данной системе координат матрицей. Однако из совпадения матриц линейного преобразования и билинейной (квадратичной) формы в одной какой-либо системе координат не следует их совпадение в другой.

1.5. Выводы и концептуальная схема многофакторной оптимизации параметров сложного физико-технического процесса

Представленные в главе материалы достаточно полно раскрывают состояние исследований по данной проблематике. Можно постулировать, что современные компьютеры позволяют решать любые вычислительные задачи и численно моделировать любые объекты и процессы при условии, что для них существуют сколь угодно сложные, но адекватные алгоритмы. Они способны «осваивать» прошлый опыт и «предвидеть» будущее, так как численные методы математики и математическая статистика позволяют описывать практически любые наборы данных и строить правдоподобные прогнозирующие модели.

В схеме статистического исследования основным является этап выбора структурной спецификации модели, под которой понимается представление регрессии в буквенной форме. Для решения этой проблемы наиболее часто используются такие методы, как полный перебор, метод группового учета аргументов (МГУА), метод «ветвей и границ», методы включения и исключения, и другие. Проведенный анализ показал, что самым точным, но и самым затратным по времени является первый метод.

Искусственные нейронные сети предназначены для более эффективного по сравнению с естественными нейронными сетями решения плохо формализованных задач. При рассмотрении свойств сетей используется системный подход в том смысле, что нейронные сети рассматриваются как инструмент повышения вероятности выживания во внешней среде и, следовательно, являются составной частью более общей системы. В состав этой системы входит внешняя среда, экземпляры жизни и нейронная система в качестве интерфейса между ними. В главе рассмотрено достаточно большое число приложений подхода, связанного с моделированием на нейронных сетях, многие из которых в настоящее время стали уже классической областью практического применения нейрокомпьютеров.

В главе проанализировано современное программное обеспечение, предназначенное реализации математических моделей в самых разных областях приложений. Многие из специализированных пакетов программ для автоматизированного выбора структурной спецификации регрессии (SYSTAT TableCurve 2D v5.01, SYSTAT TableCurve 3D v4.0, MVR Composer и другие) имеют ряд недостатков. Так, в них не всегда имеется возможность работы с многомерными данными, отсутствует многокритериальный подхода при выборе модели, налицо несоответствие построенных моделей «физическому» смыслу факторов. Во многих из проанализированных работ рассматриваются линейные регрессионные модели, тогда как в данном диссертационном исследовании рассматриваются нелинейные подходы.

Материал § 1.4 представляет собой беглый обзор начальных понятий линейной алгебры и вводных положений тензорного анализа, хотя эти вопросы и излагаются в более «геометрическом» стиле, чем это обычно принято. Данные понятия вводятся наряду с некоторыми утверждениями, которые должны проиллюстрировать эти понятия и убедить в их полезности (текстовое обозначение теорем 1.1-1.4 приведено с целью упрощения дальнейших ссылок). В данном контексте востребованы операторные модели, поскольку операторный формализм позволяет в рамках одной структуры рассматривать все виды систем – непрерывную/дискретную, линейную/нелинейную, сосредоточенную/распределенную. Модели данных систем, с одной стороны, поддаются тензорному формализму, допуская детальное аналитическое описание на базе аппарата сильной дифференцируемости векторных отображений и теории экстремальных задач, а с другой, играют важную роль в статистическом моделировании сложных электронных систем, в частности, обеспечивая (в рамках выбранного критерия) понижение энергетического уровня лепестков диаграммы направленности побочных электромагнитных наводок.

Практически во всех известных исследованиях по регрессионному моделированию строились линейные модели, существование которых, как

правило, обусловлено рядом ограничительных условий, что сужает возможности использования данных результатов. Поэтому в теории математического моделирования постоянно поддерживается интерес к построению сложных нелинейных моделей, для существования которых нет необходимости в дополнительных условиях. В данном контексте в диссертации основными целями исследования задачи регрессионно-тензорного моделирования оптимальных характеристик многофакторного физико-технического процесса являлись:

- обоснование нелинейной векторной регрессионной модели в классе многомерных уравнений ковариантных многовалентных тензоров;

- разработка методов и алгоритмов параметрической идентификации билинейной тензорной модели нелинейной многомерной векторной регрессии, описывающий многофакторный физико-технический процесс;

- построение процедуры нелинейной оптимизации характеристик многофакторного физико-технического процесса на базе билинейно-тензорной апостериорной модели его функционирования;

- расчет по экспериментальным данным оптимальных взаимосвязанных характеристик сложного физико-технического процесса.

ГЛАВА 2. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЗАЩИТЫ ПЭВМ МЕТОДОМ РЕГРЕССИОННО- ТЕНЗОРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕЁ ПРОСТРАНСТВЕННО-УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ

Введение. Как только физическая, химическая, техническая, или экономическая проблема сведена к математическому моделированию, можно считать, что ее полное решение по существу близко к завершению. При этом, для того чтобы полностью использовать мощные вычислительные возможности, которыми располагают современные цифровые комплексы, необходимо проделать большой предварительный анализ постановок задач моделирования, а также аналитических методов, которые имеют смысл применять. Если раньше [19, 44, 53, 56, 67, 95, 144-146, 164, 165, 167, 168, 170-172, 175, 178, 179, 181, 182] стремились упростить постановку задачи, чтобы получить *линейные* функциональные уравнения, то в настоящее время основной целью моделирования является преобразование вычислительных проблем к сложным задачам *нелинейного невыпуклого* программирования, достигаемого с помощью различных искусных комбинаций методов последовательных приближений; которые, в свою очередь, строятся из расчета – добиться быстрой сходимости, а по возможности и монотонности процесса.

В данном контексте та часть общей теории многомерного регрессионного анализа (МРА), которую можно назвать «линейной», практически завершена – все основные проблемы решены, если учесть симплекс-метод для отыскания оптимального решения основной задачи линейного программирования, и можно лишь ожидать относительно второстепенных улучшений. Нелинейная тензорная теория МРА с первых шагов [17] отказывается от каких-либо ограничений на ранг используемых ковариантных тензоров и концентрирует внимание на существенно «нелинейных» свойствах регрессии и тех пределах, в которых эти свойства сохраняются.

Прикладной стороной в использовании нелинейной векторной регрессии в данной главе выступает задача определения координат электромагнитного источника излучения (ЭИИ) в целях его минимальной «взвешенно-осредненной» электромагнитной наблюдаемости в некоторых фиксированных точках возможной пеленгации сигнала ЭИИ. Данная постановка, в частности, отвечает физической задаче электронной защиты ПЭВМ от внешнего несанкционированного сканирования ее побочных электромагнитных излучений + наводок [74] (технически это проще всего решается, в виду отсутствия условий криптографирования сигнала монитора, как задача «перехвата» информации, отображаемой на экран дисплея ПЭВМ [50]).

2.1. Постановка задачи оптимального размещения ЭИИ

Пусть R – поле вещественных чисел, R^n – n -мерное векторное пространство над R с евклидовой нормой $\|\cdot\|_{R^n}$, $col \langle y_1, \dots, y_n \rangle \in R^n$ – вектор-столбец с элементами $y_1, \dots, y_n \in R$ и пусть $M_{n,m} \in R$ – пространство всех $n \times m$ -матриц с элементами из R . Далее, через T_m^k обозначим пространство всех ковариантных тензоров k -ой валентности (вещественных полилинейных форм $f^{k,m} : R_1^m \times \dots \times R_k^m \rightarrow R$) с тензорной нормой $\|f^{k,m}\|_T := \left(\sum_{i \dots j} t_{i \dots j}^2 \right)^{1/2}$, где $t_{i \dots j}$ – коэффициенты (координаты [6, с. 61]) тензора $f^{k,m}$, значения которых заданы (вычисляются) относительно стандартного ортонормированного базиса в евклидовом пространстве R^m .

Пусть $\mathcal{S} = \{ \zeta_i \}_{1 \leq i \leq n}$ – некоторый комплекс точек возможного несанкционированного зондирования электромагнитного сигнала ЭИИ, $v \in R^m$ – вектор пространственно-угловой ориентации ЭИИ с фиксированным началом в точке $\omega \in R^m$, $w(\omega+v)$ – вектор *выходных* сигналов ЭИИ – интенсивность электромагнитного поля ЭИИ в точках $\zeta_i, 1 \leq i \leq n$. В данной постановке выделим

к рассмотрению многомерную стационарную нелинейную функциональную систему типа «вход–выход», задающую интенсивность сигнала ЭИИ в точках пеленгации $\zeta_i, 1 \leq i \leq n$, описываемую векторно-тензорным уравнением регрессии вида:

$$w(\omega + v) \cong \text{col} \left(\sum_{j=0, \dots, k} f_1^{j,m}(\zeta_1, \dots, \zeta_n), \dots, \sum_{j=0, \dots, k} f_n^{j,m}(\zeta_1, \dots, \zeta_n) \right) + \varepsilon(\omega, v) \quad (2.1)$$

$w(\omega + v) \in R^n$, $v \in R^m$, $f_i^{j,m} \in T_m^j$, вектор-функция $\varepsilon(\omega, \cdot): R^m \rightarrow R^n$ класса

$$\|\varepsilon(\omega, v)\|_{R^n} = o \left(\left(v_1^2 + \dots + v_m^2 \right)^{k/2} \right), \quad v = \text{col}(\zeta_1, \dots, \zeta_m); \quad f_i^{0,m}, 1 \leq i \leq n - \text{инварианты, т.е.}$$

тензоры нулевой валентности [6, с. 62] (интенсивность поля в $\zeta_i, 1 \leq i \leq n$ от ЭИИ с «ориентацией» $\omega \in R^m$).

П о с т а н о в к а з а д а ч и «апостериорно-оптимальной» ориентации ЭИИ:

a) Для заданного аргумента $\omega \in R^m$ вектор-функции $w(\cdot): \Omega \rightarrow R^n$ интенсивности ЭИИ в точках $\zeta_i, 1 \leq i \leq n$, где $\Omega \subset R^m$ – открытая окрестность точки ω , и фиксированного индекса k , определить аналитические условия, при которых математическая модель ЭИИ удовлетворяет (соответствует) регрессионной системе (2.1).

б) Построить апостериорные оценки координат у тензоров $f_i^{j,m}, 1 \leq i \leq n, 0 \leq j \leq k=3$ из решения двухкритериальной задачи оптимизации «модели ЭИИ» – параметрическая идентификация нелинейной многомерной регрессионной системы (2.1):

$$\min \left(\sum_{l=1, \dots, q} \left\| w_l - \text{col} \left(\sum_{j=0, \dots, 3} f_1^{j,m}(v_{(l)}, \dots, v_{(l)}), \dots, \sum_{j=0, \dots, 3} f_n^{j,m}(v_{(l)}, \dots, v_{(l)}) \right) \right\|_{R^n} \right)^{1/2}, \quad (2.2)$$

$$\min \left(\sum_{i=1, \dots, n} \sum_{j=0, \dots, 3} \|f_i^{j,m}\|_{T^2} \right)^{1/2};$$

здесь $w_{(l)} \in R^n$, $v_{(l)} \in R^m$, $1 \leq l \leq q$ – суть векторы экспериментальных данных ($w_{(l)}$ – «реакция» на «вариацию» $v_{(l)}$ относительно координат вектора $\omega \in R^m$), q – число экспериментов; ограничений на величину q не накладываем (см. замечание 2.2).

в) Для заданного вектора $\omega \in R^m$ определить для ЭИИ координаты $v^* \in R^m$, обеспечивающие в решении задачи нелинейной « v -оптимизации» минимальную взвешенно-осредненную интенсивность сигнала ЭИИ в точках ζ_i , $1 \leq i \leq n$ при $k=3$:

$$\min_{v \in R^m} F(\omega + v) = \sum_{i=1, \dots, n} r_i w_i(\omega + v) \quad (2.3)$$

где координаты $y = \text{col}(w_1(\omega + v), \dots, w_n(\omega + v)) = w(\omega + v) \in R^n$ имеют аналитическое представление согласно идентифицированной в силу (2.2) модели (2.1), $r_i > 0$ – весовые коэффициенты, отражающие «приоритет» между точками зондирования ζ_i , $1 \leq i \leq n$.

2.2. Существование векторной регрессии в тензорных классах T_m^j , $j \leq k$

В этом параграфе исследуем общие аналитические свойства нелинейных векторных регрессий многих переменных, которые «внешне» похожи на поведение голоморфных функций; задача а) из § 2.1. В связи с этим изложение будет основываться на понятии сильной производной – производной Фреше [75, с. 481]. Данная математическая установка ставит постановку задачи определения остальных аналитических понятий, и в частности k -дифференциалов, через конструкции сильных производных; ниже покажем, что данные дифференциалы по существу можно (а главное удобно) трактовать как некоторые формальные математические конструкции со специальной тензорной структурой (т.е. геометрической полилинейной структурой [5, с. 491]).

О п р е д е л е н и е 2.1 [75, с. 480]. Пусть Ω – открытая область в R^m , w – отображение множества Ω в R^n и ω – некоторая точка из Ω . Если существует такая матрица $A \in M_{n,m}(R)$, что имеет место следующий факт

$$\lim\{\|w(\omega+v)-w(\omega)-Av\|_{R^n}/\|v\|_{R^m}: v \rightarrow 0 \in R^m\}=0, \quad (2.4)$$

то данная матрица A называется производной Фреше от функции w в точке ω .

З а м е ч а н и е 2.1. Не трудно установить, что производная Фреше определяется матрицей частных производных $\partial w_i/\partial v_j$, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq m$ в точке ω (конструкция матрицы Якоби); отметим, однако, что факт существования в точке ω частных производных функций w_1, \dots, w_n (здесь $w = \text{col}(w_1, \dots, w_n)$) еще не обеспечивает наличие производной Фреше из определения 2.1; это положение иллюстрирует следующий достаточно простой пример.

П р и м е р 2.1. Пусть $n=1$, $m=2$, $w(v_1, v_2) = v_1 v_2 / (v_1^2 + v_2^2)^2$ и $w(0,0) = 0$, $\omega = (0,0)$. Ясно, что $\partial w(0,0)/\partial v_1 = \partial w(0,0)/\partial v_2 = 0$. Поэтому, если бы соответствующая производная Фреше существовала, то, как очевидно, это дало бы ее нулевой оператор и, следовательно, соотношение (2.4) дало бы следующее аналитическое положение

$$\lim\{|w(tv_1, tv_2)|/|t|: t \rightarrow 0 \in R, (v_1^2 + v_2^2)^{1/2} = 1\} = 0,$$

между тем в действительности этот предел равен ∞ , если только $v_1 \neq 0$ и $v_2 \neq 0$.

Производную Фреше от w в точке ω будем обозначать через $w^{(1)}(\omega)$. При этом, если производная $w^{(1)}(\omega)$ существует для каждой точки $\omega \in \Omega$, и если, кроме того, $\omega \mapsto w^{(1)}(\omega)$ есть непрерывное отображение из области Ω в $M_{n,m}(R)$, то w называется *непрерывно дифференцируемым* в Ω . В силу отмеченного имеет смысл говорить о производной для отображения $w^{(1)}: \Omega \rightarrow M_{n,m}(R)$ в точке $\omega \in \Omega$, которую, если она существует (при очевидном изоморфизме пространств $M_{n,m}(R)$ и $R^{n \times m}$), называют *второй производной* отображения w в точке ω и обозначают как $w^{(2)}(\omega)$.

Если вторая производная существует в каждой точке множества Ω , то тем самым математически корректно определен оператор $w^{(2)}$, производная

которого называется *третьей производной* отображения w , и вообще *производная* $w^{(k)}(\omega)$ *порядка* k в точке ω есть по определению производная оператора $w^{(k-1)}: \Omega \rightarrow R^{n \times (k-1)m}$, при этом каждой производной $w^{(k)}(\omega)$ естественным образом поставить в соответствие элемент пространства k -линейных (при $k=3$ *трилинейных*; что будет важно в следующем разделе) отображений из $R^m \times \dots \times R^m$ в R^n [75, с. 488]. В такой постановке дифференциал k -го порядка допускает более удобную (и наглядную) интерпретацию в конструкциях ковариантных тензоров из пространства T_m^k .

У т в е р ж д е н и е 2.1. Пусть Ω – открытая область в R^m , w – отображение Ω в R^n и $\omega \in \Omega$. Тогда, если существует производная $w^{(k)}$ порядка k , то сильный дифференциал Фреше k -го порядка $d^k w$ в точке $\omega \in R^m$ при приращении $v \in R^m$ имеет аналитическое представление следующего полилинейного вида:

$$d^k w = w^{(k)}(\omega) \langle v, \dots, v \rangle = \text{col} \langle f_1^{k,m}(\omega, \dots, v), \dots, f_n^{k,m}(\omega, \dots, v) \rangle$$

Следующее утверждение устанавливает важное аналитическое свойство, которым должна обладать вектор-функция w , с целью прояснения: когда отображение w удовлетворяет (конечно, при некоторых разумных дополнительных предположениях о нем) понятию векторно-тензорной регрессии из класса моделей (2.1).

У т в е р ж д е н и е 2.2. Пусть Ω – открытая область в R^m , w – отображение множества Ω в R^n и ω – некоторая точка из Ω . Если существует производная $w^{(k)}(\omega)$, которая равномерно непрерывная функция от ω в Ω , то отображение $w: \Omega \rightarrow R^n$ удовлетворяет системе (2.1) с некоторыми тензорами $f_i^{j,m}$, $1 \leq i \leq n$, $0 \leq j \leq k$.

Утверждение 2.2 – компиляция утверждения 2.1 и теоремы 2 [75, с. 491]; если не накладывать «чрезмерно слабых» требований (по образцу приведенных в примере 2.1) на аналитическую конструкцию вектор-функции нелинейной регрессии $w(\cdot)$.

2.3. Идентификация модели трилинейной регрессии

Рассмотрим случай $k=3$; он даст аналитический подход, доставляющий эстетическое удовольствие в решении поставленных выше задач. В такой постановке система (2.1) примет векторно-матрично-тензорный вид:

$$w \langle \psi, v \rangle = c + A v + \text{col} \left(\langle B_1 v + f_1^{3,m} \langle \dots, v \rangle, \dots, v^T B_n v + f_n^{3,m} \langle \dots, v \rangle \rangle \right) \varepsilon \langle \psi, v \rangle \quad (2.5)$$

$c \in R^n$, $A \in M_{n,n}(R)$, $B_i \in M_{m,m}(R)$, $i=1, \dots, n$ – верхние треугольные¹ матрицы [6, с. 38], верхний индекс «^T» здесь и далее означает операцию транспонирования векторов и матриц; в силу утверждения 2.2 и теоремы 2 [5, с. 491] имеем следующие аналитические представления:

$$c = \text{col}(f_1^{0,m}(v, \dots, v), \dots, f_n^{0,m}(v, \dots, v)) = w(\omega), \quad A = w^{(1)}(\omega).$$

Нет нужды говорить о том, что не могло бы быть никакой общей теории МРА, если бы не существовала некоторая «подходящая» классическая теория с ее запасом «конкретной» информации, формулировкой ряда ключевых понятий и в специальных случаях готовыми «моделями теорем», справедливых в общем случае. В данном контексте параметрическую идентификацию в многокритериальной векторно-тензорной постановке (2.2) для многосвязной статической нелинейной модели типа «черный ящик» в классе регрессий (2.5), свяжем с понятием *нормального псевдорешения* (т.е. канонического решения по методу наименьших квадратов) для конечномерной системы линейных алгебраических уравнений.

О п р е д е л е н и е 2.2 [149, с. 501]. *Нормальным псевдорешением системы*

$$Dx = d, \quad D \in M_{q,p}(R), \quad d \in R^q,$$

называется вектор $x \in R^p$, имеющий наименьшую норму $\|x\|_{R^p}$ среди всех векторов, приносящих минимум для величины нормы $\|Dx - d\|_{R^q}$.

¹ Это позволяет снизить порядок алгебраической системы «ненулевых» тензорных коэффициентов в регрессионном уравнении (2.1).

Далее, обозначим через E_q – единичную $q \times q$ -матрицу и пусть $D \in M_{q,p}(R)$. Через D^+ обозначим обобщенную обратную (псевдообратную) матрицу Мура–Пенроуза [149, с. 500]; известно, что асимптотическая конструкция псевдообратной матрицы имеет следующий аналитический вид (впрочем, мало пригодный для вычислений):

$$D^+ = \lim\{D^T(DD^T + \tau E_q)^{-1} : \tau \rightarrow 0\};$$

условимся, что далее знак « $^+$ » означает операцию псевдообращения матрицы.

Л е м м а 2.1 [149, с. 501]. *Вектор $x = D^+d$ – нормальное псевдорешение системы*

$$Dx = d, \quad D \in M_{q,p}(R), \quad d \in R^q.$$

Пусть $\eta := 1 + m(m^2 + 2m + 3)/2$. Для взаимноувязывания параметров (коэффициентов) нелинейной регрессионной системы (2.5) и данных генеральной выборки обозначим через $\hat{u}_{(l)} \in R^\eta$ вектор, имеющий (с учетом верхней треугольной структуры матриц B_i и тензоров $f_i^{3,m}(v, \dots, v)$, $i = 1, \dots, n$) следующее координатное представление апостериорных данных:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{(l)} := & \text{col}(1, v_{1(l)}, \dots, v_{m(l)}, v_{1(l)}v_{1(l)}, \dots, v_{g(l)}v_{h(l)}, \dots, v_{m(l)}v_{m(l)}, \\ & v_{1(l)}v_{1(l)}v_{1(l)}, \dots, v_{p(l)}v_{r(l)}v_{s(l)}, \dots, v_{m(l)}v_{m(l)}v_{m(l)}), \\ & 1 \leq g \leq h \leq m, \quad 1 \leq p \leq r \leq s \leq m; \\ & \text{col}(v_{1(l)}, \dots, v_{m(l)}) := v_{(l)} \in R^m, \quad 1 \leq l \leq q. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Назовем $U := [\hat{u}_{(1)}, \dots, \hat{u}_{(q)}]^T \in M_{q,\eta}(R)$ *полной матрицей* экспериментальных данных входных воздействий², соответственно, $\beta_i := \text{col}(w_{i(1)}, \dots, w_{i(q)}) \in R^q$ – *полным вектором* экспериментальных данных для выходного сигнала w_i ($i = 1, \dots, n$). Далее, стремясь к линейно-параметрическому описанию коэффициентов нелинейной модели «вход–выход» для выходного ЭИИ-сигнала w_i выпишем согласно системы (2.5) координатную форму правой части тензорного уравнения его регрессии

² Здесь «модель входных воздействий» – некоторый набор тестовых координат ЭИИ при его «эталонном» излучении; точная зависимость модели (2.1) от координатной ориентации ЭИИ, как правило, неизвестна, и ее желательно представить приближенно нелинейной аппроксимацией, что и выражено моделью (2.5), при этом аппроксимация (2.5) более обоснована для небольших отклонений аргумента v относительно координат вектора ω .

$$w_i^{(l)} = c_i + \sum_{1 \leq j \leq m} a_{ij} v_j + \sum_{1 \leq g \leq h \leq m} b_{igh} v_g v_h + \sum_{1 \leq p \leq r \leq s \leq m} d_{iprs} v_p v_r v_s \quad (i=1, \dots, n). \quad (2.7)$$

Теперь введем в рассмотрение η -вектор z_i параметров регрессии

$$z_i := \text{col}(c_i, a_{i1}, \dots, a_{im}, b_{i11}, \dots, b_{igh}, \dots, b_{imm}, d_{i111}, \dots, d_{iprs}, \dots, d_{immm}), \\ 1 \leq g \leq h \leq m, \quad 1 \leq p \leq r \leq s \leq m,$$

для модели регрессии (2.7). Ясно, что в силу уравнения (2.7) любой фиксированный набор из n таких векторов полностью определяет (задает) аналитическое представление модели относительно некоторой системы «вход–выход» типа (2.5).

МНК-алгоритм. *Параметрическая идентификация ЭИИ вида (2.2) в терминах уравнений регрессионной модели (2.5) имеет алгебраическое решение*

$$z_i^* = U^+ \beta_i, \quad i=1, \dots, n; \quad (2.8)$$

здесь U – полная матрица экспериментальных данных входных воздействий (2.6), β_i – полный вектор экспериментальных электромагнитных данных (замеров) выходного сигнала ЭИИ w_i ($i=1, \dots, n$), индуцированного воздействиями (2.6).

Действительно, нелинейная система уравнений (2.5) для каждого l -того эксперимента согласно соотношений (2.6), (2.7) приобретает компактный вид

$$w_{i(l)} = \hat{u}_{(l)}^T z_i + \varepsilon_{i(l)}, \quad i=1, \dots, n.$$

Таким образом, если переформулировать (очевидным образом) оптимизационную задачу параметрической идентификации вида (2.2) в векторно-матричных терминах z_i , β_i , U , то приходим к следующей многокритериальной постановке относительно векторов параметров ЭИИ для регрессионной модели z_i , $i=1, \dots, n$:

$$\begin{cases} \min \|\beta_1 - Uz_1\|_{R^q}, \\ \min \|z_1\|_{R^\eta}, \\ \min \|\beta_i - Uz_i\|_{R^q}, \\ \min \|z_i\|_{R^\eta}, \\ \min \|\beta_n - Uz_n\|_{R^q}, \\ \min \|z_n\|_{R^\eta}, \end{cases}$$

Очевидно, что в силу определения 2.2 и леммы 2.1 данная многокритериальная система имеет (в задаче параметрической идентификации системы (2.5)) единственное нормальное псевдорешение (2.8) относительно переменных $z_i, i=1, \dots, n$.

С л е д с т в и е. [7, с. 263]. Пусть $z_i^* = U^+ \beta_i, i=1, \dots, n$. Тогда каждый вектор z параметров регрессионной модели (2.5) (характеризующей интенсивность ЭИИ) такой, что имеет место $z \neq z_i^*$, удовлетворяет одному из двух условий:

$$\begin{aligned} a) & \|\beta_i - Uz\|_{R^q} > \|\beta_i - Uz_i^*\|_{R^q}; \\ б) & \|\beta_i - Uz\|_{R^q} = \|\beta_i - Uz_i^*\|_{R^q} \text{ и } \|z\|_{R^\eta} > \|z_i^*\|_{R^\eta}. \end{aligned}$$

З а м е ч а н и е 2.2. Качественные оценки *а), б)* следствия 2.1 в основном зависят от объема апостериорной информации – количества экспериментов q , а именно, если $q > \eta$, то, как правило, реализуется пункт *а)*, если $q \leq \eta$ – наиболее вероятно, что имеет место методологическая позиция, т.е. «оценка», выраженная в п. *б)*.

В следующих двух параграфах приступим к многомерному геометрическому исследованию свойств и координат «минимаксных» решений нелинейной векторной регрессии (2.5). Важной чертой полученных ниже аналитических результатов в решении оптимизационной задачи (2.3) является по существу их прямая алгебраическая зависимость от идентифицированных в рамках задачи (2.2) параметров тензорной структуры системы уравнений интенсивности поля ЭИИ (2.5).

2.4. Оптимальное размещение ЭИИ на базе билинейной модели

Начнем с редукции конструкции регрессионной системы (2.5) при $k=2$, приводящей к векторно-матричному виду

$$w(\omega+v)=c+Av+\text{col}(v^T B_1 v, \dots, v^T B_n v); \quad (2.9)$$

это «грубое уточнение» имеет довольно специальный (частный) характер нелинейной векторной регрессии ЭИИ, но его использование в потенциале позволит привлечь прямые вычислительные алгоритмы в оценке «оптимального» вектора координат установки ЭИИ, что сможет послужить «начальной точкой» в итерационной процедуре построения последовательности улучшения допустимого вектора пространственно-угловой ориентации ЭИИ (см., например, утверждение 2.7).

У т в е р ж д е н и е 2.3. Пусть $B_i^* := (B_i + B_i^T) \in M_{m,m}(R)$, где матрица B_i идентифицирована согласно билинейно-тензорной регрессии (2.9). Тогда при варьировании координат вектора $v \in R^m$ показатель интенсивности ЭИИ (в точке ζ_i) вида:

$$J_i(v) := w_i(\omega+v), \quad (i=1, \dots, n)$$

может, в силу идентифицированных уравнений (2.9) регрессии интенсивности электромагнитного поля ЭИИ, иметь внутренний экстремум только в точке v_i^* :

$$v_i^* = -B_i^{*-1} A^T e_i \in R^m, \quad (2.10)$$

где $\{e_1, \dots, e_n\}$ – стандартный базис в пространстве «пеленгации» R^n .

Если $v^T B_i^* v$ – отрицательно определенная квадратичная форма, то функционал качества $J_i(v)$ имеет в точке v_i^* максимум, если $v^T B_i^* v$ – положительно определенная квадратичная форма, то $J_i(v)$ претерпевает в точке v_i^* минимум; в обоих случаях v_i^* – стационарная точка эллиптического типа.

Наконец, если $v^T B_i^* v$ может принимать как положительные, так и отрицательные значения (с $v^T B_i^* v \neq 0$ при $v \neq 0$), то экстремум отсутствует, а v_i^* – точка установки ЭИИ гиперболического типа (седловая точка).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Для показателя качества $J_i(v)$ на множестве значений линейно-квадратичной формы (2.9) необходимое условие наличия локального экстремума определяет следующие аналитические условия:

$$\text{col}(\partial(e_i^T A v + 2^{-1} v^T B_i^* v) / \partial v_1, \dots, \partial(e_i^T A v + 2^{-1} v^T B_i^* v) / \partial v_m) = 0 \in R^m,$$

определяет [5, с. 500] в пространстве R^m геометрические координаты (2.10) для стационарной точки v_i^* относительно вариаций функционала $J_i(v)$, в то время как знакоопределенность второго дифференциала, определяемого выражением

$$d^2 J_i(v^*) = \sum_{1 \leq g, p \leq m} \partial^2 J_i(v) / \partial v_g \partial v_p \Big|_{v^*} v_g v_p$$

доставляет в точке размещения ЭИИ с пространственными координатами (2.10) достаточные условия [75, с. 504] экстремума для стационарной точки v_i^* .

З а м е ч а н и е 2.3. Координаты стационарной точки (2.10) позволяют ответить на вопрос о значении функционала $J_i(v)$ когда данная точка является точкой минимума или относительно максимума (точка установки датчика шума).

С л е д с т в и е 2.2. Если матрица B_i^* является положительно определенной (аналогично, отрицательно определенной), то минимальное (соответственно, максимальное) значение электромагнитной наблюдаемости ЭИИ в ζ_i равно

$$J_i(v^*) = c_i - e_i^T A B_i^{*-1} A^T e_i / 2,$$

где c_i – i -ая координата вектора $c \in R^n$ билинейно-тензорной системы (2.9).

Каждый функционал $J_i(v)$, $i=1, \dots, n$ при соответствующем истолковании может быть обобщен на случай комплексного целевого функционала (2.3), который рассмотрим ниже. Таким образом, утверждение 2.4 и формула (2.10) позволяют за конечную последовательность простых действий вычислять координаты стационарной точки задачи оптимизации (2.3); данные координаты v определяют в терминах идентифицированных стационарных коэффициентов системы (2.9) геометрические параметры позиционного режима защиты функционирования ЭИИ:

У т в е р ж д е н и е 2.4. Пусть $B_i^* := (B_i + B_i^T) \in M_{m,m}(R)$, $i=1, \dots, n$. Тогда стационарная точка $v^* \in R^m$ задачи минимизации (2.3) интенсивности (2.9) сигнала ЭИИ в комплексе точек его пеленгации $\{\zeta_i\}_{1 \leq i \leq n}$ имеет следующий вид:

$$v^* = -(r_1 B_1^* + \dots + r_n B_n^*)^{-1} A^T (r_1 e_1 + \dots + r_n e_n), \quad (2.11)$$

при этом достаточным условием, что решение v^* обеспечивает качество

$$\min\{F(v): v \in R^m\}$$

является требование: стационарная точка v^* имеет эллиптический тип, т.е.

$$\det [b_{ij}]_p > 0, \quad p=1, \dots, m, \quad (2.12)$$

где $[b_{ij}]_p \in M_{p,p}(R)$ – главные подматрицы [6, с. 30] матрицы, определяемой как

$$B^* := (r_1 B_1^* + \dots + r_n B_n^*) \in M_{m,m}(R),$$

эквивалентно: собственные значения λ_i матрицы B^* отвечают неравенствам

$$\lambda_i > 0, \quad i=1, \dots, m. \quad (2.13)$$

З а м е ч а н и е 2.4. Если алгебраические условия (2.12), (2.13) не выполняются, то критическая точка (2.11) является либо гиперболической (т.е. седловой), либо параболической точкой и, следовательно, требуется дополнительный геометрический анализ «параметров-координат» ЭИИ (2.11). Говоря более формально наличие седловой точки гарантирует смена хотя бы в одном (но не во всех) отношении неравенства «>» из (2.12), (2.13) на «<», при этом аналогичная смена «>» на рефлексивное неравенство « \geq », возможно вызывает в стационарной точке (2.11) структуру параболической точки.

Изложенный подход методологически расширяет [115, 116] стандартную процедуру планирования эксперимента [5, 72, 13]. При этом, если расчетные (прогнозируемые) координаты стационарной точки (2.11) по каким-либо физико-техническим параметрам выходят за область адекватности идентифицированной модели (2.9), то необходимо провести дополнительный натурный эксперимент, т.е. осуществить замер с вектором v , максимально близким к точке (2.11), координат ЭИИ с внесением полученного результата в расширенную матрицу экспериментальных данных U . После чего необходимо сделать пересчет [115] всех вышеизложенных этапов процесса оптимизации

координат источника излучения; при необходимости подобный эксперимент, параметрическую идентификацию (2.9) и оптимизацию (2.3) необходимо повторить. Другой подход МРА – использование трилинейной формы (2.5), что составит предмет исследования следующего параграфа.

2.5. Экстремальные свойства трилинейной формы регрессии ЭИИ

В этом параграфе рассмотрим задачу оптимизации в постановке п. в) § 2.1 и обсудим для неё алгоритмическую технику построения «оптимального управления» $v^* \in R^m$. Но прежде рассмотрим данную задачу в варианте оптимизации *отдельной* переменной (заданной точки пеленгации ζ_i) ЭИИ-вектора $w(\omega+v) \in R^n$.

У т в е р ж д е н и е 2.5. Пусть

$$B_i^* = (B_i + B_i^T) \in M_{m,m}(R), (i=1, \dots, n),$$

где B_i – матрица идентифицированной трилинейно-тензорной регрессионной системы (2.5). Тогда при варьировании координат вектора «управляющих воздействий» $v \in R^m$ показатель функционального качества (интенсивность электромагнитного поля ЭИИ в точке пеленгации ζ_i) вида

$$J_i(v) = w_i(\omega+v), \quad i=1, \dots, n$$

может иметь внутренний локальный экстремум (при $\varepsilon(\omega, v) = 0$) только в точке v^* , удовлетворяющей решению нелинейного (билинейного) уравнения:

$$v = -B_i^{*-1} (A^T e_i + \partial f_i^{3,m}(v, \dots, v) / \partial v) \in R^m, \quad (2.14)$$

где $\{e_1, \dots, e_n\}$ – стандартный базис в R^n , при этом справедливы положения:

– если $v^T \left(B_i^* + 2 \sum_{1 \leq g, p \leq m} \partial^2 f_i^{3,m}(\zeta, \dots, v) \partial v_g \partial v_p \Big|_{v^*} \right) v$ – отрицательно определенная квадратичная форма, то функционал качества $J_i(v)$ имеет в v^* максимум;

– если $v^T \left(B_i^* + 2 \sum_{1 \leq g, p \leq m} \partial^2 f_i^{3,m}(\zeta, \dots, v) \partial v_g \partial v_p \Big|_{v^*} \right) v$ – положительно определенная квадратичная форма, то функционал качества $J_i(v)$ имеет в v^* минимум;

относительного минимума (или максимума), что констатирует следующее предложение:

С л е д с т в и е 2.3. Если $B_i^* + 2 \sum_{1 \leq g, p \leq m} \partial^2 f_i^{3,m}(\zeta_1, \dots, \zeta_n) \partial v_g \partial v_p |_{v^*}$ является отрицательно определенной (аналогично, положительно определенной) матрицей, то максимальное (соответственно, минимальное) значение функционала J_i равно

$$J_i(v^*) = c_i + e_i^T A v^* + f_i^{3,m}(v^*, \dots, v^*),$$

где c_i – i -ая координата вектора $c \in R^n$ системы (2.5), v^* – решение (2.14).

Переходим теперь к исследованию более сложного (задача п. в) § 2.1) варианта задачи оптимизации характеристик трилинейной формы электромагнитного поля ЭИИ в точках $\{\zeta_i\}_{1 \leq i \leq n}$, который играет фундаментальную роль в более реалистических и одновременно более трудных задачах МРА при расчете оптимальных параметров режима функционирования ЭИИ. Его основой является методологическое положение – каждый функционал $J_i(v)$, $1 \leq i \leq n$ при соответствующем истолковании может быть обобщен на случай целевого функционала (2.3). Таким образом, утверждение 2.6 и формула (2.14) позволяют за конечную последовательность алгоритмических действий найти лишь приближенные координаты стационарной точки задачи оптимизации (2.3) установки ПЭВМ.

У т в е р ж д е н и е 2.6. Пусть $B_i^* = (B_i + B_i^T) \in M_{m,m}(R)$, $1 \leq i \leq n$, где каждая B_i – матрица регрессионной системы (2.5). Тогда $v^* \in R^m$ – стационарная точка задачи оптимизации (2.3) (задача минимизации «взвешенно-осредненной» оценки поля ЭИИ в точках $\{\zeta_i\}_{1 \leq i \leq n}$) имеет вид решения нелинейного векторного уравнения:

$$v = \varphi(v) := -(r_1 B_1^* + \dots + r_n B_n^*)^{-1} (A^T \text{col}(r_1, \dots, r_n) + r_1 \partial f_1^{3,m}(v, \dots, v) / \partial v + \dots + r_n \partial f_n^{3,m}(v, \dots, v) / \partial v), \quad (2.15)$$

при этом достаточным условием, что v^* обеспечивает для электромагнитного поля ЭИИ в точках пеленгации $\{\zeta_i\}_{1 \leq i \leq n}$ качество его интенсивности вида

$$\min_{\mathbf{v} \in R^m} F(\mathbf{v}) = \sum_{i=1, \dots, n} r_i J_i(\mathbf{v})$$

является следующее требование: стационарная точка \mathbf{v}^* минимума сигнала ПЭВМ в $\{\zeta_i\}_{1 \leq i \leq n}$ имеет специальный эллиптический тип, равносильный положению

$$\det [b_{ij}]_p > 0, \quad p=1, \dots, m, \quad (2.16)$$

где $[b_{ij}]_p \in M_{p,p}(R)$, $p=1, \dots, m$ – главные подматрицы [6, с. 30] матрицы

$$B^* := \left(r_1 \left(B_1^* + 2 \sum_{1 \leq g, p \leq m} \partial^2 f_1^{3,m}(\mathbf{v}, \dots, \mathbf{v}) \partial v_g \partial v_p \Big|_{\mathbf{v}^*} \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + \left(r_n \left(B_n^* + 2 \sum_{1 \leq g, p \leq m} \partial^2 f_n^{3,m}(\mathbf{v}, \dots, \mathbf{v}) \partial v_g \partial v_p \Big|_{\mathbf{v}^*} \right) \right) \right) \in M_{m,m}(R)$$

что эквивалентно: характеристические числа λ_p матрицы B^* отвечают

$$\lambda_p > 0, \quad p=1, \dots, m. \quad (2.17)$$

Доказательство. Функционал $F(\mathbf{v}): R^m \rightarrow R$ – дважды непрерывно дифференцируем³, поэтому доказательство повторяет вывод утверждения 2.3; необходимые условия экстремума имеют [75, с. 500] вид системы из n уравнений:

$$r_1 \partial (c_1 + e_1^T A v + v^T B_1 v + f_1^{3,m}(v, \dots, v)) / \partial v_1 + \dots \\ \dots + r_i \partial (c_i + e_i^T A v + v^T B_i v + f_i^{3,m}(v, \dots, v)) / \partial v_1 + \dots \\ \dots + r_n \partial (c_n + e_n^T A v + v^T B_n v + f_n^{3,m}(v, \dots, v)) / \partial v_1 = 0, \\ \dots \\ r_1 \partial (c_1 + e_1^T A v + v^T B_1 v + f_1^{3,m}(v, \dots, v)) / \partial v_m + \dots \\ \dots + r_i \partial (c_i + e_i^T A v + v^T B_i v + f_i^{3,m}(v, \dots, v)) / \partial v_m + \dots \\ \dots + r_n \partial (c_n + e_n^T A v + v^T B_n v + f_n^{3,m}(v, \dots, v)) / \partial v_m = 0,$$

что эквивалентно системе из n билинейных алгебраических уравнений:

$$r_1 (e_1^T A \hat{e}_1 + \hat{e}_1^T B_1 v + \hat{e}_1^T B_1^T v + \partial f_1^{3,m}(v, \dots, v) / \partial v_1) + \dots \\ \dots + r_i (e_i^T A \hat{e}_1 + \hat{e}_1^T B_i v + \hat{e}_1^T B_i^T v + \partial f_i^{3,m}(v, \dots, v) / \partial v_1) + \dots \\ \dots + r_n (e_n^T A \hat{e}_1 + \hat{e}_1^T B_n v + \hat{e}_1^T B_n^T v + \partial f_n^{3,m}(v, \dots, v) / \partial v_1) = 0, \\ \dots \\ r_1 (e_1^T A \hat{e}_m + \hat{e}_m^T B_1 v + \hat{e}_m^T B_1^T v + \partial f_1^{3,m}(v, \dots, v) / \partial v_m) + \dots$$

³ Это гарантирует равенство смешанных производных $\partial^2 F(v, \dots, v) / \partial v_g \partial v_p$ для всех $g, p=1, \dots, m$ [20, с. 189].

$$\begin{aligned} & \dots + r_i (e_i^T A \hat{e}_m + \hat{e}_m^T B_i v + \hat{e}_m^T B_i^T v + \partial f_i^{3,m}(v, \dots, v) / \partial v_m) + \dots \\ & \dots + r_n (e_n^T A \hat{e}_m + \hat{e}_m^T B_n v + \hat{e}_m^T B_n^T v + \partial f_n^{3,m}(v, \dots, v) / \partial v_m) = 0. \end{aligned}$$

Последнее представление обоснованно приводит к решению (численному) системы нелинейных алгебраических уравнений (2.15); о тонких деталях этого решения поговорим ниже (утверждение 2.7). Доказательство завершено.

Для завершения анализа задачи (2.3) посредством утверждение 2.7, остается исследовать численное решение нелинейного алгебраического уравнения $v = \varphi(v)$. Наиболее аналитически изящный способ связан с применением принципа Каччопполи–Банаха [63, с. 605]. С этой целью в решении уравнения (2.15) воспользуемся алгоритмом *приближенного* нахождения этого решения по методу «последовательных приближений» [75, с. 76].

Пусть $\|\cdot\|_M$ – матричная норма в $M_{m,m}(R)$, согласованная [89, с. 181] с $\|\cdot\|_{R^m}$, Ω – замкнутая выпуклая область в R^m , и пусть зафиксирован некоторый вектор $v_0 \in \Omega$. Скажем, что отображение $\varphi(\cdot): \Omega \rightarrow \Omega$ – *сжатие* в Ω , если найдется число $0 < \alpha < 1$, для которого при всех $v \in \Omega$ имеет место $\|\varphi^{(1)}(v)\|_M \leq \alpha$, где $\varphi^{(k)}(v)$ – производная Фреше (матрица-якобиан из пространства $M_{m,m}(R)$) функции φ в точке v .

У т в е р ж д е н и е 2.7. *Если $v \mapsto \varphi(v)$ – сжатие в области Ω , то существует единственный корень (решение) $v^* \in \Omega$ уравнения $v = \varphi(v)$, причем решение v^* можно получить как предел*

$$\lim \{v_i: v_{i+1} = \varphi(v_i), v_0 \in \Omega, i=0, 1, \dots\},$$

при этом скорость сходимости последовательности $\{v_i\} \subset \Omega$ к решению v^ в этих условиях сжатия определяет следующее геометрическое неравенство*

$$\|v^* - v_i\|_{R^m} \leq \alpha^i \|v_1 - v_0\|_{R^m} / (1 - \alpha), i=0, 1, \dots,$$

которое задает (при $i=0$) в пространстве R^m область расположения корня v^ :*

$$\|v^* - v_0\|_{R^m} \leq \|v_1 - v_0\|_{R^m} / (1 - \alpha).$$

Доказательство. Используя формулу (9) [75, с. 483] конечных приращений и тот факт, что если отображение имеет сильную производную, то оно имеет и слабую, причем сильная и слабая производные совпадают, доказательство утверждения 2.8 сводится к вполне прозрачной модификации теоремы 1 [63, с. 605].

Следствие 2.4.⁴ Число итераций « i » в процессе $\{v_i\}$, при которых

$$\|v^* - v_i\|_{R^m} \leq \delta = \text{const} > 0, \quad (2.18)$$

возможно (при округлении с «уменьшением до целого») не менее чем

$$\ln(\|v_1 - v_0\|_{R^m} / \delta (1 - \|\varphi^{(1)}(v_0)\|_M)) / \ln(1 / \|\varphi^{(1)}(v_0)\|_M), \quad (2.19)$$

при этом i -номер «остановки» последовательности $\{v_i\}$ по критерию (2.18), заведомо не больше (при округлении с «увеличением до целого») чем число:

$$\ln(\|v_1 - v_0\|_{R^m} / \delta (1 - \alpha)) / \ln(1 / \alpha). \quad (2.20)$$

Эвристический характер правила остановки итерационного процесса $\{v_i\}$, когда не знаем ни истинного решения v^* , ни действительных границ области сжатия Ω , вынуждает увеличивать «с запасом» точность δ при выполнении критерия (2.18).

Ясно, что оценка (2.19) поддается расчету, поскольку якобиан $\varphi^{(1)}(v_0)$ вычисляется согласно (2.15), тогда как (2.20) требует дополнительного определения α .

Геометрическая оценка $\|v^* - v_0\|_{R^m} \leq \|v_1 - v_0\|_{R^m} / (1 - \alpha)$ области нахождения решения v^* позволяет, в варианте $v \in W \subset R^m$, W – ограниченная замкнутая область, построить конечное покрытие [69] компакта W , на основе которого численно выявить корни уравнения (2.15) – критические точки функционала $F(\cdot)$ в W при « φ -сжатии» (см. также ниже сноску 6).

Если при фиксированной паре (Ω, v_0) корень уравнения $v = \varphi(v)$ приводит, в отличие от условия (2.17), к $\lambda_p < 0$, $p = 1, \dots, m$, то в точке v^* (исходя из общей

⁴ Зависимость $\varphi^{(1)}(v_0)$ от коэффициентов r_i , $1 \leq i \leq n$ из (2.3) «регулирует» формула (2.15) и теорема 3 [11, с. 608].

задачи защиты излучения ПЭВМ), можно размещать датчик электромагнитных помех.

Наконец отметим, если означенный выше метод «оператора сжатия» не работает (например, при оценке $\|\varphi^{(1)}(v_0)\|_M > 1$), то для численного решения функционального уравнения (2.15) можно использовать метод Ньютона–Канторовича [63, с. 669] в варианте уравнения

$$P(v)=0, P(v):=v-\varphi(v).$$

При этом в качестве начальной точки v_0 в итерационной схеме сходимости (теорема 5 [63, с. 677]), может выступать вектор, равный геометрическому положению «квазиоптимальной ориентации ЭИИ»:

$$v_0=-(r_1B_1^*+\dots+r_nB_n^*)^{-1}A^T\text{col}(r_1,\dots,r_n),$$

которое в силу уравнения (2.15) представляет решение задачи оптимального размещения ЭИИ согласно критерия (2.3), когда в уравнении (2.1) регрессионное представление задано ковариантными тензорами валентности $k=2$.

2.6. Выводы

Задачей главы являлось дать точное и удобное определение нелинейной векторной регрессии на языке тензорной алгебры, на котором данные регрессионные модели были бы компактны и удобны в обращении, при этом (попутно) определена «алгоритмическая процедура» построения данной апостериорной модели, описывающей «взвешенно-осредненную» интенсивность электромагнитного поля ЭИИ в точках возможного несанкционированного приема его сигнала (в частности, от информативного сигнала дисплея ПЭВМ). На базе минимизации этой «оценки» получен [156] итерационный алгоритм расчета оптимальных координат установки (пространственной ориентации)⁵ ЭИИ из расчета электромагнитной скрытности излучения ЭИИ в заданных точках возможного несанкционированного

⁵ Полученный результат означает, что к дифференциальному уравнению интенсивности ЭИИ применима теорема о неявной функции [5, с. 565]. С помощью этой теоремы может быть получено утверждение о дифференцируемой зависимости [5, с. 570] решения дифференциального уравнения интенсивности ЭИИ от координат вектора v .

сканирования его поля (или установки датчиков «помех» при условии, что регрессионная модель (2.1) описывается тензорами валентности 3).

Изложенные в главе идеи можно развить⁶ в нескольких направлениях теоретико-прикладных изысканий МРА по совершенствованию предложенных выше алгоритмов оптимальной пространственно-угловой ориентации ЭИИ, а также расширению рамок адекватности регрессионных уравнений по дистанционной интенсивности ЭИИ за счет исследования факторов их нелинейности [132, 176]:

– на расширение трилинейно-тензорной формы (2.5) уравнений регрессии на базе утверждения 2.2 при разложении вектор- функции $v \rightarrow w(\omega+v)$ ковариантными тензорами $f_i^{j,m}$, $1 \leq i \leq n$, $0 \leq j \leq k$ валентности $k > 3$;

– на разработку процедуры выбора весовых коэффициентов r_i , $1 \leq i \leq n$ критерия (2.3), обеспечивающих эллиптический характер стационарной точки (2.15) целевого функционала F , исходя из алгебраических условий (2.16) или, равносильно, (2.17), задействуя подходы по робастной устойчивости матриц [107, 116];

– на задачу оптимизации установки ЭИИ в математической постановке (2.3) нелинейного невыпуклого программирования⁷, когда $k \geq 3$ и $v \in W \subset R^m$, где W – ограниченная, несвязная, невыпуклая область с «квазифрактальной» границей [110];

⁶ Большинство систем моделирования, описанных в различных статьях и книгах, по-видимому, никогда не были реализованы и могут рассматриваться в лучшем случае как теоретические. Здесь нелишне подчеркнуть, что с инженерной точки зрения, сложность оправдана только тогда, когда она приводит действительно к улучшению рабочих характеристик или когда проблема не может быть разрешена более простым образом.

⁷ *Реплика:* Допустим, что можно быстро вычислять значения функционала F в точках некоторой сетки на плоскости V , образующей сечение пространства R^m , являющегося областью задания функционала F . Полученный таким образом «график» функционала двух переменных (поверхность V) проектируется на экран монитора (программы вычисления аксонометрических проекций имеются в готовом виде). Тогда можно быстро обнаружить область или несколько областей, где функционал может принимать минимальные значения. Путем быстрого изменения масштаба и увеличения (т.е. подразделения таких «подозреваемых на минимум» областей на большее число точек) ЭВМ может действовать как «сколь угодно сильный микроскоп». Таким образом, вместо слепых рецептов, входящих в программу поиска критических точек, вступит в действие зрительное восприятие человека, которое «срабатывает» все еще намного быстрее, чем любая известная программа автоматического распознавания.

– на решение математической задачи по оптимальному выбору мест установки датчиков электромагнитных помех в означенной выше области W для «подавления» точек $\{\zeta_i\}_{1 \leq i \leq n}$ возможной «несанкционированной» пеленгации сигнала ЭИИ;

– на задачу размещения в заданном регионе станций сотовой связи при их фиксированном количестве;

– на регрессионные модели с нестационарными переменными и ограничениями на параметры на основе микропроцессорных контроллеров [70, 103].

Полученные в главе результаты прошли практическую проверку в ходе научно-исследовательских работ, выполненных при участии автора для ряда организаций и целевых научно исследовательских проектов:

Программа фундаментальных исследований № 15 Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН;

Госбюджетная тема: «Компьютерное моделирование электромагнитной скрытности ПЭВМ», № госрегистрации 01201252356.

Основные результаты главы опубликованы в [114, 115, 116, 156].

ГЛАВА 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ ПОЛЯ ИЗ РАСЧЕТА МИНИМИЗАЦИИ СИГНАЛА СКаниРОВАНИЯ ЕГО НАПРЯЖЕННОСТИ

Если всмотреться в уравнения *статики* электромагнетизма уравнений Максвелла, то можно обнаружить [110], что для общих математических свойств векторных полей два предмета – электростатика и магнитостатика – являются идеальными физико-математическими объектами; в итоге объединяющими электричество и магнетизм. Электростатика – чистый пример векторного поля с *нулевым ротором* и *заданной дивергенцией*, а магнитостатика – чистейший пример поля с *нулевой дивергенцией* и *заданным ротором*. Более общепринятый (и, быть может, с чей-то точки зрения более удовлетворительный) путь изложения теории электромагнетизма состоит в том, чтобы начать с электростатики и «узнать» тем самым всё про дивергенцию; при этом магнитостатику и ротор можно ставить (математически) как очевидную симметрию. Поэтому для верификации вышеизложенного подхода рассмотрим как пример вариант с электростатическим полем, который в целом не несет практической нагрузки.

3.1. Модель напряженности изотропного электростатического поля

Применяя закон Кулона

$$F=(q_1q_2/r^2)e_{12}, \quad (3.1)$$

где F – сила, действующая на заряд q_1 со стороны заряда q_2 и e_{12} – единичный вектор, направленный от заряда q_1 к заряду q_2 , а r – расстояние между q_1 и q_2 , удобно ввести понятие *напряженности* электростатического поля. Говоря формально, напряженность E электростатического поля в любой фиксированной пространственной точке (x_1, y_1, z_1) это сила, действующая со стороны прочих зарядов на *единицу* заряда q_1 ; т.е. деля соотношение (3.1) на

величину q_1 , получаем для действия всех зарядов (принцип суперпозиции), кроме q_1

$$E(x_1, y_1, z_1) = (q_2/r^2) \mathbf{e}_{12}, \quad (3.2)$$

при этом считаем, что вектор $E(x_1, y_1, z_1)$ описывает «нечто», существующее в точке (x_1, y_1, z_1) , даже если в ней нет заряда q_1 (в предположении, что все прочие заряды сохранили свои геометрические позиции).

Таким образом, напряженность электростатического поля E – это вектор, так что в (3.2) на самом деле написаны три уравнения, – по одному для каждой координаты; расписав x -координату для E в явном виде, получаем

$$E_x(x_1, y_1, z_1) = q_2(x_1 - x_2) / ((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2)^{3/2}, \quad (3.3)$$

и точно также для остальных координат.

Если зарядов много, то напряженность E в любой точке (x_1, y_1, z_1) , очевидно, равна сумме вкладов от всех зарядов. Каждый член в сумме будет выглядеть как уравнение (3.2) или (3.3); в зависимости от ориентации системы координат. Пусть q_i – величина i -го заряда а r_i – смещение q_i от точки (x_1, y_1, z_1) . Тогда в силу принципа суперпозиции имеет место закон:

$$E(x_1, y_1, z_1) = \sum_{i \neq 1} q_i / r_i^2 \mathbf{e}_{i1} \quad (3.4)$$

что означает, конечно,

$$E_x(x_1, y_1, z_1) = \sum_{i \neq 1} q_i (x_1 - x_i) / ((x_1 - x_i)^2 + (y_1 - y_i)^2 + (z_1 - z_i)^2)^{3/2}, \quad (3.5)$$

и т.д.; до тех пор, пока исследователю всё равно, что происходит в малых масштабах, описание электростатики (3.4), (3.5) вполне законно.

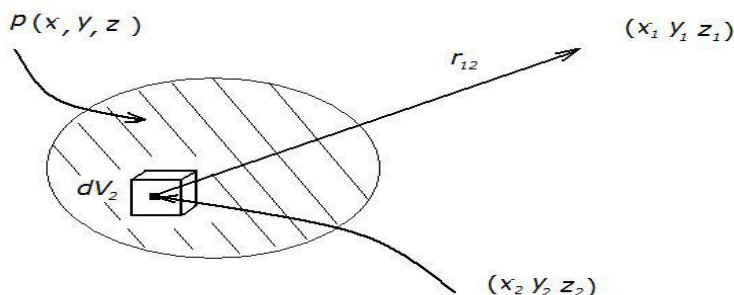


Рис. 3.1. Сплошное «пятно» распределения

Часто бывает удобно игнорировать тот факт, что заряды всегда существуют в виде отдельных «материальных кусочков», таких, как электроны или протоны, а считать, что они «размазаны сплошным пятном», или, как говорят, описываются *распределением* – рис. 3.1. Распределение заряда описывается *плотностью заряда* $\rho(x,y,z)$. Если количество заряда в небольшом пространственном объеме ΔV_2 вокруг точки (x_2, y_2, z_2) есть Δq_2 , то ρ определяется равенством

$$\Delta q_2 = \rho(x_2, y_2, z_2) \Delta V_2.$$

Пользуясь теперь законом Кулона при непрерывном распределении заряда, можно заменить в уравнениях (3.4), (3.5) суммы на интегралы по всему объему, содержащему заряды, в итоге получается:

$$E_{(x_1, y_1, z_1)} = \int_{\infty} \frac{1}{r_{12}^2} \rho_{(x_2, y_2, z_2)} \vec{e}_{12} dV_2; \quad (3.6)$$

некоторые предпочитают писать

$$E_{(x_1, y_1, z_1)} = \int_{\infty} \frac{1}{r_{12}^3} \rho_{(x_2, y_2, z_2)} \vec{r}_{12} dV_2; \quad (3.7)$$

где \vec{r}_{12} – вектор смещения от точки (x_2, y_2, z_2) к точке (x_1, y_1, z_1) (см. рис. 3.1). Если проводить интегрирование до «логического конца», очевидно, приходится расписывать интегралы подробнее. Далее, для x -координаты напряженности электростатического поля E уравнения (3.6), (3.7) преобразуются к явному виду

$$E_x(x_1, y_1, z_1) = \int_{\infty} \frac{1}{r_{12}^3} \rho_{(x_2, y_2, z_2)} (x_1 - x_2) \left[\frac{x_1 - x_2}{r_{12}} + \frac{y_1 - y_2}{r_{12}^2} + \frac{z_1 - z_2}{r_{12}^2} \right] dx_2 dy_2 dz_2. \quad (3.8)$$

Пользуясь этими интегралами, можно найти напряженность поля заряженных: плоскости, линии, сферы и любого выбранного распределения; так что по существу всё сделано и остаётся только проделать интегрирования по трем переменным в силу (3.8). Эта работа в самый раз для ЭВМ! Но ниже не будем вычислять что-либо согласно формулы (3.8). Она приведена здесь только для того, чтобы подчеркнуть, что интегральное уравнение (3.8) полностью решает те электростатические задачи, в которых известно расположение всех зарядов.

3.2. Общие положения в проектировании программной среды для решения задачи выбора места оптимальной защиты ПЭВМ

Программная реализация решения задачи нелинейного анализа оптимальной установки ПЭВМ при несанкционированном сканировании её электромагнитного поля относится к классу проектирования сложных систем. И сразу возникает вопрос: что же такое «сложная система»? Понятие это неформальное, и обычно, говоря о сложных системах, перечисляют их основные особенности:

- наличие большого числа разнородных элементов (подсистем);
- неоднородность связей между подсистемами;
- нелинейный характер функций, выполняемых системой.

Однако понятно, что каждая из этих особенностей может оказаться существенной или несущественной: в конце концов все зависит от конкретной ситуации и целей исследования. Поэтому более универсальный способ выделения класса сложных систем связан со сложностью самого *процесса исследования* системы. Если методика математического моделирования приводит к успеху сразу же, «за один ход», то нет оснований называть такую систему «сложной». Таким образом, введение этого термина оправдано (!), если решить задачу в исходном виде не удастся. В этом случае задача разбивается на несколько вспомогательных подзадач, решаемых отдельно. Такой прием называется *декомпозицией* и является основным методом исследования сложных систем.

При декомпозиции исходная система делится на подсистемы, а цель – на подцели. Далее, для решения каждой подзадачи пользуются той же методикой, что для всей системы. Если в ходе решения (а возможно, и до того) какие-то из подзадач окажутся слишком сложными (с позиции организации методологии вычислительного процесса), то снова проводится декомпозиция, при этом возникают подзадачи следующего уровня и т.д. Результатом этого процесса

является *структуризация* системы: исходная система приобретает иерархическую (многоуровневую) структуру [97, 98]. Соответствующая структура возникает и в множестве подцелей; она называется *деревом целей*, поскольку представляет собой граф⁸ типа дерева (без циклов).

Вообще теория графов как методология является естественным математическим аппаратом описания сложных систем [65]. Действительно, каждой сложной системе в парадигме программно-ориентированного моделирования ставится в соответствие граф (*структурный*) вершинами которого являются подсистемы, а дугами – имеющиеся между ними связи. Если связи направленные (т.е. наличие такой связи $S_i \rightarrow S_j$ означает, что воздействие S_i на S_j не вызывает обратного воздействия или им можно пренебречь), то граф системы является *ориентированным* (направленным); к этому классу относятся, например, структурные схемы (граф-схемы) систем автоматического управления. У других систем влияние связанных подсистем обоюдное и они описываются неориентированными графами – например, сложные электрические и электронные схемы.

Приведенное понятие декомпозиции вполне соответствует идее структурного программирования. Создание сложных программных систем – одна из важнейших областей применения системного анализа; при этом в сложных системах приходится проводить несколько вариантов декомпозиции и соответственно строить несколько деревьев целей. Возникающие при этом задачи многокритериального выбора, таких как оптимизация (2.2) и выбор весовых коэффициентов r_i в задаче (2.3), требуют использования теории принятия решений.

⁸ *Граф* – пара $(\mathfrak{V}, \mathfrak{R})$, где $\mathfrak{V} = \{q_1, \dots, q_n\}$ – вершины графа, а $\mathfrak{R} \subset \mathfrak{V} \times \mathfrak{V}$ – бинарное отношение на \mathfrak{V} . Если $(q_i, q_j) \in \mathfrak{R}$, тогда и только тогда, когда $(q_j, q_i) \in \mathfrak{R}$, то граф называется *неориентированным*, в противном случае – *ориентированным*. Пары $(q_i, q_j) \in \mathfrak{R}$ называются *дугами* (ребрами), а элементы q_i множества \mathfrak{V} – *вершинами* графа.

3.3. Программный комплекс «ОРИЭП»

В этом параграфе разработана методика построения моделей векторной регрессии оптимальной пространственно-угловой ориентации ИЭМИ, для реализации которой автором разработан программный комплекс «ОРИЭП» (оптимальное размещение источника электромагнитного поля).

Алгоритм разработанного программного комплекса «ОРИЭП» представлен на рис. 3.2. Работа пользователя с комплексом предусматривает следующие подготовительные этапы:

- выбор m -координат размещения ИЭМИ n -точек сканирования;
- ввод значений $v_{(l)} \in R^m$ и результатов показателей $w_{(l)} \in R^n$;
- выбор опорного режима ω , после чего все координаты вектора v рассматриваются как отклонения относительно режима ω ;
- ввод весовых коэффициентов r_i целевого функционала $F(v)$.

Программный комплекс написан в виде отдельных приложений и не требует для работы установки никаких дополнительных пакетов. Вычисления производятся в программном продукте MATLAB.

Программный комплекс настроен для ввода данных в электронную таблицу, т.е. векторов линейно-угловых координат ЭИИ. После ввода надо будет указать строку, которая будет являться базисом.

При старте программного комплекса загружаются две таблицы, в которые можно вводить свои значения. Для загрузки значений нажмите в главном меню на кнопку «Открыть». Далее появится стандартное диалоговое окно «Открыть», в котором можно найти таблицу, используя фильтр «Тип файла».

Параметры фильтра: файлы типа *.exp.

Для сохранения нажмите в главном меню кнопку «Сохранить» (рис. 3.3), изображённую в виде дискеты. Далее появится стандартное диалоговое окно «Сохранить», в котором нужно указать название создаваемой таблицы с расширением .exp или не писать расширение вовсе.

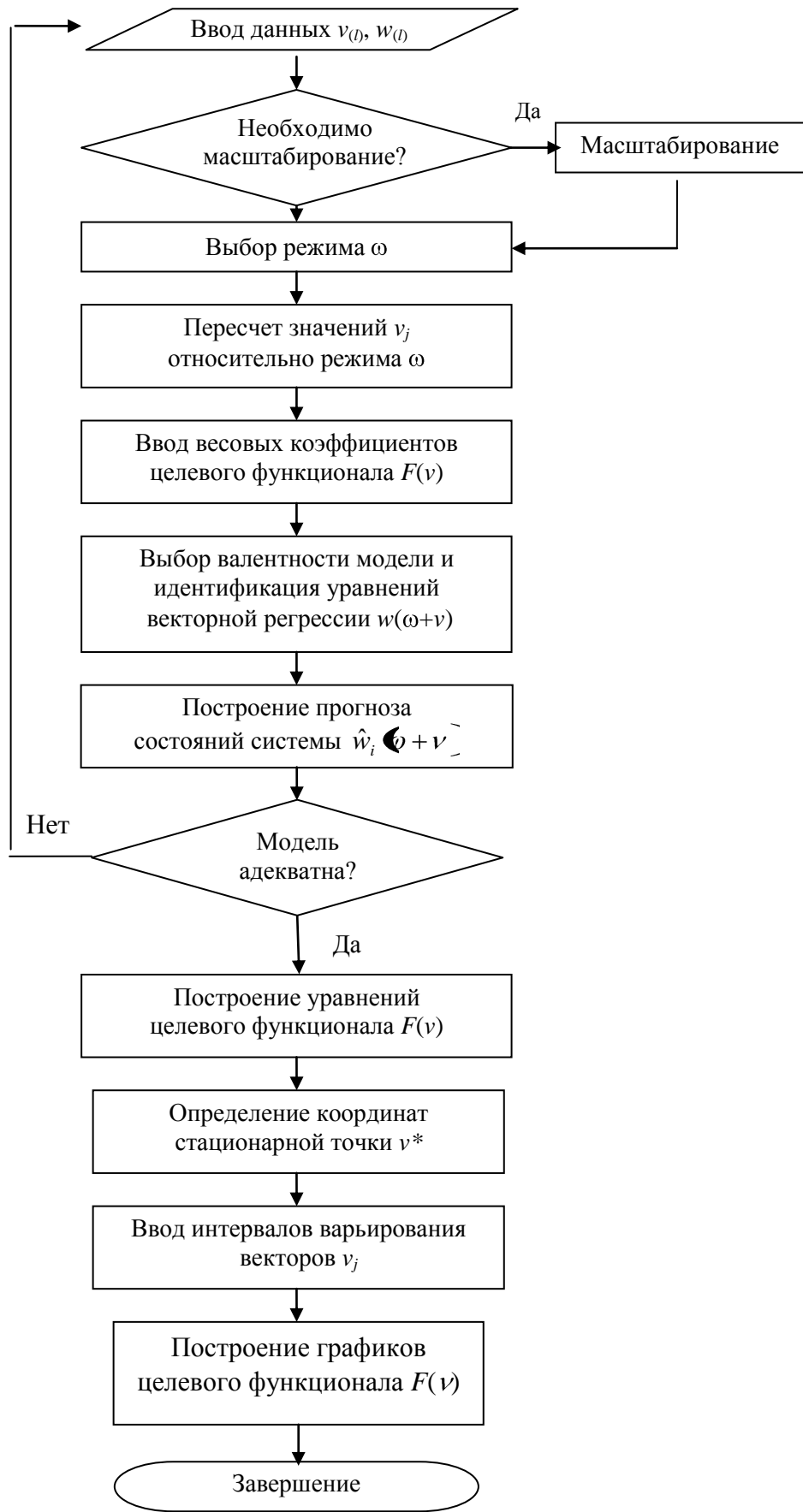


Рис.3.2. Алгоритм программного комплекса «ОРИЭП».

Так же можно заменить уже имеющуюся таблицу указанного расширения.



Рис. 3.3. Меню Открыть/Сохранить главной панели инструментов

Любая даже самая надёжная система с высоким спектром возможностей не будет востребована без удобного интерфейса, такая система даже не получит должной известности, так как рынок заполнит платформа, пусть немного уступающая по функциональности, но приятная взгляду и не создающая дискомфорта в эксплуатации.

Одной из главных задач разработки было создание удобного интерфейса, который в некоторой степени определит интерес к дисциплине в целом.

В главном окне отображаются матрицы, значениями которых являются вектора. В случае отсутствия значений при загрузке будут пустые таблицы (рис. 3.4).

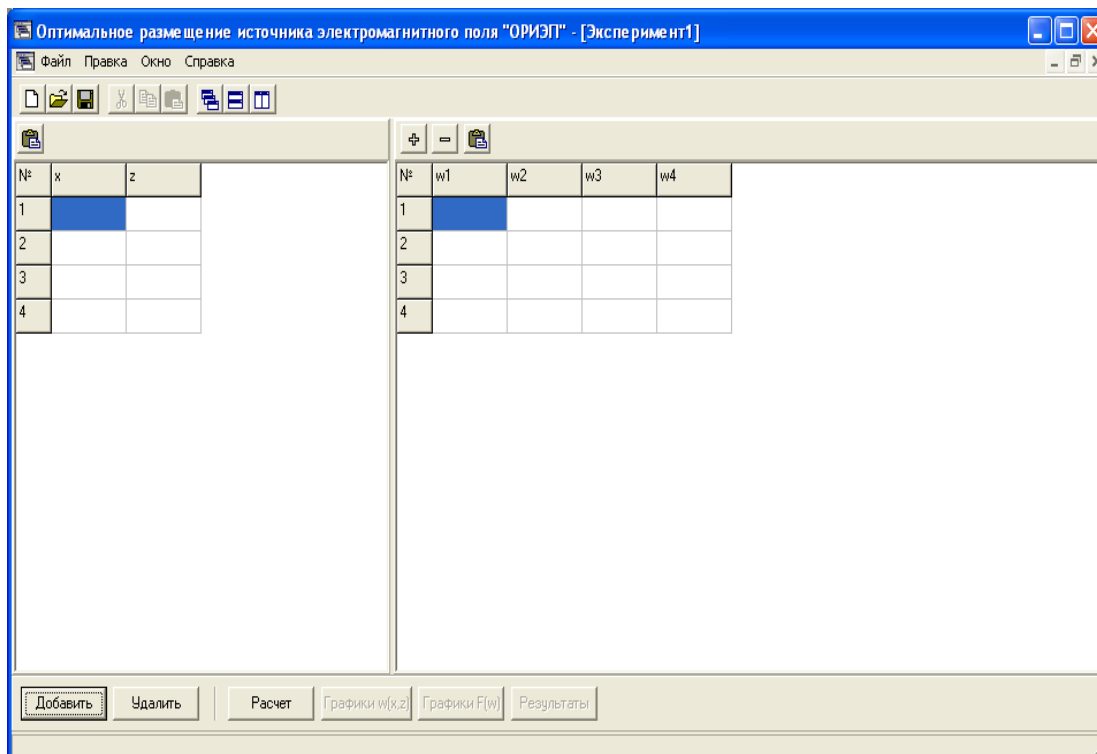


Рис. 3.4. Главное окно с загрузкой обеих таблиц



Рис. 3.5. Меню редактирования столбцов





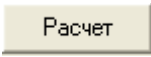
При нажатии на кнопки  /  добавляется/удаляется последний столбец.



Рис. 3.6. Меню редактирования строк

При нажатии на кнопки  /  добавляется/удаляется последняя строка.

После заполнения двух таблиц производим расчет путем нажатия на кнопку . После этого появится диалоговое окно выбора базиса, где нужно будет выбрать строку, которая будет базисом.

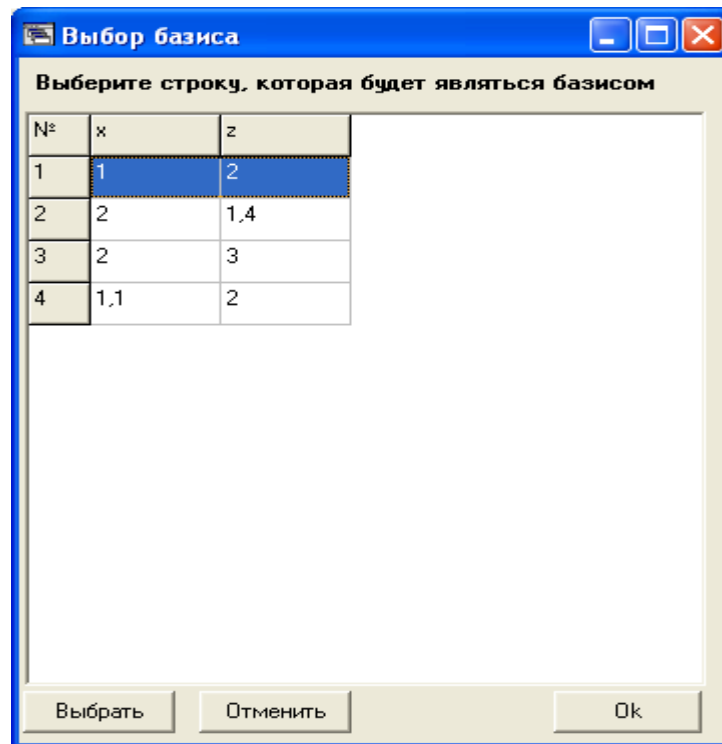


Рис. 3.7. Окно выбора базиса

После выбора базиса появится диалоговое окно «Целевой функционал», где нужно ввести весовые коэффициенты.

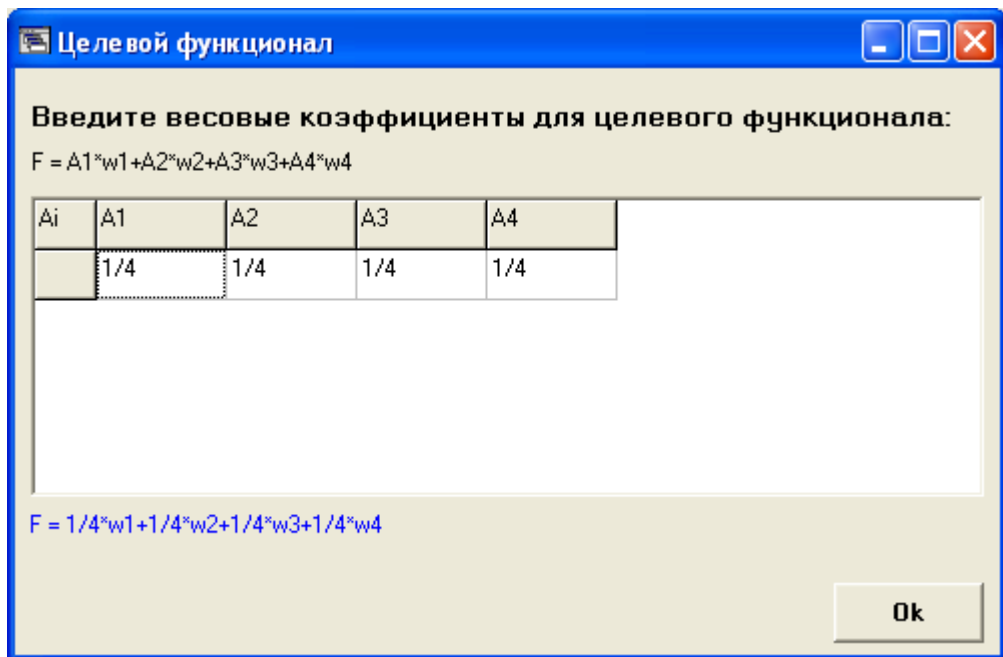


Рис. 3.8. Окно редактирования весовых коэффициентов

Далее получаем результат:

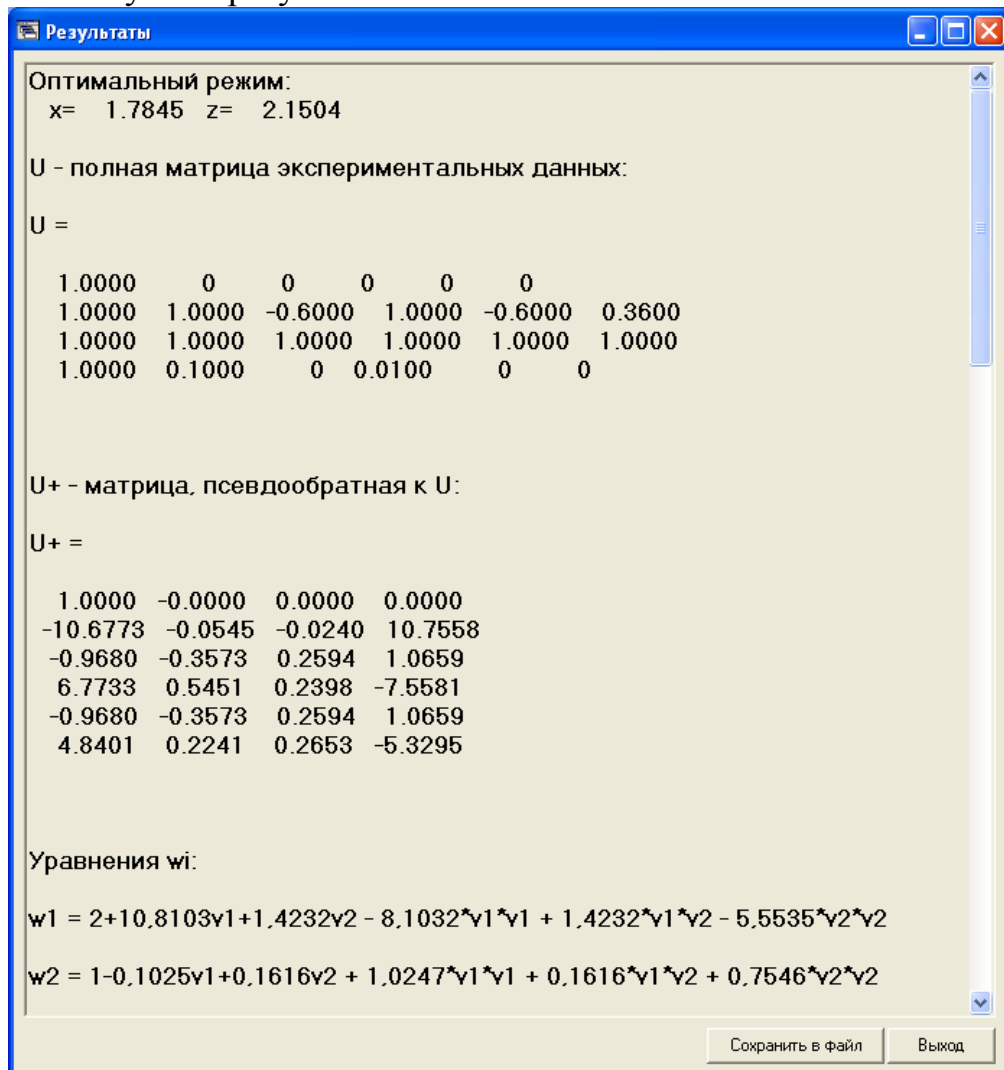


Рис. 3.9. Окно результатов

На методологической базе §§ 2.1-2.4 и имитационного моделирования электростатического поля (3.2) проведем верификацию процесса, описывающего расчет оптимальных (согласно решения задачи оптимизации (2.3)) координат установки источника излучения статического поля (ИИП) в заданном контуре – квадрат Q с угловыми точками (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$ – рис. 3.10:

$$(x_1, z_1) = (0.0, 0.0), (x_2, z_2) = (0.0, 1.0), (x_3, z_3) = (1.0, 1.0), (x_4, z_4) = (1.0, 0.0).$$

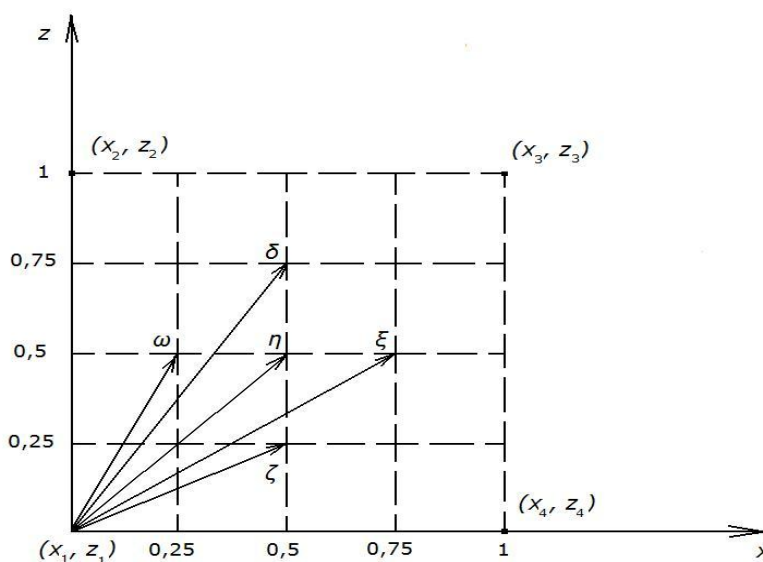


Рис. 3.10. Точки пеленгации (x_i, z_i) источника поля, обладающего координатами, определяемыми векторами $\delta, \xi, \zeta, \eta, \omega$

В такой постановке в качестве *опорного вектора* ω (в уравнении регрессии (2.1)) из квадрата Q – область ориентации ИИП, можно принять некоторый (см. рис. 3.10) эмпирически выделенный вектор из «набора» экспериментальных ориентаций ИИП – $\{\delta, \xi, \zeta, \eta, \omega\} \subset Q$. Ясно, что в этом случае в векторном уравнении нелинейной регрессии (2.1) вектор $v = \text{col}(v_1, v_2) \in R^2$ следует рассматривать как «вариацию» относительно вектора $\omega \in Q$. Таким образом, имеем

«опорный вектор»: $\omega = (\omega_1, \omega_2) = (0.25, 0.5) \in Q$;

«входные данные»: $\delta, \xi, \zeta, \eta, \omega \in Q$;

«выходные данные»: $w = \text{col}(w_1, w_2, w_3, w_4) \in R^4$, где координаты вектора w

– модули вектора напряженности электростатического поля в точках (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$.

Таблица 3.1.

Номер эксперимента	Координаты источника поля		Модуль вектора напряженности электростатического поля в точках пеленгации (эксперимент)				Модуль вектора напряженности электростатического поля в точках пеленгации (модель)				
	№	x	z	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	ŵ ₁	ŵ ₂	ŵ ₃	ŵ ₄
1	0.50	0.75	1.23076923	3.2	3.2	1.23076923	1.23095625	3.20014375	3.20014375	1.23095625	1.23095625
2	0.75	0.50	1.23076923	1.23076923	3.2	3.2	1.23095625	1.23095625	3.20014375	3.20014375	1.23095625
3	0.50	0.25	3.2	1.23076923	1.23076923	3.2	3.20014375	1.23095625	1.23095625	1.23095625	3.20014375
4	0.50	0.50	2	2	2	2	2	2	2	2	2
5-ω	0.25	0.50	3.2	3.2	1.23076923	1.23076923	3.2	3.2	1.2308	1.2308	1.2308

В таблице результаты численного эксперимента w_i получены на основе уравнения (3.2) (при $q_2=1$) в силу следующих аналитических соотношений:

$$w_1(x,z)=(x^2+z^2)^{-1},$$

$$w_2(x,z)=(x^2+(1-z)^2)^{-1},$$

$$w_3(x,z)=((1-x)^2+(1-z)^2)^{-1},$$

$$w_4(x,z)=((1-x)^2+z^2)^{-1},$$

где координаты $(x,z) \in Q$ в таблице 3.1 соответствуют векторам $\delta, \xi, \zeta, \eta, \omega$:

$$(x_\delta, z_\delta)=(0.5, 0.75) \text{ – первый эксперимент,}$$

$$(x_\xi, z_\xi)=(0.75, 0.5) \text{ – второй эксперимент,}$$

$$(x_\zeta, z_\zeta)=(0.5, 0.25) \text{ – третий эксперимент,}$$

$$(x_\eta, z_\eta)=(0.5, 0.5) \text{ – четвертый эксперимент,}$$

$$(x_\omega, z_\omega)=(0.25, 0.5) \text{ – пятый эксперимент.}$$

Принимая во внимание решение задачи идентификации (2.2), уравнения модели билинейно-тензорной регрессии (2.1), задающей модель состояния «мощности» напряженности поля, примут аналитический вид:

$$\begin{aligned} \hat{w}_1 &= 3.2 - 5.661v_1 - 3.7067v_2 + 3.4464v_1^2 - 0.9267v_1v_2 + 3.4464v_2^2, \\ \hat{w}_2 &= 3.2 - 5.6616v_1 + 3.7067v_2 + 3.4464v_1^2 + 0.9267v_1v_2 + 3.4464v_2^2, \\ \hat{w}_3 &= 1.2308 + 2.2152v_1 + 3.7067v_2 + 3.4464v_1^2 + 0.9267v_1v_2 + 3.4464v_2^2, \\ \hat{w}_4 &= 1.2308 + 2.2152v_1 - 3.7067v_2 + 3.4464v_1^2 - 0.9267v_1v_2 + 3.4464v_2^2. \end{aligned} \tag{3.9}$$

Критический анализ «прогнозной эффективности» модели (3.9) (т.е. (2.5)), дает относительное сравнение колонок табл. 3.1; здесь w_i – эксперимент, а \hat{w}_i – прогноз согласно уравнений (3.9).

В настоящее время известно большое число критериев адекватности регрессионных моделей, позволяющих их верифицировать достаточно полно. Рассмотрим некоторые критерии адекватности.

Степень согласованности в вычисленных \hat{w}_i и фактических w_i значений зависимой переменной выражает критерий множественной детерминации R :

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (w_i - \bar{w})^2}{\sum_{i=1}^n (w_i - \bar{w})^2},$$

где \bar{w} - среднее на выборке значений w . В нашем случае $R=0.9999708$, то есть его значение исключительно высоко и близко к единице, что указывает на почти «функциональность» уравнения.

Меру вариации выходного показателя относительно линии регрессии определяет относительная величина остаточной дисперсии, которая вычисляется по формуле:

$$S = \frac{1}{n-m} \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{\bar{y}^2}.$$

Оценка дисперсии (S) чрезвычайно мала и равна 0,000000031.

F-критерий Фишера, показывающий значимость критерия R ,

$$F = \frac{R * (n-m)}{(1-R) * m},$$

дает в нашем примере значение 51532,008, что подтверждает высокую информативность модели.

Средняя относительная ошибка аппроксимации E рассчитывается по формуле:

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{w_i - \hat{w}_i}{w_i} \right| \cdot 100\%.$$

$E=0,0315\%$, что является очень низким (оно должно быть по крайней мере меньше 10%).

Критерий Дарбина-Уотсона d , указывает на наличие или отсутствие корреляции остатков и вычисляется:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\epsilon_i - \epsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \epsilon_i^2}.$$

где $\epsilon_i = w_i - \hat{w}_i$. В нашем случае значение $d= 0.3882089$, что указывает на наличие некоторой автокоррекции остатков.

Критерий согласованности поведения расчетной и фактической траектории моделируемого процесса $K_{СП}^1$ можно рассчитывать так:

$$K_{СП}^1 = \sum_{i=2}^n \text{sign}(\epsilon_i - y_{i-1}) \cdot \text{sign}(\epsilon_i - \hat{y}_{i-1})$$

Здесь $K_{СП}^1=8,67835961$, что указывает на согласованность в поведении расчетной и фактической моделируемой переменной. Относительное значение критерия согласованности рассчитывается по формуле:

$$K_{СП} = \frac{K_{СП}^1}{n-1} * 100\%.$$

В нашем случае $K_{СП}=216,958904$

Значения критериев адекватности

Таблица 3.2

Критерий адекватности	Вычисленное значение
Критерий множественности детерминации, R	0.9999708
F-критерий Фишера, F	51532.0078443
Средняя относительная ошибка аппроксимации, E	0.0315001
Критерий Дарбина-Уотсона, d	0.3882089
Относительная величина остаточной дисперсии, S	0.000000031
Критерий согласованности поведения, $K_{СП}$	216,9589904

Таким образом, значения критериев говорят о том, что полученная модель в значительной степени является адекватной.

Графическая иллюстрация изменений показателя качества (2.3) (в квадрате Q), определяемая задачей оптимизации

$$\min \{F(v):=\sum_{i=1,\dots,4} \hat{w}_i(\omega+v): \omega+v \in Q\} \quad (3.10)$$

при варьировании вектора v относительно ω , приведена на рис. 3.11.

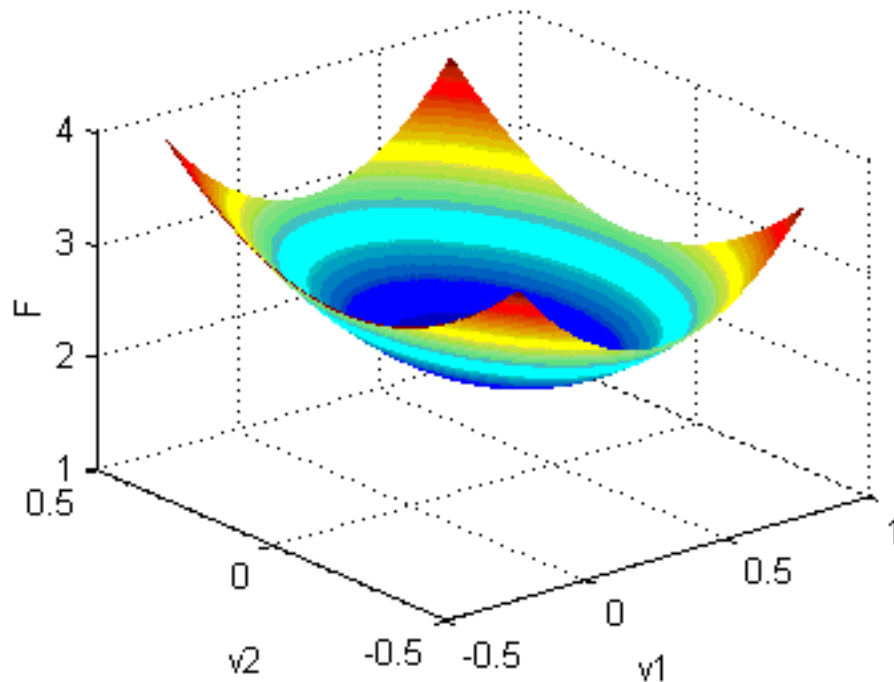


Рис. 3.11. Фрагмент целевого функционала $F(v_1, v_2)$ в контуре квадрата Q

Оптимизация (3.10) позволяет определить координаты ИИП с минимальной наблюдаемостью ИИП в точках (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$. Утверждение 2.5 и формула (2.10) – координаты стационарной точки функционала $F(v)$, задают (определяют) следующие координаты ИИП:

$$\begin{aligned} (v^*_1, v^*_2) &= (0.25, 0), \\ (x^*, z^*) &= (0.5, 0.5). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Собственные числа матрицы B^* соответственно равны $\lambda_1=9.8759$, $\lambda_2=10.8025$, что указывает на наличие экстремальной точки $(x^*, z^*)=(0.5, 0.5)$, отвечающей положению источника излучения поля, минимизирующему

несанкционированный сканирующий сигнал в комплексе точек (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$. Данный результат с учетом данных табл. 3.1 верифицируют комплекс ОРИЭП в решении задачи обеспечения скрытности ИИП.

3.4. Натурный эксперимента по определению электромагнитного излучения

Как известно, ПЭМИ представляют собой электромагнитные поля довольно слабой интенсивности, поэтому измерительная аппаратура должна иметь низкий уровень собственных шумов и обладать высокой чувствительностью. Необходимость выделения электромагнитных излучений на фоне посторонних сигналов предъявляет жесткие требования по частотной избирательности аппаратуры и динамическому диапазону уровней анализируемых сигналов.

Анализ отечественного рынка спецтехники показал преобладание измерительной аппаратуры российского производства. Следует отметить, что в России зарубежная спецтехника измерения электромагнитных излучений неприменима, в силу различий в нормативно-правовой базе.

Эксперимент проводился в лаборатории Д-814 «Радиопередающие и радиопередающие устройства») в ФГБОУ ВПО ИрГУПС. В качестве источника электромагнитного излучения был выбран «Генератор сигналов высокочастотный Г4-218» (рис. 3.12). Этот источник электромагнитных сигналов имеет следующие характеристики: частотный диапазон 200 кГц ... 1000 МГц; погрешность установки частоты: $\pm 2 \cdot 10^{-7}$; нестабильность частоты: $\pm 1 \cdot 10^{-8}$; коэффициент АМ до 100 % (разр. 0,1 %). Он производит прямой цифровой синтез сигналов при низком уровне фазовых шумов и высоком разрешении выходной частоты (1 Гц), при этом девиация частоты до 100 кГц (разр. 0,1 кГц), имеет широкий диапазон установки выходного уровня (-127...13 дБм). Генератор обеспечен защитой выхода от внешнего источника (25 Вт максимально). Эксперимент был проведен при частоте 2 МГц..



Рис. 3.12. Генератор сигналов высокочастотный Г4-218

В качестве анализатора электромагнитного поля был выбран АКС-1201 (рис. 3.13). Этот компактный прибор является ручным анализатором напряженности электромагнитного поля и рассчитан на диапазон частот от 100 кГц до 2060 МГц. Он идеально подходит для тестирования, ввода в действие и обслуживания оборудования систем телекоммуникаций, сотовых телефонных сетей, радиотелефонов, радиостанций в полосе частот персональной радиосвязи, пейджинговых систем, кабельных и спутниковых систем телевидения, для измерения параметров антенн. Характеристики анализатора электромагнитного поля АКС-1201:

- Частотный диапазон прибора – от 100 кГц до 2060 МГц;
- Могут быть измерены сигналы, модулированные по типу узкополосной частотной модуляции (N-FM), широкополосной частотной модуляции (W-FM), амплитудной модуляции (AM), с использованием одной боковой полосы (SSB);
- Прибор имеет встроенный частотомер;
- В системе настройки прибора использована система ФАПЧ для точной настройки и измерения частоты;

- Жидко-кристаллический индикатор (ЖКИ) может отображать уровни сигналов до 160-ти каналов одновременно;
- Имеется встроенный громкоговоритель для аудиоконтроля.



Рис. 3.13. Анализатор электромагнитного поля АКС-1201

Этот прибор может быть использован для проведения оценки защищенности технических средств и систем обработки, передачи и хранения конфиденциальной информации путем определения возможных расстояний распространения информативных сигналов от основных технических средств и систем (ОТСС) и установления требуемого радиуса контролируемой зоны, а также выбора в пределах этой зоны оптимального места размещения технических средств, удовлетворяющих требованиям стандартов по электромагнитной совместимости.

При выполнении измерений напряженности электромагнитного поля измеряют напряженность электромагнитного поля в точках возможного несанкционированного зондирования электромагнитного сигнала ИИП.

Моделирование оптимальных координат ИИП внутри связного контура. В этом разделе на методологической базе работы [115] и эксперимента по замерам напряженности электромагнитного поля проведем (с использованием

программной среды [157]) численное моделирование процесса, описывающего расчет оптимальных (согласно решения задачи оптимизации (2.3) при $n=4$, $m=2$, $q=5$) координат установки ИИП внутри квадрата Q с угловыми точками (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$ – рис. 3.14:

$$\begin{aligned}(x_1, z_1) &= (0.0, 0.15), \\(x_2, z_2) &= (0.00, 0.00), \\(x_3, z_3) &= (0.25, 0.00), \\(x_4, z_4) &= (0.25, 0.15).\end{aligned}$$

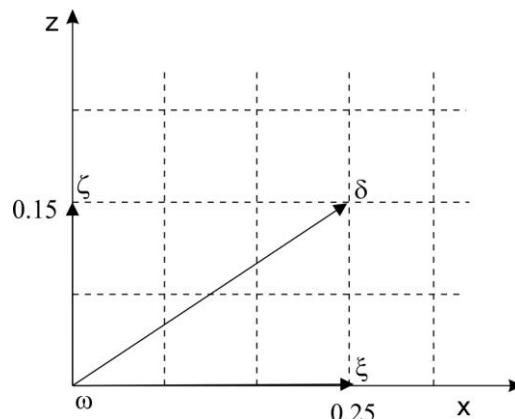


Рис. 3.14. Точки пеленгации (x_i, z_i) источника поля

В такой математической постановке в качестве *опорного вектора* ω (в уравнении регрессии (2.7)) из квадрата Q – область допустимой ориентации ИИП, можно принять некоторый эмпирически выделенный вектор из набора экспериментальных ориентаций ИИП – $\{\delta, \xi, \zeta, \eta\} \subset Q$. Ясно, что в этом случае в векторном уравнении нелинейной регрессии (2.3) вектор $v = \text{col}(v_1, v_2) \in R^2$ следует рассматривать как «вариацию» относительно вектора $\omega \in Q$. Таким образом, имеем:

«опорный вектор»: $\omega = (\omega_1, \omega_2) = (0.25, 0.5)$;

«входные данные»: δ, ξ, ζ, η ;

«выходные данные»: $w = \text{col}(w_1, w_2, w_3, w_4)$,

где координаты вектора w – модули вектора напряженности электромагнитного поля в точках (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$.

Таблица 3.3.

Номер эксперимента	Координаты источника поля		Модуль вектора напряженности электромагнитного поля в точках пеленгации (эксперимент)				Модуль вектора напряженности электромагнитного поля в точках пеленгации (модель)				
	№	x	z	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	ŵ ₁	ŵ ₂	ŵ ₃	ŵ ₄
1	0.00	0.15		-1.5	-1.5	-0.6	-1.3	-1,5000015	-1,5000005	-0,6000001	1,2999999
2-ω	0.00	0.00		-1.2	-1.4	-0.4	-1.5	-1.2	-1.4	-0.4	-1.5
3	0.25	0.00		-1.3	-1.7	-0.3	-1.1	-1,2991931	-1,7	-0,2999993	1,0999993
4	0.25	0.15		-1.6	-1.8	-0.8	-1.4	-1,6000077	-1,8000005	-0,7999947	1,3999915

В таблице 3.3 результаты эксперимента получены на основе проведенных замеров $w_i(x,z)$, где координаты (x,z) в таблице соответствуют координатам «тестовых» векторов $\delta, \xi, \omega, \zeta, \eta \in Q$:

$(x_\sigma, z_\sigma) = (0.00, 0.15)$ – первый эксперимент,

$(x_\xi, z_\xi) = (0.00, 0.00)$ – второй эксперимент,

$(x_\zeta, z_\zeta) = (0.25, 0.00)$ – третий эксперимент,

$(x_\eta, z_\eta) = (0.25, 0.15)$ – четвертый эксперимент,

Принимая во внимание решение задачи параметрической идентификации для векторного уравнения модели билинейно-тензорной регрессии (2.9), задающей апостериорную модель текущего состояния напряженности поля ИИП, примут аналитический вид:

$$\begin{aligned}
 \hat{w}_1(\omega+v) &= -1,2 - 0,3765 v_1 - 1,956 v_2 - 0,0941 v_1^2 - \\
 &\quad - 0,2934 v_2^2, \\
 \hat{w}_2(\omega+v) &= -1,4 - 1,1294 v_1 - 0,652 v_2 - 0,2824 v_1^2 - \\
 &\quad - 0,0978 v_2^2, \\
 \hat{w}_3(\omega+v) &= -0,4 + 0,3765 v_1 - 1,304 v_2 + 0,0941 v_1^2 - \\
 &\quad - 8 v_1 v_2 - 0,1956 v_2^2,
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\hat{w}_4(\omega+v) = -1,5 + 1,5059 v_1 + 1,304 v_2 + 0,3765 v_1^2 - 13,3333 v_1 v_2 + 0,1956 v_2^2.$$

Критический анализ прогнозной эффективности модели (3.16) дает относительное сравнение колонок таблицы 3.3; здесь w_i – эксперимент, а \hat{w}_i – прогноз согласно уравнений (3.16). Соответствующие значения в этих колонках дают совпадающие значения до четвертого знака после запятой, что говорит об адекватности построенной модели. Об этом же говорят и критерии адекватности модели значения которых приведены в таблице 3.4.

Таблица 3.4

Критерий адекватности	Вычисленное значение
Критерий множественности детерминации, R	0.9994442
F-критерий Фишера, F	1798,3835805
Средняя относительная ошибка аппроксимации, E	0.01537199
Критерий Дарбина-Уотсона, d	0.3882089
Относительная величина остаточной дисперсии, S	0.000000221
Критерий согласованности поведения, $K_{СП}$	0,190164

Графическая иллюстрация изменений показателя качества (2.3) (в квадрате Q), определяемая задачей оптимизации

$$\min \{F(v) = \sum_{i=1, \dots, 4} \hat{w}_i(\omega+v) : \omega+v \in Q\} \quad (3.17)$$

при варьировании координат вектора v относительно положения ω , приведена на рис. 3.15. Аналитический вид целевого функционала имеет вид:

$$\begin{aligned}
F(w) = & -4.500000 + 0.376471 v_1 - 2.607987 v_2 + \\
& + 0.094118 v_1^2 - 21.333333 v_1 v_2 - \\
& - 0.391198 v_2^2.
\end{aligned}
\tag{3.18}$$

На рис. 3.15 видно, что целевой функционал имеет седловую точку и на Q он имеет два локальных максимума и два локальных минимума на границах нашей области. Оптимизация (3.18) на границе Q позволяет определить координаты ИИП с минимальной наблюдаемостью ИИП в точках (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$. Координаты стационарной точки функционала $F(v)$, задают (определяют) следующие координаты ИИП:

$$(x^*, z^*) = (-0.1229, 0.0166). \tag{3.19}$$

Кривые на границах квадрата Q , получаемые при пересечении плоскостей с целевым функционалом представляет из себя параболы. Найдем наименьшие и наибольшие значения на границах Q , и как видно из рисунка 3.15 наименьшие и наибольшие значения достигаются в угловых точках:

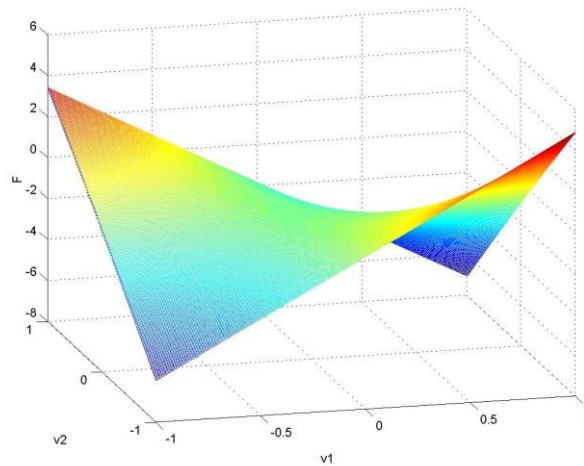


Рис. 3.15. Фрагмент целевого функционала $F(v_1, v_2)$ в контуре квадрата Q

3.5. Численное моделирование оптимальных координат установки ПЭВМ внутри связного геометрического контура

Наибольший интерес для настоящей работы представляет эксперимент с реальными средствами вычислительной техники. Такой эксперимент был проведен в лаборатории Д-527 «Защита информации» в ФГБОУ ВПО ИрГУПС. В качестве источника электромагнитного излучения был взят ПЭВМ с монитором Samsug SynMacter 753S (рис. 3.16).



Рис. 3.16. Монитор Samsug SynMacter

В качестве анализатора электромагнитного поля был выбран программно-аппаратный комплекс проведения специальных исследований «Легенда-05М» (рис. 3.17). Этот комплекс предназначен для автоматического и полуавтоматического поиска и измерения ПЭМИН, расчета защищенности информации, обрабатываемой СВТ, от утечки за счет наводок на цепь электропитания, заземления и отходящие от СВТ линии и линии ВТСС.



Рис. 3.17. Программно-аппаратный комплекс проведения специальных исследований «Легенда-05М»

Комплекс предназначен для органов по аттестации объектов информатизации по требованиям безопасности информации, аккредитованных ФСТЭК России в системе сертификации № РОСС RU.0001.01БИ00 (для проведения аттестационных испытаний объектов информатизации), и Управлений ФСТЭК России по федеральным округам РФ (для проведения проверок).

На рис. 3.18 представлена схема размещения измерительной аппаратуры и источника электромагнитного излучения ОТСС, в качестве которого в эксперименте взят в качестве «Генератор сигналов высокочастотный Г4-218». В качестве измерителя напряженности поля (ИИП) выбран анализатор электромагнитного поля АКС-1201.



Рис. 3.18. Схема размещения измерительной аппаратуры и источника электромагнитного излучения

При выполнении измерений напряженности электромагнитного поля измеряют напряженность электромагнитного поля в точках возможного несанкционированного зондирования электромагнитного сигнала ИИП.

Проведем численное моделирование процесса, описывающего расчет оптимальных координат установки ИИП внутри квадрата Q с угловыми точками (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$:

$$(x_1, z_1) = (-1, 0.4),$$

$$(x_2, z_2) = (1, 0.4),$$

$$(x_3, z_3) = (1, -0.4),$$

$$(x_4, z_4) = (-1, -0.4).$$

В такой математической постановке в качестве *опорного вектора* ω из квадрата Q – область допустимой ориентации ИИП, можно принять некоторый эмпирически выделенный вектор из набора экспериментальных ориентаций ИИП – $\{\delta, \xi, \zeta, \eta\} \subset Q$. Ясно, что в этом случае в векторном уравнении нелинейной регрессии вектор $v = \text{col}(v_1, v_2) \in R^2$ следует рассматривать как «вариацию» относительно вектора $\omega \in Q$. Таким образом, имеем:

«опорный вектор»: $\omega = (\omega_1, \omega_2) = (-1, 0.4)$;

«входные данные»: δ, ξ, ζ, η ;

«выходные данные»: $w = \text{col}(w_1, w_2, w_3, w_4)$,

где координаты вектора w – модули вектора напряженности электромагнитного поля в точках (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$.

Данные эксперимента и моделирования

Таблица 3.5

Номер эксперимента	Координаты источника поля		Модуль вектора напряженности электромагнитного поля в точках пеленгации (эксперимент)				Модуль вектора напряженности электромагнитного поля в точках пеленгации (модель)			
	x	z	w_1	w_2	w_3	w_4	\hat{w}_1	\hat{w}_2	\hat{w}_3	\hat{w}_4
1-w	3	0,4	8.724	6.128	4.237	8.062	8.724	6.128	4.237	8.062
2	0	0,4	13.369	13.291	5.237	5.43	13.3686	13,4876	5.2372	5.4298
3	1.5	0.9	6.124	8.732	0.344	15.072	6.1239	9,8659	0.3441	15.072
4	1.5	0	13.277	13.36	12.634	16.193	13.2769	16,154	12.6341	16.1929

В таблице 3.5 результаты эксперимента получены на основе проведенных замеров $w_i(x, z)$, где координаты (x, z) в таблице соответствуют координатам «тестовых» векторов $\delta, \xi, \zeta, \eta \in Q$:

$(x_\sigma, z_\sigma) = (-1, 0.4)$ – первый эксперимент,

$(x_\xi, z_\xi) = (1, 0.4)$ – второй эксперимент,

$(x_\zeta, z_\zeta) = (1, -0.4)$ – третий эксперимент,

$(x_\eta, z_\eta) = (-1, -0.4)$ – четвертый эксперимент.

Ниже представлен результат выданный программой:

Оптимальный режим:

$$x=2.8196, \quad z=1.6543;$$

U - полная матрица экспериментальных данных:

$$U = \begin{pmatrix} 1.000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.000 & -3.000 & 0 & 9.000 & 0 & 0 \\ 1.000 & -1.500 & 0.500 & 2.2500 & -0.7500 & 0.2500 \\ 1.000 & -1.500 & -0.400 & 2.2500 & 0.6000 & 0.1600 \end{pmatrix};$$

U+ - матрица, псевдообратная к U:

$$U+ = \begin{pmatrix} 1.000 & -0.000 & -0.000 & 0.0000 \\ 0.9294 & 0.3066 & -0.5409 & -0.6951 \\ 0.0081 & 0.0031 & 0.3359 & -0.3471 \\ 0.1987 & 0.2133 & -0.1803 & -0.2317 \\ -0.0122 & -0.0046 & -0.5039 & 0.5207 \\ -0.2647 & -0.1004 & 0.1939 & 0.1712 \end{pmatrix}.$$

Уравнения w_i :

$$w_1 = 8.724 - 0.3344v_1 - 2.4396v_2 + 0.4046 * v_1^2 + 3.5694 * v_1 * v_2 - 0.1908 * v_2^2;$$

$$w_2 = 6.128 - 4.2394v_1 - 1.6137v_2 + 0.4046 * v_1^2 + 3.5694 * v_1 * v_2 - 0.1908 * v_2^2;$$

$$w_3 = 4.237 - 3.4243v_1 - 4.2196v_2 - 1.0303 * v_1^2 + 6.3295 * v_1 * v_2 + 0.5828 * v_2^2;$$

$$w_4 = 8.062 - 10.2502v_1 - 0.476v_2 - 3.7092 * v_1^2 + 0.714 * v_1 * v_2 + 3.0155 * v_2^2.$$

Прогноз нелинейной регрессионной модели дается матрицей:

$$\begin{pmatrix} 8.7240 & 6.1280 & 4.2370 & 8.0620 \\ 13.3690 & 13.2910 & 5.2370 & 5.4300 \\ 6.1240 & 8.7320 & 0.3440 & 15.0720 \\ 13.2770 & 13.3600 & 12.6340 & 16.1930 \end{pmatrix}.$$

Приведем вспомогательные матрицы для вычисления оптимального режима:

$$A = \begin{pmatrix} -0.3344 & -2.4396 \\ -4.2394 & -1.6137 \\ -3.4243 & -4.2196 \\ -10.2502 & -0.4760 \end{pmatrix};$$

$$B1 = \begin{pmatrix} 0.4046 & 1.8297 \\ 1.8297 & -0.1908 \end{pmatrix};$$

для B1 собственные числа равны: -1.7468, 1.9607;

$$B2 = \begin{pmatrix} -0.6172 & 1.2103 \\ 1.2103 & 1.0240 \end{pmatrix};$$

собственные числа: -1.2589, 1.6657;

$$B3 = \begin{pmatrix} -1.0303 & 3.1647 \\ 3.1647 & 0.5828 \end{pmatrix};$$

собственные числа: -3.4897, 3.0421;

$$B4 = \begin{pmatrix} -3.7092 & 0.3570 \\ 0.3570 & 3.0155 \end{pmatrix};$$

собственные числа: -3.7281, 3.0344.

Уравнения модели билинейно-тензорной регрессии (2.9), задающей апостериорную модель текущего состояния напряженности поля ИИП в нашем случае примут аналитический вид:

$$\begin{aligned} \hat{w}_1 \ominus + v \rightrightarrows & 8.724 - 0.3344v_1 - 2.4396v_2 + 0.4046v_1^2 + 3.6594v_1v_2 - 0.1908v_2^2; \\ \hat{w}_2 \ominus + v \rightrightarrows & 6.128 - 4.2394v_1 - 1.6137v_2 - 0.6172v_1^2 + 2.4206v_1v_2 + 1.024v_2^2; \\ \hat{w}_3 \ominus + v \rightrightarrows & 4.237 - 3.4243v_1 - 4.2196v_2 - 1.0303v_1^2 + 6.3295v_1v_2 + 0.5828v_2^2; \\ \hat{w}_4 \ominus + v \rightrightarrows & 8.062 - 10.2502v_1 - 0.476v_2 - 3.7092v_1^2 + 0.714v_1v_2 + 3.0155v_2^2. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Критический анализ прогнозной эффективности модели (3.12), дает относительное сравнение колонок таблицы 3.5; здесь w_i – эксперимент, а \hat{w}_i – прогноз согласно уравнений (3.12). Соответствующие значения в этих колонках дают совпадающие значения до четвертого знака после запятой, что говорит об адекватности построенной модели. Об этом же говорят и критерии адекватности модели, значения которых приведены в таблице 3.6.

Таблица 3.6

Критерий адекватности	Вычисленное значение
Критерий множественности детерминации, R	1,099
F-критерий Фишера, F	10,796
Средняя относительная ошибка аппроксимации, E	0,01741322
Критерий Дарбина-Уотсона, d	0,3015647
Относительная величина остаточной дисперсии, S	0,977329
Критерий согласованности поведения, $K_{СП}$	96

Графическая иллюстрация изменений показателя качества (в квадрате Q), определяемая задачей оптимизации

$$\min\{F(v)=\sum_{i=1,\dots,4}\hat{w}_i(\omega+v): \omega+v\in Q\} \quad (3.13)$$

при варьировании координат вектора v относительно положения ω , приведена на рис. 3.19. Аналитический вид целевого функционала имеет вид:

$$F(v) = 6.78775 - 4.562084v_1 - 2.187251v_2 - 1.238028v_1^2 + 3.280876v_1v_2 + 1.107878v_2^2. \quad (3.14)$$

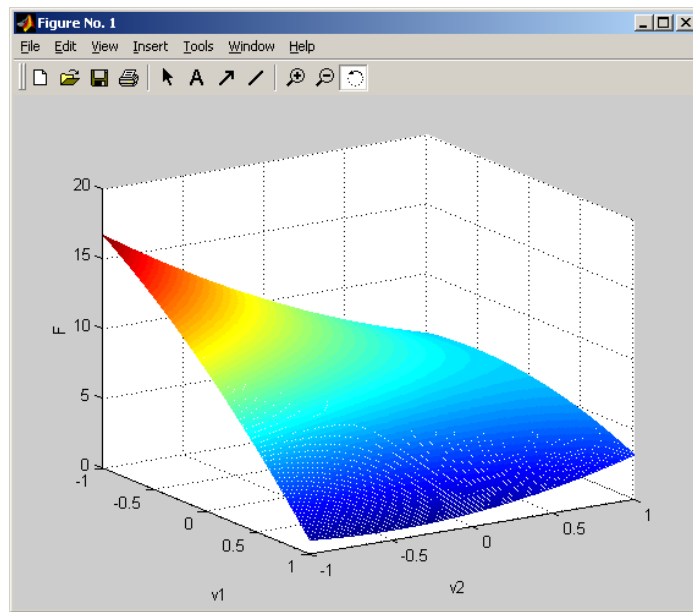


Рис. 3.19. Фрагмент целевого функционала $F(v_1, v_2)$ в контуре квадрата Q

На рис. 3.19 видно, что целевой функционал имеет седловую точку и на Q он имеет два локальных максимума и два локальных минимума на границах нашей области. Оптимизация (3.14) на границе Q позволяет определить координаты ИИП с минимальной наблюдаемостью ИИП в точках (x_i, z_i) , $i=1, \dots, 4$. Координаты стационарной точки функционала $F(v)$, задают (определяют) следующие координаты ИИП:

$$(x^*, z^*) = (2.8196, 1.6543).$$

Кривые на границах квадрата Q , получаемые при пересечении плоскостей с целевым функционалом представляет из себя параболы и как видно из рисунка 3.19 наименьшие и наибольшие значения достигаются в угловых точках:

$$F(v_1=-1, v_2=-1)=16.688; F(v_1=1, v_2=-1)=1.002.$$

В точках минимума целевого функционала следует располагать средства информатизации, а в точках максимума – генераторы шума.

3.6. Численное моделирование оптимального размещения ПЭВМ внутри квазифрактального геометрического объекта типа поверхности «ковра Серпинского»

В практических рассмотрениях оптимальной установки ПЭВМ, как правило, присутствует геометрическое требование, чтобы задача решалась в постановке, когда область установки (см. квадрат Q из § 3.3) обладает «запретными зонами» со сложной геометрической структурой, т.е. когда область размещения ПЭВМ суть квазифрактал; ясно, что «физико-техническая природа» запретных зон, как геометрических объектов, определяются местами установки другого технологического оборудования, проходами между рабочими столами персонала, а так же ограничениями на каждом рабочем столе. При этом возможен вариант, когда стационарная точка (3.11) лежит в самой запретной зоне и, следовательно, решение для установки ПЭВМ нужно искать на ее границе.

Объекты, которые сейчас называются *фракталами*, впервые появились в математике [160,110] при топологическом развитии понятий «линия», «плоская фигура» и т.п.: к ним относятся такие фигуры, которые нельзя назвать в полном смысле слова ни линией⁹, не плоской фигурой (см. ниже геометрические конструкции «салфетки Серпинского» и «ковра Серпинского»). При этом строго определить фрактал как формальный (!) математический объект не удастся, есть лишь попытки дать такое определение. Наиболее известными являются определения Бенуа Мандельброта, математика, благодаря работам которого теперь в серьез осознается, насколько важны эти новые

⁹ Примером такого математического объекта является «пушистая линия Коха», названная в честь датского математика Коха. Она получается из отрезка прямой последовательной заменой каждого прямоугольного участка на ломанную путем «вытягивания» средней трети исходного отрезка до равностороннего треугольника. Повторяя такую процедуру бесконечное число раз, в пределе получим *конечную* «линию», соединяющую две точки, но имеющую *бесконечную* длину.

геометрические объекты для понимания окружающего мира¹⁰. В основе первого пробного определения лежит представление о топологической размерности множеств [162, с. 559].

О п р е д е л е н и е 3.1 [155, с. 128]. Фракталом называется множество, размерность Хаусдорфа-Безиковича которого строго больше его топологической размерности.

Математическая конструкция размерности Хаусдорфа-Безиковича будет дана ниже в определении 3.3, при этом под определение 3.1 подпадают, в частности, такие «пушистые линии», как кривая Коха (см. сноску 2). Стоит отметить, что, как полагал Мандельброт, дробность размерности выражает «пограничное свойство» фракталов лежать между точкой и линией, или между линией и поверхностью и т.д.; при этом *топологическая* размерность точки = 0, линии = 1, плоскости = 2 и т.п., – теорема 7.3.19 [162, с. 598].

Неудачность определения 3.1 стала очевидной после приведения ряда контрпримеров геометрических объектов (см. ниже примеры 3.2-3.4), для которых это определение не выполняется, хотя имело бы смысл их отнести (исходя из интуитивного представления) к фракталам; так пример 3.4 – чрезвычайно «дырявая пирамида», построенная польским математиком, Вацлавом Серпинским, формально имеет размерность 2 (но строится из трехмерного тетраэдра поочередным отбрасыванием вписанных в него тетраэдров с половинной стороной).

Несколько менее формальное и значительно более общее определение фрактала, данное Б. Мандельбротом несколько позже, звучит так¹¹:

О п р е д е л е н и е 3.2 [155, с. 128]. Фракталом называется структура, состоящая из частей, которые в некотором смысле подобны целому.

¹⁰ Сначала фракталы воспринимались как экзотика; казалось, не бывает в природе «объектов», для которых адекватной моделью является линия с бесконечной длиной, или объемная фигура с нулевым объемом. Но такие «реальные объекты» как речная сеть на поверхности Земли, структура разломов в горных породах, следы, оставляемые в диэлектрике высоковольтным разрядом при пробое, скопление молекул, осаждаемых из раствора (они выглядят как длинные разветвленные «мохнатые цепочки» типа кораллов или снежинок) – это всё примеры природных фракталов.

¹¹ Неопределенность данного определения фрактала, как *формальной математической* структуры, содержащаяся в словах «в некотором смысле», делает это понятие, чуть не «всеобъемлющим»; как и при «неудачной попытке» Кантора дать формальное определение непротиворечивого понятия *множества*.

Поясним, как в это определение укладываются фракталы типа пушистой линии фон Коха. Вначале заметим, что такие геометрические объекты, как прямая или плоскость, разумно назвать *самоподобными*. Формально охарактеризовать это свойство можно тем, что эти фигуры не изменяются при некоторых геометрических преобразованиях: перенос прямой вдоль нее приводит к той же самой прямой, плоскость переходит в себя при параллельном сдвиге и повороте – независимость от преобразования называется симметрией; есть множества, не обладающие столь полной симметрией как прямая или плоскость, например, окружность не изменяется только при повороте (тем самым она тоже самоподобна). В этом смысле согласно определению 3.2 все эти множества являются фракталами, несмотря на свою простую геометрическую структуру; их можно назвать «гладкими фракталами», в отличие от кривой Коха, пирамиды Серпинского, множества Кантора и т.п. Какой же симметрией обладает кривая Коха? Выбрав ее фрагмент, например, одну треть всей кривой, и увеличив его в три раза, вновь получим в точности исходную кривую; физики говорят: такие объекты обладают *скейлингом*, от слова *scale* – шкала (изменить шкалу в три раза – это всё равно, что рассматривать исходный объект под микроскопом с трехкратным увеличением). Если вновь видим ту же картину, что и без микроскопа значит, объект обладает скейлингом и таким образом является фракталом.

Вернемся к определению 3.1 и для характеристики размерности Хаусдорфа-Безиковича рассмотрим ряд примеров. Зададимся вопросом: как измерить величину множества Q метрического пространства? Разобьем Q на «ячейки» с характерным размером (диаметром) r и подсчитаем минимальное число $N(r)$, покрывающих множество Q . Уменьшая размер ячеек, и следя за скоростью возрастания их числа, необходимого для покрытия множества Q , можно получить представление о размерности Q , в частности, вычислить «длину» множества¹², его «площадь», «объем» и т.п. В этом смысле

¹² Действительно, пусть Q – спрямленная кривая длины L . выберем минимальное покрытие, т.е. такое, которое состоит из наименьшего числа ячеек (существование такого покрытия для компактного множества следует из

конструкция размерности Хаусдорфа-Безиковича определяет «скорость роста» числа элементов минимального покрытия множества Q при стремлении размера элементов к нулю.

О п р е д е л е н и е 3.3 [155, с. 133]. Число d , для покрытия множества Q ,

$$d := \lim\{\ln N(r)/\ln (r^{-1}): r \rightarrow 0\} \quad (3.15)$$

называется *размерностью Хаусдорфа-Безиковича* множества Q .

Вычислим размерности (3.15) ряда множеств, которые являются типичными фракталами (три последних из них не подпадают под определение 3.1).

П р и м е р 3.1. *Размерность кривой Коха.* При $r=1/3$ число элементов покрытия равно $N(r)=4$, а при $r=(1/3)^n$ – соответственно $N(r)=4^n$, поэтому согласно (3.15) размерность Хаусдорфа-Безиковича кривой Коха равна $d=\ln 4/\ln 3 > 1$.

Топологическая размерность фигур двух следующих примеров равна 2 (так как они получены из плоской фигуры), что исключает для них определение 3.1.

П р и м е р 3.2. *Размерность салфетки Серпинского.* Вацлав Серпинский предложил пример скейлинга, как «плоского» фрактального множества, получаемого из правильного треугольника последовательным выбрасыванием средних частей; этот процесс изображен на рис. 3.16.



Рис. 3.20. Построение салфетки Серпинского

леммы Гейне-Бореля [9, с. 98]). Число ячеек $N(r)$ в этом покрытии будет пропорционально отношению N/r , и длину кривой получим предельным переходом при $r \rightarrow 0$: $L \approx N(r)r$.

Размерность салфетки Серпинского легко подсчитать по формуле (3.15), выбирая в качестве элемента покрытия правильный треугольник со стороной $r = (1/2)^n$. Тогда $N(r) = 3^n$, а значит $1 < d = \ln 3 / \ln 2 < 2$.

Пример 3.3. *Размерность дырявого ковра Серпинского.* Это плоская фрактальная фигура, полученная алгоритмическим способом, аналогичным при получении скейлинга типа «салфетки Серпинского», но начальным элементом здесь является единичный квадрат – рис. 3.17.



Рис. 3.21. Построение ковра Серпинского

При построении ковра Серпинского на первом шаге единичный квадрат делится на девять маленьких квадратов с длиной стороны, равной $r = 1/3$, выбрасывается центральный квадрат и процедура повторяется с оставшимися квадратами бесконечное число раз. Размерность «ковра» равна $1 < d = \ln 8 / \ln 3 < 2$.

Следующий пример показывает, что такой показатель как – *дробная размерность Хаусдорфа-Безиковича*, продемонстрированная примерами 3.1-3.3, также не может являться характеристическим признаком фрактала.

Пример 3.4. *Размерность дырявой пирамиды Серпинского.* Пирамида Серпинского – это объемная фрактальная фигура, полученная способом, аналогичным способу получения плоской салфетки Серпинского; начальным элементом является правильный тетраэдр с единичной длиной ребра. Фигура получается из тетраэдров, последовательно отсекаемых от вершин исходного тетраэдра, при этом стороны отсекаемых тетраэдров равны половине стороны тех тетраэдров, от которых они отбрасываются (далее процесс циклически

повторяется). Если элемент покрытия – тетраэдр с длиной стороны $r=(1/2)^n$, то требуется $N(r)=4^n$ элементов покрытия, что приводит к размерности равной 2 – целое число, хотя назвать его размерностью «плоского объекта» вряд ли можно.

Вернемся к основной линии изложения – определению оптимальных координат установки ПЭВМ в постановке, когда область её размещения – скейлинг. В качестве модели рассмотрим фрактала ковра Серпинского (ФКС); что позволит «мотивироваться» результатами § 3.3¹³ (вариант расчета для «салфетки Серпинского» строится аналогично). Для этого совместим ФКС (рис. 3.5) с квадратом Q (рис. 3.2). В данном случае координаты установки ПЭВМ (3.11) не могут выступать в качестве решения задачи ее размещения, поэтому решение необходимо искать на границе G квадрата «изъятых» в центре ФКС ($n=1$, рис. 3.5); аналогичное решение строится для любого «пустого» квадрата ФКС.

С этой целью рассмотрим численное решение задачи оптимизации:

$$\min \{F^*(x,z):=\sum_{i=1,\dots,4} w_i(x,z): (x,z) \in G\}. \quad (3.16)$$

Пусть L – длина контура G , $h=0.01L$ и (x_j, z_j) , $j=0, \dots, 100$ – точки контура G , у которых расстояние между соседними точками вдоль контура G равно h . В соответствии с построениями из § 3.3 имеем:

$$\begin{aligned} F^*(x,z) &= w_1(x,z) + w_2(x,z) + w_3(x,z) + w_4(x,z) = \\ &= (x^2+z^2)^{-1} + (x^2+(1-z)^2)^{-1} + ((1-x)^2+(1-z)^2)^{-1} + ((1-x)^2+z^2)^{-1}, \end{aligned}$$

что позволяет ввести [91, с. 151] кубическую сплайн-функцию $F^\# \rightarrow: [0,L] \rightarrow R$

$$F^\#(jh) = F^*(x_j, z_j), \quad j=0, \dots, 100; \quad (3.17)$$

ясно, что если под «квазифракталом ковра» понимать структуру ковра Серпинского при фиксированном n , то шаг сетки (3.17) имеет ограничение $h \leq (r/9)^n$.

Таким образом, задачу (3.13) можно трансформировать к задаче:

$$\min \{F^\#(y): y \in [0,L]\},$$

¹³ Данная мотивировка возникает тогда, когда экстремальная точка (3.11) – оптимальное размещение ПЭВМ, «выпадает» из допустимой области внутренности квадрата Q (рис. 3.2).

или в координатах стационарных точек функции $F^\#(y)$, – к корням алгебраического уравнения [14, с. 131]:

$$dF^\#(y)/dy=0. \quad (3.15)$$

Графики функций приведены на рис. 3.14 и рис. 3.15 (их построение осуществлено с использованием программной среды MATLAB [7]).

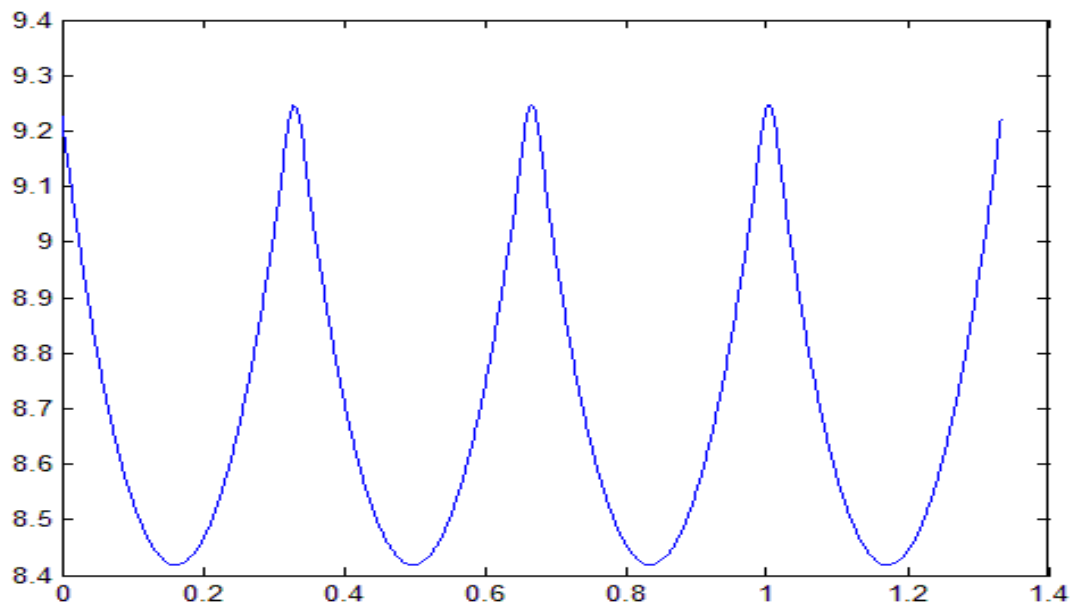


Рис. 3.22. График функции $F^\#(y)$.

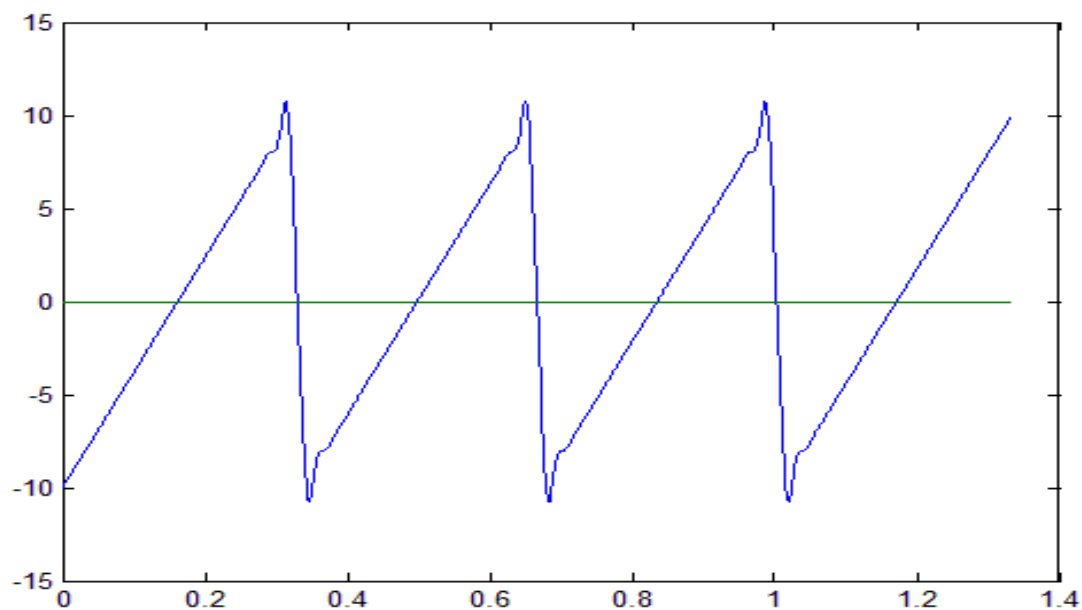


Рис. 3.23. График функции $dF^\#(y)/dy$.

В соответствии с соотношениями (3.17) для сплайн-функции $F^\#(\cdot)$ на сетке $h=0.01L$, (x_j, z_j) , $j=0, \dots, 100$ следует, что задача оптимизации (3.13)-(3.15) имеет неединственное (!) решение в точках контура G с координатами:

$$(x, z) = (\dots, \dots), (x, z) = (\dots, \dots), (x, z) = (\dots, \dots), (x, z) = (\dots, \dots).$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана многомерная нелинейная регрессионно-тензорная модель типа «вход–выход», описывающая процесс интенсивности источника электромагнитного излучения в заданном комплексе точек сканирования сигнала данного ИЭМИ в зависимости от координат его пространственно-угловой ориентации.

2. Построен двухкритериальный МНК-алгоритм параметрической идентификации трехвалентной регрессионно-тензорной модели с минимальной операторной нормой, описывающей наблюдаемость ИЭМИ в фиксированных точках несанкционированного сканирования.

3. Разработаны прямой (двухвалентная модель) и итерационный (трехвалентная модель) алгоритмы автоматизированного поиска пространственно-углового положения ИЭМИ из условия минимизации наблюдаемости ИЭМИ в потенциальном комплексе точек несанкционированного сканирования.

4. Получены оценки сходимости алгоритма оптимизации размещения ИЭМИ в варианте трехвалентной регрессионно-тензорной модели наблюдаемости ИЭМИ.

5. Разработан программно-алгоритмический комплекс «ОРИЭП», решающий задачи многокритериальной экспериментальной идентификации векторно-матричной нелинейной модели регрессии интенсивности ИЭМИ и оптимизации его размещения в заданной области с учетом минимальной наблюдаемости в фиксированном комплексе сканирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аведьян Э.Д.* Алгоритмы настройки многослойных нейронных сетей//АиТ.– 1995.№4.– С. 106-118.
2. *Аведьян Э.Д., Баркан Г.В., Левин И.К.* Каскадные нейронные сети//АиТ.– 1999.№3.– С.38-55.
3. *Аверина Т.А., Рыбаков К.А.* Анализ систем управления со случайными изменениями структуры методом статистического моделирования и спектральным методом// Труды SICPRO'08. VII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2008. – С. 1437-1457.
4. *Агаджанов А.Н., Бутковский А.Г.* Фрактальные финитные функции управления и управления со всюду расходящимися рядами Фурье в гиперболических распределенных системах» // Труды SICPRO'09. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2009. – С. 1297-1307.
5. *Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В.* Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 255 с.
6. *Аквис М.А., Гольдберг В.В.* Тензорное исчисление.– М.:Наука,1972.–352 с.
7. *Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л.* Элементы математического моделирования в программных средах MATLAB и SCILAB. – СПб: Наука, 2001. – 288 с.
8. *Александров А.Г., Орлов Ю.Ф.* Пакет программ АДАПЛАБ: новые возможности для моделирования процессов адаптации // Труды SICPRO'03. II Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2003. – С. 2556-2569.
9. *Алексеевский М.В.* Методологии моделирования, программирования и управления данными в распределенных автоматизированных информационных системах // Труды SICPRO'08. VII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт

проблем управления РАН. – Москва. – 2008. – С. 1891-1909.

10. *Антонец В.А., Вдовина Д.Г., Диденкулова И.И., Нечаева Н.В., Рябчиков А.П.* Моделирование корпоративных информационных систем с помощью UML-профиля // Труды SICPRO'05. IV Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2005. – С. 1638-1655.

11. *Антонова Г.М.* Решение задач оптимизации на основе имитационных моделей // Труды SICPRO'09. VIII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2009. – С. 254-262.

12. *Антонова Г.М.* Выбор сеточных методов для оптимизации динамических стохастических систем, представленных имитационными моделями // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 1617-1631.

13. *Базилевский М.П., Носков С.И.* Алгоритм построения линейно-мультипликативной регрессии // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2011. – № 1. – С. 88–92.

14. *Банах С.* Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1972. – 424 с.

15. *Баранов В.А., Терновой И.Л., Тукелев А.В.* Моделирование трафика локальных и глобальных информационно вычислительных сетей // Труды SICPRO'04. III Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2004. – С. 1669-1683.

16. *Белкин П.Ю., Михальский О.О., Першаков А.С. и др.* Программно-аппаратные средства обеспечения информационной безопасности. Защита программ и данных.- М.: Радио и связь, 1999. – 199с.

17. *Бернштейн А.В., Кулешов А.П., Бурнаев Е.В.* Об одной методологии построения аппроксимаций многомерных зависимостей // Пленарные и

избранные доклады IV Международной конференции PACO'2008 – «Параллельные вычисления и задачи управления» / Москва, 2008. – Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – С. 56–62.

18. *Боровиков В.П., Боровиков И.П.* STATISTICA–Статистический анализ и обработка данных в среде Windows.–М.: Информационно-издательский дом “Филинь”, 1997.–608с.

19. *Браунли К.А.* Статистические исследования в производстве. – М.: ИЛ, 1949. – 227 с.

20. *Буштрук А.Д., Буштрук Т.Н.* Процесс течения времени и его моделирование // Труды SICPRO'04. III Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2004. – С. 1701-1706.

21. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1981. – 512 с.

22. *Волосюк В.К., Кравченко В.Ф., Павликов В.В., Пустовойт В.И.* Оптимальные оценки параметров сигналов малоразмерного источника радиотеплового излучения в двухантенном радиометре. // Доклады академии наук. Техническая физика. – 2013. - т. 449. – № 3. – С. 281-285.

23. *Воронов А.В., Г.П. Воронова Г.П.* К идентификации нейронными сетями // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 1205-1207.

24. *Вощинин А.П., Сотиров Г.Р.* Оптимизация в условиях неопределенности.–М.: Московский энергетический институт (СССР); “Техника” (НРБ), 1989.–224с.

25. *Гагарин А.П.* Имитационное моделирование научно-технического прогресса // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 1215-1224.

26. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.

27. *Генне В.И.* К вопросу оценки уровня ПЭМИ цифрового электронного оборудования. // Защита информации. Конфидент. – 1999. -№ 6. – с. 61-64.

28. *Гладун В.П.* Эвристический поиск в сложных средах.– Киев: Наукова думка, 1977.– 166с.

29. *Глазман И.М., Любич Ю.И.* Конечномерный линейный анализ. – М.: Наука, 1969. – 476 с.

30. *Гоголев В.В.* Использование аппарата нечеткой логики для имитационного моделирования вычислительных сетей // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 755-770.

31. *Головина Е.Ю.* Программное средство моделирования управления на основе математического аппарата прикладной семиотики // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 1771-1779.

32. *Горбунов О.Е.* Моделирование и оптимизация workflow-процессов // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 814-821.

33. *Грачев А.И., Данилов А.М., Голованов О.А., Гарькина И.А.* Математическое моделирование акустических систем // Труды SICPRO'08. VII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2008. – С. 1734-1751.

34. *Губарев В.Ф.* Оценивание состояния с параметрической идентификацией многомерных систем в условиях неопределенности» // Труды SICPRO'09. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2009.– С. 321-397.

35. *Данеев Р.А.* Регрессионно-тензорное моделирование электромагнитной защиты ПЭВМ // Современные технологии. Системный

анализ. Моделирование. – 2013. – № 1. – С. 158-166.

36. *Данеев Р.А.* Об оптимальном размещении ПЭВМ на квазифрактальной поверхности // Вестник БГУ. – 2013. – № 1.

37. *Данеев Р.А., Шарпинский Д.Ю.* Оптимальная установка ПЭВМ: компьютерное моделирование пространственных координат // Труды международного форума по проблемам науки, техники и образования. – М., 2009. – С. 46-48.

38. *Данеев Р.А.* Постановка задачи определения оптимальных координат установки ПЭВМ внутри связного геометрического контура // Транспортная инфраструктура Сибирского региона. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Иркутск: ИрГУПС, 2011. – С. 298-303.

39. *Данеев Р.А.* Программный комплекс «ОРИЭП» для определения координат размещения источника электромагнитного поля // Транспортная инфраструктура Сибирского региона. Материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. – Иркутск: ИрГУПС, 2012. – Т. 1. – с. 356-358.

40. *Данилов А.М., Королев Е.В., Смирнов В.А.* Моделирование систем частиц: постановка начальных условий // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 1463-1473.

41. *Данич В.Н.* Модели социальных паник с формированием и потерей иммунитета // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 1148-1159.

42. *Девянин П.Н., Михальский О.О., Правиков Д.И., Щербаков А.Ю.* Теоретические основы компьютерной безопасности. - М.: Радио и связь, 2000. – 192 с.

43. *Данич В.Н., Волга А.В.* Имитационное моделирование социальных паник // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва.

– 2007. – С. 1160-1193.

44. *Дигас Б.В., Розенберг В.Л., Минуллин Я.Е.* Компьютерное моделирование экономических последствий участия России в Киотском протоколе // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 1115-1128.

45. *Дрейпер Н.Р., Смит Г.* Прикладной регрессионный анализ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2007. – 912 с.

46. *Дубровин В.И., Морщавка С.В., Пиза Д.М., Субботин С.А.* Нейросетевая идентификация объектов по спектрам // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 1190-1204

47. *Дубровин В.И.* Идентификация и оптимизация сложных технических процессов и объектов. – Запорожье: ЗГТУ, 1997.–92с.

48. *Дубровин В.И., Субботин С.А.* Построение адаптивных систем классификации на основе нейронных сетей с латеральным торможением//Радіоелектроніка.Інформатика.Управління. –1999.№ 2.– С. 110-114.

49. *Думнов С.Н., Куменко А.Е., Рудых А.Г., Русанов В.А.* Регрессионно-тензорный анализ задачи оптимизации параметров физико-технического процесса // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2009. № 1. С. 102-108.

50. *Жаров В.С., Цукерман В.А.* Моделирование имитационных систем для разработки стратегии развития предприятий минерально-сырьевой направленности // Труды SICPRO'03. II Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2003. – С. 447-460.

51. *Жигунова Я.А., Носков С.И.* Определение гармоник информативного сигнала монитора на основе методов регрессионного анализа // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2008. – № 4.

– С. 89–90.

52. *Задорожный В.Н.* Методы двухуровневого моделирования систем с очередями // Труды SICPRO'08. VII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2008. – С. 1484-1563.

53. *Зайцев И.В.* Моделирование процесса исполнения приложений с распределенной архитектурой и определение их характеристик качества обслуживания // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 2483-2527.

54. *ЗаксЛ.* Статистическое оценивание / Пер. с нем. – М.: Статистика, – 1976. – 598 с.

55. *Зварич В.Н., Марченко Б.Г.* Об одном методе идентификации линейного процесса авторегрессии // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 1269-1277.

56. *Зензин А.С., Окольников В.В.* Применение имитационного моделирования для решения задач управления технологическими процессами // Труды SICPRO'08. VII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2008. – С. 1910-1916.

57. *Иоала В., Ольман В.* Метод оценивания коэффициентов линейной одномерной регрессии // Изв. АН ЭССР: Физика. Математика. – 1987. – Т. 36. – № 4. – С. 422–424.

58. *Иванов В.А.* Актуальные вопросы моделирования управления комплексными технологическими процессами // Труды SICPRO'09. VIII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2009. – С. 705-735.

59. *Иванов В.В.* Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. – Киев: Наукова думка, 1986. – 584 с.

60. *Игнатьев М.Б.* Лингво-комбинаторное моделирование и проблемы идентификации и управления плохо формализованных систем // Труды SICPRO'05. IV Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2005. – С. 1129-1138.

61. *Игнатова И.Г.* Моделирование состояния и развития корпоративной предметной области деятельности на основе накопления информационных ресурсов // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 822-830.

62. *Каршаков Е.В.* Задача калибровки электромагнитной системы относительного позиционирования // Управление большими системами. – Вып. 37. – 2013. – С. 250-267.

63. *Кандалов М.С., Трахтенгерц Э.А., Юрченко В.Е.* Компьютерная поддержка принятия решений на примере оперативного управления горным производством // Труды SICPRO'03. II Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2003. – С. 447-460.

64. *Канторович Л.В., Акилов Г.П.* Функциональный анализ. – М.: Наука, 1977. – 742 с.

65. *Каркарин П.А., Шестернев А.И., Шестернева О.В.* О некоторых моделях организационных систем // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 1046-1064.

66. *Кастри Дж.* Большие системы: связность, сложность и катастрофы. М.: Мир, 1982. 216 с.

67. *Качала В.В.* Сравнительный анализ алгоритмов структурной идентификации // Труды SICPRO'00. Международная конференция

«Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 133-143.

68. *Кенуй М.Г.* Быстрые статистические вычисления. Упрощенные методы оценивания и проверки. – М.: Статистика, 1979. – 69 с.

69. *Кирилов А.А.* Элементы теории представлений. – М.: Наука, 1978. – 344 с.

70. *Киселева Е.М., Лозовская Л.И., Тимошенко Е.В.* Решение непрерывных задач оптимального покрытия шарами с использованием теории оптимального разбиения множеств // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 3. – С. 98–117.

71. *Клепарский В.Г., Мельников О.Н.* Модель переключения нейроподобной структуры // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 1213-1221.

72. *Кобзарь А.И.* Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. – М.: Физматлит, 2006. – 813 с.

73. *Ковель А.А., Покидько С.В.* Математическое планирование эксперимента при отработке электронных элементов // Известия вузов. Приборостроение. – 2008. – Т. 51. – № 8. – С. 13–17.

74. *Козлачков С.* Основные направления развития систем информационной безопасности. // Системы безопасности. – 2003. – № 5. Режим доступа: <http://www.security.strongdisk.ru/i/155&all=1/>. – 10.02.2013.

75. *Козырев В.А., Куменко А.Е., Рудых А.Г., Русанов В.А.* Нелинейный регрессионно-тензорный анализ оптимальной установки электромагнитного источника излучения при несанкционированном сканировании его электромагнитного поля // Известия вузов. Приборостроение. – 2010. – Т. 53. – № 10. – С. 10–17.

76. *Колмогоров А.Н., Фомин С.В.* Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1976. – 544 с.

77. *Комарцова Л.Г.* Нейросетевая идентификация вычислительных

систем // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 1183-1189.

78. *Кострикин А.И., Манин Ю.И.* Линейная алгебра и геометрия. – М.: Наука, 1986. – 304 с.

79. *Копысов О.Ю., Кулагин В.П.* К проблеме идентификации параметров вращения твердого тела // Труды SICPRO'09. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2009. – С. 492-500.

80. *Королев М.В.* Вероятностный подход к определению размера зоны защищенности конфиденциальной информации от утечки по каналу ПЭМИ // Защита информации. – 2013. – № 1. – С. 36-37.

81. *Корхин А.С.* Линейная регрессия с нестационарными переменными и ограничениями на параметры // Кибернетика и системный анализ. – 2009. – № 3. – С. 50–64.

82. *Краснов А.Е., Красников С.А., Николаева С.В., Кузнецова Ю.Г.* Моделирование функционально-технологических свойств гетерогенных смесей // Труды SICPRO'05. IV Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2005. – С. 690-699.

83. *Красноперова М.А.* О принципах компьютерного моделирования семантики ритмического текста // Труды SICPRO'03. II Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2003. – С. 1768-1780.

84. *Кротов В.Ф.* Центрированные стохастические оболочки детерминированных систем. // Доклады академии наук. Математика. – 2012. – т. 446. – № 3. – С. 251-255.

85. *Крушель Е.Г., Степанченко О.В.* Задачи управления, оценки состояния и моделирования применительно к объектам с разнотемповыми составляющими // Труды SICPRO'04. III Международная конференция

«Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2004. – С. 1972-1989.

86. *Курак Я.А.* Некоторые аспекты разработки систем информационной безопасности. // Информационные и математические технологии в науке, технике и образовании: тр. 10-й Байкал. всерос. конф. – Иркутск: Институт систем энергетики им Л.А. Мелентьева СО РАН, 2006. – ч. 2. – с. 192-199.

87. *Курак Я.А.* Особенности оценки защищенности средств вычислительной техники. // Актуальные проблемы права, экономики и управления в Сибирском регионе: сб. ст. междунар. науч.-прак. конф. – Иркутск: РИО ГУ НЦ РВХ ВСНЦ СО РАМН, 2006. – Вып. 2, т. 1. – с. 184-185.

88. *Курак Я.А.* Проблема оценки защищенности аппаратных средств вычислительной техники. // Информационные технологии проблемы моделирования сложных систем. – Иркутск: ИИТМ ИрГУПС, 2005. – Вып. 2. – с. 130-137.

89. *Куссуль Э.М.* Ассоциативные нейроподобные структуры.– Киев: Наукова думка, 1990.– 111с.

90. *Ланкастер П.* Теория матриц. – М.: Наука, 1982. – 268 с.

91. *Ланкин Ю.П., Сакаш И.Ю.* Нейросетевое моделирование динамики озонового слоя Земли // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 916-926.

92. *Лоран П.-Ж.* Аппроксимация и оптимизация. М.: Мир, 1975. 496 с.

93. *Лычкина Н.Н.* Компьютерное моделирование социально-экономического развития регионов в системах поддержки принятия решений // Труды SICPRO'04. III Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2004. – С. 1377-1402.

94. *Макаров И.М., Виноградская Т.М., Рубчинский А.А., Соколов В.Б.* Теория выбора и принятия решений. - М.: Наука, 1982. - 328 с.

95. *Малиновский Л.Г.* Методология науки как инструмент

идентификации и проектирования форм управления в обществе // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 1233-1268.

96. *Маслов П.П.* Замена способа наименьших квадратов простейшим расчетом // Вестник статистики. – 1973. – № 5. – С. 18–20.

97. *Медведев А.В., Низамеев А.Р., Сергеева Н.А., Шестернев А.И., Заблоцкая К.В.* Непараметрическое моделирование многосвязных систем // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 1600-1610.

98. *Месарович М, Такахара Я.* Общая теория систем: математические основы. М.: Мир, 1978. 312 с.

99. *Моисеев Н.Н.* Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 488 с.

100. Нейрокомпьютеры и интеллектуальные роботы / Амосов Н.М., Байдык Т.Н., Гольцев А.Д. и др. Под ред. Н.М. Амосова. - Киев: Наукова думка, 1991. - 272 с.14.

101. *Носков С.И.* L-множество в многокритериальной задаче оценивания параметров регрессионных уравнений. // Информационные технологии и проблемы математического моделирования сложных систем. – Иркутск: ИИТМ ИрГУПС, 2004. – Вып. 1. – с. 1-4.

102. *Носков С.И., Данеев Р.А.* Элементы геометрического языка матричного и тензорного моделирования когнитивных систем // Информационные технологии и проблемы математического моделирования сложных систем. – Иркутск: ИрГУПС, 2012. – Выпуск 10. – С. 124-129.

103. *Орлов Ю.Ф.* Определение структурных инвариантов многомерного объекта по его частотным характеристикам // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 221-236.

104. *Олоничев В.В., Староверов Б.А., Смирнов М.А.* Дискретные алгоритмы идентификации для систем управления на основе микропроцессорных контроллеров // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2010. – № 6. – С. 27–31.

105. *Опарин Г.А., Феоктистов А.Г.* Имитационное моделирование процессов функционирования распределенных пакетов знаний // Труды SICPRO'05. IV Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2005. – С. 1139-1144.

106. *Платонов В.В.* Программно-аппаратные средства обеспечения информационной безопасности вычислительных сетей. – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 240 с.

107. *Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П.* Введение в системный анализ. М.: Высшая школа, 1989. 367 с.

108. *Поляк Б.Т., Щербаков П.С.* Робастная устойчивость и управление. – М.: Наука, 2002. – 304 с.

109. *Пономарев Д.Ю.* О подходе к анализу сетей массового обслуживания с использованием тензорной методологии // Труды SICPRO'06. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2006. – С. 697-704.

110. *Постан М.Я.* Моделирование сложных систем с помощью полумарковских процессов со сносом // Труды SICPRO'06. V Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2006. – С. 604-617.

111. *Потапов А.А.* Фракталы и хаос как основа прорывных технологий в современных радиосистемах (С. 374–457). // В кн.: *Кроновер Р.* Фракталы и хаос в динамических системах. – М.: Техносфера, 2006. – 488 с.

112. *Пустыльник Е.И.* Две задачи, связанные с обработкой линейных зависимостей // Завод.лаб. – 1981. – Т. 47. – № 3. – С. 52–53.

113. *Рао С.Р.* Линейные статистические методы и их приложения. – М.: Наука, 1968. – 548 с.

114. *Ревин П.М.* Проблема моделирования систем защиты информации в распределенных системах // Труды SICPRO'05. IV Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2005. – С. 1198-1208.

115. *Русанов В.А., Данеев Р.А., Шарпинский Д.Ю.* К обеспечению электромагнитной защиты ПЭВМ методом регрессионно-тензорного моделирования её пространственно-угловой ориентации // Приборы и системы. Управление контроль, диагностика. – 2011. – № 3. – С. 7–11.

116. *Русанов В.А., Данеев Р.А., Шарпинский Д.Ю.* Компьютерное моделирование электромагнитной скрытности ПЭВМ // Известия Самарского научного центра РАН. – 2011. – Т. 13.– № 4.– С. 126–132.

117. *Русанов В.А., Данеев Р.А., Шарпинский Д.Ю.* Робастно-адаптивная настройка алгоритма электромагнитной защиты ПЭВМ // Приборы и системы. Управление контроль, диагностика. – 2013. – № 1. – С. 18–24.

118. *Русанов В.А., Данеев А.В., Шарпинский Д.Ю., Файзрахманов Г.П.* Апостериорное моделирование динамики распространения лесного пожара на основе данных космомониторинга // Труды SICPRO'06. V Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2006. – С. 1486-1494.

119. *Русанов В.А., Шарпинский Д.Ю., Агафонов С.В., Данеев Р.А., Думнов С.Н.* Регрессионно-тензорное моделирование оптимальных режимов многофакторных когнитивных систем // Труды V Международного симпозиума «Обобщенные решения в проблемах управления-2010». – Улан-Батор, 2009. – с. 162-163.

120. *Рыков А.С., Шахназарян А.А.* Многокритериальный выбор торговой системы// Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 1656-1664.

121. Садердинов А.А., Трайнев В.А., Федулов А.А. Информационная безопасность предприятия. – М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К», 2006. – 336с.

122. *Синицын И.Н., Синицын В.И., Корепанов Э.Р., Белоусов В.В., Чумин Ю.В.* Методическое и программное обеспечение анализа качества и моделирования сингулярных стохастических систем // Труды SICPRO'05. IV Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2005. – С. 1713-1743.

123. *Синицын И.Н., Синицын В.И., Корепанов Э.Р., Белоусов В.В.* Современное методическое и программное обеспечение анализа качества и моделирования стохастических систем управления // Труды SICPRO'04. III Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2004. – С. 1912-1926.

124. *Сиротенко М.Ю.* Программный комплекс для моделирования работы нейросетевых планировщиков перемещений автономных мобильных роботов // Труды SICPRO'05. IV Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2005. – С. 938-946.

125. *Слотин Ю.С.* Интервальное построение регрессионных моделей компромиссных значений функции отклика // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. –С. 1917-1932.

126. *Слотин Ю.С.* Построение математических моделей областей нахождения оптимальных решений // Планирование эксперимента. Материалы семинара.–М.: Знание,1980.–С.81-89.

127. *Слотин Ю.С.* Композиционное планирование регрессионного эксперимента. –М.: Знание, 1983.–52с.

128. *Слотин Ю.С.* Многоцелевая оптимизация гарантированных решений по снижению рисков и ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций // Труды Всероссийской конференции: Проблемы защиты населения и

территорий от чрезвычайных ситуаций.–23-26сентября1997г.–Красноярск: Красноярский государственный технический университет,1997.–С. 209ñ217.

129. *Слотин Ю.С.* Многоцелевая оптимизация гарантированных решений // Тезисы докладов международной конференции по проблемам управления.–Москва,29июня–2июля1999г. –М.: Институт проблемуправления,1999.–Том2.–С. 337-339.

130. *Слотин Ю.С., Слотин А.Ю.* Информационно-экспертнаястатистическаясистемаоптимизациигарантированныхрешений:назначение,задачи,структура//Тезисыдокладов5-оймеждународнойконференции “Проблемы управления безопасностью сложных систем”.– М.:Институтпроблемуправления,1998.–Том2.–С.250-253.

131. *Смирнов Д.А., Бодров М.Б., БезручкоБ.П.* Идентификация связи между нелинейными осцилляторами по хаотическим временным рядам // Труды SICPRO’05. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2005.– С. 1875-1890.

132. *Степанченко И.В.* Моделирование дискретных процессов управления динамическими объектами с учетом технических характеристик вычислительной системы // Труды SICPRO’03. II Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2003. – С. 1729-1755.

133. *Стрекаловский А.С., Орлов А.В.* Биматричные игры и билинейное программирование. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 224 с.

134. *Субботін С.О.*Нейроннімережікеруютьякістю// Пульсар. –1999.№ 12.– С. 8-10.

135. *Суворов П.А., Кондратьев А.В., Белихов А.Н.* Некоторые особенности поля ПЭМИ ТС, обрабатывающих конфиденциальную информацию. // Спецтехника. 2004, № 2.

136. *Судаков А.Н.* К вопросу о выборе средств измерений ПЭМИН. // Защита информации. Конфидент. – 2002. - № 4-5. – Режим доступа:

<http://www.cprspb.ru/bibl/spi/8.html>. - 15.03.2013.

137. *Суровцев И.С., Клюкин В.И., Пивоварова Р.П.* Нейронные сети. – Воронеж: Воронежский Государственный Университет, 1994.– 222с.

138. *Сысоев Л.П., Шайкин М.Е.* Идентификация ковариационных структур для одного класса регрессионных моделей со свойствами симметрии // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 949-957.

139. Таблицы планов эксперимента для факторных и полиномиальных моделей/Подред. *В.В. Налимова.*–М.: Металлургия, 1982.–752с.

140. Тарасюк М.В. Защищенные информационные технологии. Проектирование и применение. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004.- 192с.

141. Теория выбора и принятия решений / *И.М. Макаров и др.* М.: Наука, 1982. 328 с.

142. *Тюрин Ю.Н., Макаров А.А.* Статистический анализ данных на компьютере.–М.:ИНФРА-М, 1998.–528с.

143. *Федоткин М.А.* Кибернетический подход к построению математической модели управляющих систем // Труды SICPRO'09. VIII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2009. – С. 108-143.

144. *Фридман А.Я.* Ситуационный подход к моделированию промышленно-природных комплексов и управлению их структурой // Труды SICPRO'05. IV Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2005. – С. 1075-1108.

145. *Хальд А.* Математическая статистика с техническими приложениями. – М.: ИИ, 1956. – 642 с.

146. *Химмельблау Д.* Анализ процессов статистическими методами / Пер. с англ. – М.: Мир, 1970. – 959 с.

147. *Холлендер М., Вулф Д.* Непараметрические методы статистики / Пер.

с англ. – М.: Финансы и статистика, 1983. – 518 с.

148. *Хорев А.А.* Способы и средства подавления электронных устройств перехвата информации, подключаемых к двухпроводным телефонным линиям. // Защита информации. – 2013. – № 1. – С. 12-19.

149. *Хорев А.А.* Техническая защита информации. Т. 1. Технические каналы утечки информации. – М.: НПЦ «Аналитика», 2008. – 436 с.

150. *Хорн Р., Джонсон Ч.* Матричный анализ. – М.: Мир, 1989. – 655 с.

151. *Хранилов В.П., Спиринов А.А.* Элементы математического обеспечения для поддержки принятия решений САЕ-систем автоматизированного проектирования вычислительной платформы «умного дома» // Труды SICPRO'08. VII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2008. – С. 1948-1957.

152. *Цветков С.А., Румянцев В.П.* Гибридные системы моделирования и оптимизации инновационных проектов// Труды SICPRO'08. VII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2008. – С. 1305-1314.

153. *Целигоров Н.А., Целигорова Е.Н.* Применение модифицированного метода корневого годографа для исследования робастной абсолютной устойчивости многомерных систем управления // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 547-555.

154. *Чернухин Ю.В., Пшихонов В.Х., Писаренко С.Н., Трубачев О.Е.* Моделирование нейросетевых систем управления интеллектуальных мобильных роботов // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. – С. 1108-1114.

155. *Чернышев К.Р.* К обеспечению образовательного процесса в области стохастического моделирования (эссе по.2) // Труды SICPRO'07. VI Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». -

Институт проблем управления РАН. - Москва. - 2007. - С. 1632-1671.

156. *Чуличков А.И.* Математические модели нелинейной динамики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. 296 с.

157. *Шартинский Д.Ю., Русанов В.А., Данеев Р.А.* Оптимальное размещение источника электромагнитного поля «ОРИЭП» // Свидетельство Федеральной службы по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам о государственной регистрации программы для ЭВМ, № 2010613002 от 06.05.2010 г.

158. *Швецов А.Н., Дианов С.В.* Имитационное моделирование процессов обработки обращений граждан в организационных системах// Труды SICPRO'08. VII Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2008. – С. 1322-1349.

159. *Ширяев В.И., Афанасьева К.Е.* Моделирование региональных рынков // Труды SICPRO'06. V Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2006. – С. 549-558.

160. *Шлапаков С.И., Кривошеев И.А.* Самоорганизующиеся нейронные сети в системах распознавания // Труды SICPRO'00. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2000. –С. 1174-1182.

161. *Шустер П.* Динамический хаос. М.: Мир, 1988. 382 с.

162. *Шушляпина А.Е.* Приближенные аналитические решения систем нелинейных дифференциальных уравнений на основе нейронных сетей// Труды SICPRO'07. Международная конференция «Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2007. – С. 624-639.

163. *Энгелькинг Р.* Общая топология. М.: Мир, 1986. 752 с.

164. *Ясинский И.Ф.* Нейросетевой контроль качества в текстильном производстве// Труды SICPRO'06. Международная конференция

«Идентификация систем и задачи управления». – Институт проблем управления РАН. – Москва. – 2006.– С. 1294-1299.

165. *Acton F.S.* Analysis of straight line data. – N. Y.: Welly, 1959. – 261 p.

166. *Bartlett M.S.* Fitting a straight line when both variables are subject to error // *Biometrics*. – 1949.– V. 5. – P. 207–212.

167. *Boseniuk T., vander Meer M., Poschel T.* A Multiprocessor system for high speed simulation of neural networks // *Journal of New Generation Computer Systems*. – 1990. № 3. – P. 65-71.

168. *Brown G.W., Mood A.M.* On median tests for linear hypotheses // *Proc. of the Second Berkeley Symp. on Math. Stat. And Prob.* – Univ. of Calif. Press. – 1950. –P. 159–166.

169. *Daniels H.F.* *F*-distribution-free test for regression parameters // *AMS*. –1953. –V. 25. – № 3. –P. 499–513.

170. *Dubrovin V.I., Subbotin S.A.* Choice of neuron transfer functions and research their influence for learning quality of neural networks // *Proceedings of International Conference on Modern Problems of Telecommunications, Computer Science and Engineers Training TCSET'2000*. –Lviv-Slavsko, 2000.–P. 114-115

171. *Durbin J., Watson G.S.* Testing for serial correlation in least-squares regression // *Biometrika*. – 1951. – V. 38. – P. 159–178.

172. *Kerrich J.E.* Fitting the line $y=bx$ when errors of observation are present in both variables // *The Amer. Statistician*. – 1966. – V. 20. –P. 24.

173. *Kvetom K.* Formation of empirical regression curves and surfaces using power function // *Acta Technica*. –1988. –№ 2. –P. 141–157.

174. *Lund R.E.* Tables for an approximate test for outliers in linear models // *Technometrics*. – 1975. – V. 17. – № 4. – P. 473–476.

175. *Neural Network Toolbox User's Guide / Demuth H., Beale M.* – Natick: MathWorks Inc, 1997. – 700 p.

176. *Prescott P.* An approximate test for outlier in linear models // *Technometrics*. –1975. – V. 17. – № 1. – P. 129–132.

177. *Ross G.J.* Nonlinear Estimation. New York: Springer-Verlag, 1990. 237 p.
178. *Rusanov V.A., Daneev R.A.* Provision of Computer Electromagnetic Protection with Aid of the Method of Optimal Orientation Regression-Tensor Modeling // Advances in Computer Science and Engineering. – 2013. – Vol. 10. – No. 2. – P. 1-40.
179. *Sen P.K.* Estimates of the regression coefficient based on Kendall's tau // JASA. – 1968. – V. 63. – № 324. – P. 258–264.
180. *Siegel A.F.* Robust regression using repeated medians // Biometrika. – 1982. – V. 69. – № 1. – P. 242–244.
181. *Slotin Y.S.* The Interval Statistical Optimization for Little Selection of Data // ABSTRACTS. International conference on Interval and Computer Algebraic Methods in Science and Engineering. – March 7-10, 1994. – St-Petersburg, Russia. – P. 222-223.
182. *Theil H.* A rank-invariant method of linear and polynomial regression analysis. I // Proc. Kon. Ned. Akad. V. Weetenseh. – 1950. – A53. – P. 386–392.
183. *Tietjen G.L., Moore R.H., Beckman R.J.* Testing for a single outlier in simple linear regression // Technometrics. – 1973. – V. 15. – № 4. – P. 717–721.
184. *Wallis W.A.* Tolerance intervals for linear regression // Proc. of the Second Berkley Symp. on Math. Statist. And Probability. – Univ. of Calif. Press., Berkley and Los Angeles, 1951. – P. 43–51.
185. *Working H., Hotelling H.* Applications of the theory of error to the interpretation of trends // JASA. – 1929. – V. 24. – P. 73–85.

Приложение А

Файл orier.cpp

```
//-----  
#include <vcl.h>  
#pragma hdrstop  
//-----  
USEFORM("main.cpp", MainForm);  
USEFORM("childwin.cpp", MDIChild);  
USEFORM("about.cpp", AboutBox);  
USEFORM("LoadingFrm.cpp", LoadingForm);  
USEFORM("BasisFrm.cpp", BasisForm);  
USEFORM("FunctionFrm.cpp", FunctionForm);  
USEFORM("YGraphFrm.cpp", YGraphForm);  
USEFORM("UiFrm.cpp", UiForm);  
USEFORM("FGraphFrm.cpp", FGraphForm);  
USEFORM("ScaleFrm.cpp", ScaleForm);  
USEFORM("ResultFrm.cpp", ResultForm);  
USEFORM("LogFrm.cpp", LogForm);  
//-----  
WINAPI WinMain(HINSTANCE, HINSTANCE, LPSTR, int)  
{  
    Application->Initialize();  
    Application->Title = "ОРИЭП";  
    Application->CreateForm(__classid(TMainForm), &MainForm);  
    Application->CreateForm(__classid(TAboutBox), &AboutBox);  
    Application->CreateForm(__classid(TLoadingForm), &LoadingForm);  
    Application->CreateForm(__classid(TBasisForm), &BasisForm);  
    Application->CreateForm(__classid(TFunctionForm), &FunctionForm);  
    Application->CreateForm(__classid(TYGraphForm), &YGraphForm);  
    Application->CreateForm(__classid(TUiForm), &UiForm);  
    Application->CreateForm(__classid(TFGraphForm), &FGraphForm);  
    Application->CreateForm(__classid(TScaleForm), &ScaleForm);  
    Application->CreateForm(__classid(TResultForm), &ResultForm);  
    Application->CreateForm(__classid(TLogForm), &LogForm);  
    Application->Run();  
    return 0;  
}  
//-----
```

Файл main.cpp

```
//-----  
#include <vcl.h>  
#pragma hdrstop  
  
Продолжение приложения А  
#include "Main.h"  
#include "About.h"  
#include "LoadingFrm.h"  
#include "math.hpp"
```



```

#include "LogFrm.h"
//-----
#pragma resource "*.dfm"
TMainForm *MainForm;
boolean busy=false;
boolean starting=true;
AnsiString Replacepp(AnsiString str, AnsiString FindStr, AnsiString ReplaceStr);
//-----
AnsiString TMainForm::Exec(AnsiString cmd)
{
    engOutputBuffer( pEng, pBuf, BUFSIZE );
    engEvalString(pEng, cmd.c_str());
    // msgs+=pBuf;
    //ShowMessage(pBuf);
    AnsiString res=pBuf;
    // engEvalString(pEng, AnsiString("fprintf(" + Replacepp(res,"","\\") + ")").c_str());
    // res=pBuf;
    // ShowMessage(res);
    LOG = LOG + "\\n> " + cmd + "\\n";
    LOG = LOG + res;
    return res;
}
//-----
__fastcall TMainForm::TMainForm(TComponent *Owner)
    : TForm(Owner)
{
}
//-----
TMDIChild * __fastcall TMainForm::CreateMDIChild(String Name)
{
    TMDIChild *Child;
    //--- create a new MDI child window ---
    Child = new TMDIChild(Application);
    Child->Caption = Name;
    Child->name = "window" + IntToStr(MDIChildCount);
    return Child;
}
//-----
void __fastcall TMainForm::FileNew1Execute(TObject *Sender)
{
    Продолжение приложения А

    CreateMDIChild("Эксперимент" + IntToStr(MDIChildCount + 1));
}
//-----
void __fastcall TMainForm::FileOpen1Execute(TObject *Sender)
{
    if (OpenDialog->Execute())
    {
        TMDIChild *Child = CreateMDIChild(OpenDialog->FileName);
        Child->open(OpenDialog->FileName);
        Child->filepath = OpenDialog->FileName;
    }
}

```

```

    }
}
//-----
void __fastcall TMainForm::HelpAbout1Execute(TObject *Sender)
{
    AboutBox->ShowModal();
}
//-----
void __fastcall TMainForm::FileExit1Execute(TObject *Sender)
{
    Close();
}
//-----
void __fastcall TMainForm::FormShow(TObject *Sender)
{
    MainForm->Enabled = false;
    LoadingForm->Show();
    Application->ProcessMessages();
}
//-----
void __fastcall TMainForm::Timer1Timer(TObject *Sender)
{
    if(busy)return;
    busy=true;
    if(starting)
    {
        starting=false;
        pEng = engOpen (NULL);
        if (pEng == NULL)
        {
            ShowMessage("Can't start Engine session!");
            Close();
            return;
        }
        AnsiString matpath=GetCurrentDir()+"\\matlab";
        AnsiString tmp=Exec("cd "+matpath+"");
        //Exec("start");
        //Visible=false;
        MainForm->Enabled = true;
        Timer1->Enabled = false;
        LoadingForm->Close();
/*
    try
    {
        SaveMemo->Lines->LoadFromFile(GetCurrentDir()+"\\leftmat.txt");
        if (SaveMemo->Text.Length() > 0)
        {
            past(grid1,SaveMemo->Text);
        }
    }
    catch(...)
    {

```

```

    }
    */
    /*
    try
    {
        SaveMemo->Text = "";
        SaveMemo->Lines->LoadFromFile(GetCurrentDir()+"\\rightmat.txt");
        if (SaveMemo->Text.Length() > 0)
        {
            past(grid2,SaveMemo->Text);
        }
    }
    catch(...)
    {
    }
    */
}
else
{
    //AnsiString res=Exec("global hMainFig; ishandle(hMainFig)");
    //if(res.Pos("0")>0)
    //{
    // Close();
    //}
}
//busy=false;
}
//-----
void __fastcall TMainForm::FormClose(TObject *Sender, TCloseAction &Action)
{
    engClose(pEng);
}
//-----
bool __fastcall TMainForm::ShowError(AnsiString str)
{
    if (str.Pos("??") == 1)
    {
        Application->MessageBox(str.c_str(),"ошибка");
        return true;
    }
    return false;
}
//-----
double *TMainForm::GetMatrix(AnsiString name, int* ColCount, int* RowCount)
{
    if (ShowError(Exec("sz=size(" + name + ")")))
    {
        return NULL;
    }
    mxArray *m=engGetArray(pEng, "sz");
    if (m == NULL)
    {

```

```

    return NULL;
}
double *d = mxGetPr(m);
*RowCount = d[0];
*ColCount = d[1];
mxDestroyArray(m);
m=engGetArray(pEng, name.c_str());
d = mxGetPr(m);
int bytes = sizeof(double) * (*RowCount) * (*ColCount);
double* res = (double*)malloc(bytes+1000);
for(int i = 0; i < bytes; i++)
{
    ((char*)res)[i] = ((char*)d)[i];
}
mxDestroyArray(m);
return res;
}
//-----
double* __fastcall TMainForm::makeBasisU(int row)
{
    Exec("makeBasisU(" + AnsiString(row) + ");");
    int rowcount,colcount;
    return GetMatrix("A",&colcount,&rowcount);
}
//-----
String __fastcall TMainForm::getUr(int num, int u_ColCount)
{
    int cols;
    int rows;
    double* R = GetMatrix("R"+AnsiString(num), &cols, &rows);
    if (R == NULL)
    {
        Application->MessageBox("Неожиданная ошибка","ошибка");
        return "";
    }
    AnsiString cmdUU = AnsiString(RoundTo(R[0],-4));
    int ind = 1;
    for (int i=1; i <= u_ColCount; i++)
    {
        AnsiString koef = AnsiString(RoundTo(R[ind],-4));
        AnsiString oper;
        if (koef.Pos("-") > 0)
        {
            oper = "-";
            koef = Replacepp(koef,"-","");
        }
        else
        {
            oper = "+";
        }
        cmdUU = cmdUU + oper + koef + "u" + AnsiString(i);
        ind++;
    }
}

```

```

}
for (int i=1; i <= u_ColCount; i++)
{
    for (int j=i; j <= u_ColCount; j++)
    {
        AnsiString koef = AnsiString(RoundTo(R[ind],-4));
        AnsiString oper;
        if (koef.Pos("-") > 0)
        {
            oper = " - ";
            koef = Replacepp(koef,"-","");
        }
        else
        {
            oper = " + ";
        }
        cmdUU = cmdUU + oper + koef
            + "*u" + AnsiString(i) + "*u" + AnsiString(j);
        ind++;
    }
}
free(R);
return "y" + AnsiString(num) + " = " + cmdUU;
}
//-----
void __fastcall TMainForm::plot_y(
    AnsiString from1,
    AnsiString to1,
    AnsiString step1,
    AnsiString from2,
    AnsiString to2,
    AnsiString step2,
    int p1,
    int p2,
    int ynum,
    AnsiString uvals)
{
    ShowError(Exec("plot_y("+from1+", "+to1+", "+step1+", "+from2+", "+to2+", "+step2+",
        +AnsiString(p1)+", "+AnsiString(p2)+", "+AnsiString(ynum)+", "+uvals+""));
}
//-----
String __fastcall TMainForm::getFUr()
{
    AnsiString result = Exec("get_F");
    result = Replacepp(result,"ans","F(u)");
    result = Replacepp(result,"\n","\r\n");
    return result;
}
//-----
void __fastcall TMainForm::plot_F(
    AnsiString from1,
    AnsiString to1,

```

```

        AnsiString step1,
        AnsiString from2,
        AnsiString to2,
        AnsiString step2,
        int p1,
        int p2,
        AnsiString uvals)
{
    ShowError(Exec("plot_F("+from1+", "+to1+", "+step1+", "+from2+", "+to2+", "+step2+",
        +AnsiString(p1)+", "+AnsiString(p2)+", "+uvals+""));
}

//-----
void __fastcall TMainForm::FileSave1Execute(TObject *Sender)
{
    /*
    for (std::list<TMDIChild*>::iterator i = mdichilds.begin(); i != mdichilds.end(); i++)
    {
        TMDIChild* child = *i;
        if (child->Fo)
        {
            ShowMessage((*i)->Caption);
        }
    }
    */
    if (this->MDIChildCount == 0) return;

    TMDIChild* child = (TMDIChild*)this->MDIChildren[0];

    if (!child->filepath.IsEmpty())
    {
        child->Save(child->filepath);
    }
    else
    {
        FileSaveAs1Execute(NULL);
    }
}

//-----
void __fastcall TMainForm::FileSaveAs1Execute(TObject *Sender)
{
    if (this->MDIChildCount == 0) return;
    TMDIChild* child = (TMDIChild*)this->MDIChildren[0];
    if (SaveDialog1->Execute())
    {
        child->Save(SaveDialog1->FileName);
        child->Caption = SaveDialog1->FileName;
        child->filepath = SaveDialog1->FileName;
    }
}

//-----
void __fastcall TMainForm::ehyfk1Click(TObject *Sender)

```

```

{
  LogForm->ShowModal();
}
//-----

```

Файл basicfrm.cpp

```

//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include "BasisFrm.h"
#include "ChildWin.h"
#include "Main.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
TBasisForm *BasisForm;
//-----
__fastcall TBasisForm::TBasisForm(TComponent* Owner)
: TForm(Owner)
{
  ready = false;
  A = NULL;
  d = NULL;
}
//-----
void __fastcall TBasisForm::FormShow(TObject *Sender)
{
  fillgrid(d,RowCount, ColCount);
  ready = false;
}
//-----
void __fastcall TBasisForm::SelectButtonClick(TObject *Sender)
{
  if (A != NULL) free(A);
  A=MainForm->makeBasisU(grid->Row);
  if (A == NULL)
  {
    Application->MessageBox("Неожиданная ошибка", "ошибка");
    Close();
    return;
  }
  fillgrid(A,RowCount,ColCount);
  ready = true;
}
//-----
void __fastcall TBasisForm::FormClose(TObject *Sender,
  TCloseAction &Action)
{

```

```

free(d);
if (A != NULL) free(A);
A = NULL;
}
//-----
//-----
void __fastcall TBasisForm::fillgrid(double *d,int RowCount, int ColCount)
{
grid->RowCount = RowCount + 1;
grid->ColCount = ColCount + 1;
grid->ColWidths[0] = 30;
grid->Cells[0][0] = "№";
for (int i = 1; i < grid->RowCount; i++)
{
grid->Cells[0][i] = AnsiString(i);
}
for (int i = 1; i < grid->ColCount; i++)
{
grid->Cells[i][0] = "u" + AnsiString(i);
}
int index = 0;
for (int c = 1; c <= ColCount; c++)
{
for (int r = 1; r <= RowCount; r++)
{
grid->Cells[c][r] = AnsiString(d[index]);
index++;
}
}
}
void __fastcall TBasisForm::CancelButtonClick(TObject *Sender)
{
fillgrid(d,RowCount, ColCount);
ready = false;
}
//-----
void __fastcall TBasisForm::OkButtonClick(TObject *Sender)
{
Close();
}
//-----

```

Файл functionfrm.cpp

```

//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop

#include "FunctionFrm.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"

```



```

TFunctionForm *FunctionForm;
//-----
__fastcall TFunctionForm::TFunctionForm(TComponent* Owner)
: TForm(Owner)
{
}
//-----
void __fastcall TFunctionForm::OkButtonClick(TObject *Sender)
{
    Close();
}
//-----
void __fastcall TFunctionForm::FormShow(TObject *Sender)
{
    AnsiString koef = "1/" + AnsiString(y_count);
    AnsiString u = "F = ";
    ur = "F = ";
    for (int i = 0; i < y_count; i++)
    {
        if (i > 0)
        {
            u = u + "+";
            ur = ur + "+";
        }
        u = u + "A" + AnsiString(i+1) + "*y" + AnsiString(i+1);
        ur = ur + koef + "*y" + AnsiString(i+1);
    }
    FunctionMemo->Text = ur;
    FunctionStatic->Caption = u;
    grid->RowCount = 2;
    grid->ColCount = y_count + 1;
    grid->ColWidths[0] = 30;
    grid->Cells[0][0] = "Ai";
    for (int i = 1; i < grid->ColCount; i++)
    {
        grid->Cells[i][0] = "A" + AnsiString(i);
        grid->Cells[i][1] = koef;
    }
}
//-----
void __fastcall TFunctionForm::gridSetEditText(TObject *Sender, int ACol,
    int ARow, const AnsiString Value)
{
    ur = "F = ";
    for (int i = 0; i < y_count; i++)
    {
        if (i > 0)
        {
            ur = ur + "+";
        }
        AnsiString cell = grid->Cells[i+1][1];
        if (cell.Pos("+") > 0 || cell.Pos("-") > 0)

```

```

    {
        ur = ur + "(" + cell + ")*y" + AnsiString(i+1);
    }
    else
    {
        ur = ur + cell + "*y" + AnsiString(i+1);
    }
}
FunctionMemo->Text = ur;
}
//-----
void __fastcall TFormFunctionForm::FormClose(TObject *Sender,
    TCloseAction &Action)
{
    ur = FunctionMemo->Text;
}
//-----

```

Файл ygraphfrm.cpp

```

//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include "YGraphFrm.h"
#include "Main.h"
#include "UiFrm.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma link "RXSpin"
#pragma resource "*.dfm"
TYGraphForm *YGraphForm;
AnsiString Replacepp(AnsiString str, AnsiString FindStr, AnsiString ReplaceStr);
//-----
__fastcall TYGraphForm::TYGraphForm(TComponent* Owner)
: TForm(Owner)
{
}
//-----
void __fastcall TYGraphForm::FormShow(TObject *Sender)
{
    if (u_count == 2)
    {
        UiButton->Enabled = false;
    }
    else
    {
        UiButton->Enabled = true;
    }
    YComboBox->Items->Clear();
    FirstComboBox->Items->Clear();
    SecondComboBox->Items->Clear();
    for (int i = 0; i < y_count; i++)

```

```

{
  YComboBox->Items->Add("y" + AnsiString(i+1));
}
YComboBox->ItemIndex = 0;
for (int i = 0; i < u_count; i++)
{
  FirstComboBox->Items->Add("u" + AnsiString(i+1));
  SecondComboBox->Items->Add("u" + AnsiString(i+1));
}
FirstComboBox->ItemIndex = 0;
SecondComboBox->ItemIndex = 1;
YComboBoxChange(NULL);
null_uvals= "[";
for (int i = 0; i < u_count - 2; i++)
{
  null_uvals+= " 0";
}
null_uvals+= "]";
uvals = null_uvals;
}
//-----
void __fastcall TYGraphForm::ExitButtonClick(TObject *Sender)
{
  Close();
}
//-----
void __fastcall TYGraphForm::YComboBoxChange(TObject *Sender)
{
  Memo1->Text = MainForm->getUr(YComboBox->ItemIndex + 1, u_count);
}
//-----
void __fastcall TYGraphForm::GraphButtonClick(TObject *Sender)
{
  p1= FirstComboBox->ItemIndex + 1;
  start1_ = Replacepp(from1->Text,"",".");
  to1_ = Replacepp(to1->Text,"",".");
  step1_ = Replacepp(step1->Text,"",".");
  p2= SecondComboBox->ItemIndex + 1;
  start2_ = Replacepp(from2->Text,"",".");
  to2_ = Replacepp(to2->Text,"",".");
  step2_ = Replacepp(step2->Text,"",".");
  if (p1 == p2)
  {
    ShowMessage("Первый и второй параметры должны отличаться!");
    return;
  }
  y = YComboBox->ItemIndex + 1;
  MainForm->plot_y(start1_, to1_, step1_, start2_, to2_, step2_,p1,p2,y,uvals);
}
//-----
void __fastcall TYGraphForm::UiButtonClick(TObject *Sender)

```

```

{
  UiForm->u_count = u_count;
  UiForm->u_skip1 = FirstComboBox->ItemIndex + 1;
  UiForm->u_skip2 = SecondComboBox->ItemIndex + 1;
  if (UiForm->u_skip1 == UiForm->u_skip2)
  {
    ShowMessage("Первый и второй параметры должны отличаться!");
    return;
  }
  UiForm->ShowModal();
  if (UiForm->ok)
  {
    uvals = UiForm->result;
  }
}
//-----
void __fastcall TYGraphForm::FirstComboBoxChange(TObject *Sender)
{
  uvals = null_uvals;
}
//-----
void __fastcall TYGraphForm::SecondComboBoxChange(TObject *Sender)
{
  uvals = null_uvals;
}
//-----

```

Файл fgraphfrm.cpp

```

//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include "FGraphFrm.h"
#include "Main.h"
#include "UiFrm.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma link "RXSpin"
#pragma resource "*.dfm"
TFGraphForm *FGraphForm;
AnsiString Replacepp(AnsiString str, AnsiString FindStr, AnsiString ReplaceStr);
//-----
__fastcall TFGraphForm::TFGraphForm(TComponent* Owner)
: TForm(Owner)
{
}
//-----
void __fastcall TFGraphForm::FormShow(TObject *Sender)
{
  FirstComboBox->Items->Clear();
  SecondComboBox->Items->Clear();
  if (u_count == 2)
  {

```

```

    UIButton->Enabled = false;
}
else
{
    UIButton->Enabled = true;
}
for (int i = 0; i < u_count; i++)
{
    FirstComboBox->Items->Add("u" + AnsiString(i+1));
    SecondComboBox->Items->Add("u" + AnsiString(i+1));
}
FirstComboBox->ItemIndex = 0;
SecondComboBox->ItemIndex = 1;
Memo1->Text = MainForm->getFUR();
null_uvals= "[";
for (int i = 0; i < u_count - 2; i++)
{
    null_uvals+= " 0";
}
null_uvals+= "]";
uvals = null_uvals;
}
//-----
void __fastcall TFGraphForm::ExitButtonClick(TObject *Sender)
{
    Close();
}
//-----
void __fastcall TFGraphForm::GraphButtonClick(TObject *Sender)
{
    p1= FirstComboBox->ItemIndex + 1;
    start1_ = Replacepp(from1->Text,"",".");
    to1_ = Replacepp(to1->Text,"",".");
    step1_ = Replacepp(step1->Text,"",".");
    p2= SecondComboBox->ItemIndex + 1;
    start2_ = Replacepp(from2->Text,"",".");
    to2_ = Replacepp(to2->Text,"",".");
    step2_ = Replacepp(step2->Text,"",".");
    if (p1 == p2)
    {
        ShowMessage("Первый и второй параметры должны отличаться!");
        return;
    }
    MainForm->plot_F(start1_, to1_, step1_, start2_, to2_, step2_,p1,p2, uvals);
}
//-----
void __fastcall TFGraphForm::UIButtonClick(TObject *Sender)
{
    UiForm->u_count = u_count;
    UiForm->u_skip1 = FirstComboBox->ItemIndex + 1;
    UiForm->u_skip2 = SecondComboBox->ItemIndex + 1;
    if (UiForm->u_skip1 == UiForm->u_skip2)

```

```

{
    ShowMessage("Первый и второй параметры должны отличаться!");
    return;
}
UiForm->ShowModal();
if (UiForm->ok)
{
    uvals = UiForm->result;
}
}
}
//-----

void __fastcall TFGraphForm::FirstComboBoxChange(TObject *Sender)
{
    uvals = null_uvals;
}
//-----

void __fastcall TFGraphForm::SecondComboBoxChange(TObject *Sender)
{
    uvals = null_uvals;
}
//-----

```

Файл result.cpp

```

//-----
#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include "ResultFrm.h"
#include "Main.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma resource "*.dfm"
TResultForm *ResultForm;
AnsiString Replacepp(AnsiString str, AnsiString FindStr, AnsiString ReplaceStr);
//-----
__fastcall TResultForm::TResultForm(TComponent* Owner)
: TForm(Owner)
{
}
//-----

void __fastcall TResultForm::ExitButtonClick(TObject *Sender)
{
    Close();
}
//-----

void __fastcall TResultForm::FormShow(TObject *Sender)
{
    Result->Lines->Clear();
    Result->Lines->Add("Оптимальный режим:");
    AnsiString str = "";
    for(int i=1;i<=u_count;i++)

```

```

{
    AnsiString u = MainForm->Exec("u_res(" + AnsiString(i)+"");
    u = Replacepp(u,"ans =", "");
    u = Replacepp(u,"\n", "");
    str += "  u" + AnsiString(i) + "=" + u;
}

Result->Lines->Add(str);
Result->Lines->Add("");
Result->Lines->Add("U - полная матрица экспериментальных данных:");
AnsiString u = MainForm->Exec("A");
u = Replacepp(u,"A =", "U =");
u = Replacepp(u,"\n", "\r\n");
Result->Lines->Add(u);
Result->Lines->Add("");
Result->Lines->Add("U+ - матрица, псевдообратная к U:");
u = MainForm->Exec("P");
u = Replacepp(u,"P =", "U+ =");
u = Replacepp(u,"\n", "\r\n");
Result->Lines->Add(u);
Result->Lines->Add("");
Result->Lines->Add("Уравнения yi:");
Result->Lines->Add("");
for(int i=1;i <= y_count;i++)
{
    Result->Lines->Add(MainForm->getUr(i,u_count));
    Result->Lines->Add("");
}
Result->Lines->Add("");
Result->Lines->Add("Прогноз нелинейной регрессионной модели:");
Result->Lines->Add("");
str = "[";
for(int i=1;i <= y_count;i++)
{
    str+=" s"+AnsiString(i);
}
str += "]";
u = MainForm->Exec(str);
u = Replacepp(u,"ans =", "");
u = Replacepp(u,"\n", "\r\n");
Result->Lines->Add(u);
Result->Lines->Add("");
Result->Lines->Add("Вспомогательные матрицы для вычисления оптимального режима:");
Result->Lines->Add("");
u = MainForm->Exec("A_");
u = Replacepp(u,"A_ =", "A =");
u = Replacepp(u,"\n", "\r\n");
Result->Lines->Add(u);
for(int i=1;i <= y_count;i++)
{
    u = MainForm->Exec("B"+AnsiString(i));
    u = Replacepp(u,"\n", "\r\n");
}

```

```

Result->Lines->Add(u);
u = MainForm->Exec("eig(B"+AnsiString(i)+"");
u = Replacepp(u,"ans =", "");
u = Replacepp(u,"\n", "");
Result->Lines->Add("собственные числа:" + u);
}
Result->Lines->Add("");
Result->Lines->Add("Аналитический вид целевого функционала:");
Result->Lines->Add("");
Result->Lines->Add(MainForm->getFUr());
}
//-----
void __fastcall TResultForm::SaveButtonClick(TObject *Sender)
{
if (SaveDialog->Execute())
Result->Lines->SaveToFile(SaveDialog->FileName);
}
//-----

```

Файл scale.cpp

```

//-----

#include <vcl.h>
#pragma hdrstop
#include "ScaleFrm.h"
//-----
#pragma package(smart_init)
#pragma link "RXSpin"
#pragma resource "*.dfm"
TScaleForm *ScaleForm;
AnsiString Replacepp(AnsiString str, AnsiString FindStr, AnsiString ReplaceStr);
//-----
__fastcall TScaleForm::TScaleForm(TComponent* Owner)
: TForm(Owner)
{
}
//-----
void __fastcall TScaleForm::FormShow(TObject *Sender)
{
ready=false;
// Label1->Caption = "";
}
//-----
void __fastcall TScaleForm::OkButtonClick(TObject *Sender)
{
ready = true;
result = Replacepp(scale->Text, ",", ".");
Close();
}
//-----
void __fastcall TScaleForm::CancelButtonClick(TObject *Sender)
{

```



```

Close();
}
//-----

```

Файл getf.m

```

function res = get_F()
global A U P y_count D UU basis_row u_res
[RowCount ColCount] = size(U);
[RowCount_A ColCount_A] = size(A);
for i=1:y_count
    eval(sprintf('global y%d',i));
    eval(sprintf('global R%d',i));
    eval(sprintf('R%d = P * y%d;',i,i));
    eval(sprintf('global ur%d',i));
    eval(sprintf('global r%d',i));
    eval(sprintf('global B%d',i));
end
cmd = 'coef = r1*R1';
for i=2:y_count
    cmd = sprintf('%s+(r%d)*R%d',cmd,i,i);
end
eval(sprintf('%s;',cmd));
[u_RowCount u_ColCount] = size(D);
result = sprintf('%f',coef(1));
c=2;
for i=1:u_ColCount
    if coef(c) >= 0
        result = sprintf('%s+%f*u%d',result,coef(c),i);
    else
        result = sprintf('%s%f*u%d',result,coef(c),i);
    end
    c=c+1;
end
for c1=1:u_ColCount
    for c2=c1:u_ColCount
        if coef(c) >= 0
            result = sprintf('%s+%f*u%d*u%d',result,coef(c),c1,c2);
        else
            result = sprintf('%s%f*u%d*u%d',result,coef(c),c1,c2);
        end
        c=c+1;
    end
end
end
res = result;

```

Файл makebasis.m

```

function res = makeBasisU(rownum)
global A U basis_row D
basis_row=rownum
[RowCount ColCount] = size(D);

```

```

A = zeros(size(D));
for r=1:RowCount
    for c=1:ColCount
        A(r,c) = D(r,c) - D(rownum,c);
    end
end
A
res = A;
Файл makeu.m

```

```

function res = makeU(A)
% A= [1 2 3 0;
%    4 5 6 0;
%    7 8 9 0;
%    10 11 12 0;]
[RowCount ColCount] = size(A);
U=[];
v=[];
for r=1:RowCount
    for c1=1:ColCount
        for c2=c1:ColCount
            v =[v A(r,c1) * A(r,c2)];
        end
    end
    U = [U; v];
    v = [];
end
res = [A U];

```

Файл plotf.m

```

function res = plot_F(from1,to1,step1,from2,to2,step2,p1,p2,uvals)

global D y_count F
[u_RowCount u_ColCount] = size(D);
for i=1:y_count
    eval(sprintf('global ur%d',i));
end
for i=1:u_ColCount
    eval(sprintf('global u%d',i));
end
tmp_u = "";
tmp_A = "";
num=0;
for i=1:u_ColCount
    if i > 1
        tmp_u = sprintf('%s',tmp_u);
        tmp_A = sprintf('%s',tmp_A);
    end
    tmp_u = sprintf('%s u%d',tmp_u,i);
    if i == p1
        tmp_A = sprintf('%s x',tmp_A);
    end
end

```

```

elseif i == p2
    tmp_A = sprintf('%s y',tmp_A);
else
    num = num + 1;
    tmp_A = sprintf('%s ones(size(x))*uvals(%d)',tmp_A,num);
end
end
tmp_u
tmp_A
[x,y]=meshgrid([from1:step1:to1],[from2:step2:to2]);
eval(sprintf(' z = subs(F, { %s }, { %s });',tmp_u,tmp_A))
figure;
mesh(x,y,z)
xlabel(sprintf('u%d',p1)), ylabel(sprintf('u%d',p2)), zlabel('F')

```

Файл ploty.m

```

function res = plot_y(from1,to1,step1,from2,to2,step2,p1,p2,ynum, uvals)
global D y_count
[u_RowCount u_ColCount] = size(D);
for i=1:y_count
    eval(sprintf('global ur%d',i));
end
for i=1:u_ColCount
    eval(sprintf('global u%d',i));
end

tmp_u = "";
tmp_A = "";
num=0;
for i=1:u_ColCount
    if i > 1
        tmp_u = sprintf('%s,',tmp_u);
        tmp_A = sprintf('%s,',tmp_A);
    end
    tmp_u = sprintf('%s u%d',tmp_u,i);
    if i == p1
        tmp_A = sprintf('%s x',tmp_A);
    elseif i == p2
        tmp_A = sprintf('%s y',tmp_A);
    else
        num=num+1;
        tmp_A = sprintf('%s ones(size(x))*uvals(%d)',tmp_A,num);
    end
end
tmp_u
tmp_A
sprintf(' z = subs(ur%d, { %s }, { %s });',ynum,tmp_u,tmp_A)
[x,y]=meshgrid([from1:step1:to1],[from2:step2:to2]);
eval(sprintf(' z = subs(ur%d, { %s }, { %s });',ynum,tmp_u,tmp_A))
figure;
mesh(x,y,z)

```

```
xlabel(sprintf('u%d',p1)), ylabel(sprintf('u%d',p2)), zlabel(sprintf('J%d',ynum))
```

Файл start.m

```
global U A D P UU F A_ basis_row u_res
for i=1:y_count
    eval(sprintf('global y%d',i));
    eval(sprintf('global R%d',i));
    eval(sprintf('global ur%d',i));
    eval(sprintf('global r%d',i));
    eval(sprintf('global s%d',i));
    eval(sprintf('global B%d',i));
end
F = sym('F','real');
Файл stp1.m
```

```
[u_RowCount u_ColCount] = size(D);
for i=1:u_ColCount
    eval(sprintf('global u%d',i));
end
%U = makeU(D)

%[RowCount ColCount] = size(U);
```

Файл stp2.m

```
function res = step2()
global A U P y_count D UU
U = makeU(A)
A = U;
[RowCount ColCount] = size(U);
[RowCount_A ColCount_A] = size(A);
one_a = ones(RowCount_A,1);
A = [one_a A]
P = pinv(A)
for i=1:y_count
    eval(sprintf('global y%d',i));
    eval(sprintf('global R%d',i));
    eval(sprintf('R%d = P * y%d',i,i));
    eval(sprintf('global ur%d',i));
    eval(sprintf('global r%d',i));
end
[u_RowCount u_ColCount] = size(D);
for i=1:u_ColCount
    eval(sprintf('global u%d',i));
    eval(sprintf('u%d = sym("u%d","real");',i,i));
end
UU = sym('UU','real');
cmdUU = 'UU = [1 ' ;
for i=1:u_ColCount
    cmdUU = sprintf('%s u%d',cmdUU,i);
end
```

```

for c1=1:u_ColCount
    for c2=c1:u_ColCount
        cmdUU = sprintf('%s u%d*u%d',cmdUU,c1,c2);
    end
end
cmdUU = sprintf('%s ]',cmdUU)
eval(cmdUU);
for i=1:y_count
    eval(sprintf('ur%d = R%d" * UU"',i,i));
end
tmp_u = "";
tmp_A = "";
for i=1:u_ColCount
    if i > 1
        tmp_u = sprintf('%s,',tmp_u);
        tmp_A = sprintf('%s,',tmp_A);
    end
    tmp_u = sprintf('%s u%d',tmp_u,i)
    tmp_A = sprintf('%s A(1:%d,%d)',tmp_A,RowCount_A,i+1)
end
tmp_u
tmp_A
for i=1:y_count
    eval(sprintf('global s%d',i));
    sprintf('s%d=subs(ur%d,{%s},{%s})',i,i,tmp_u,tmp_A)
    eval(sprintf('s%d=subs(ur%d,{%s},{%s})',i,i,tmp_u,tmp_A));
end

```

Файл stp3.m

```

function res = step3()
global A U P y_count D UU basis_row u_res
[RowCount ColCount] = size(U);
[RowCount_A ColCount_A] = size(A);
for i=1:y_count
    eval(sprintf('global y%d',i));
    eval(sprintf('global R%d',i));
    eval(sprintf('R%d = P * y%d',i,i));
    eval(sprintf('global ur%d',i));
    eval(sprintf('global r%d',i));
    eval(sprintf('global B%d',i));
end
[u_RowCount u_ColCount] = size(D);
%оптимум
global A_
cmd = 'A_=[';
for i=1:y_count
    cmd = sprintf('%s R%d(2:%d,1)";',cmd,i,u_ColCount+1);
end
cmd = sprintf('%s]',cmd)
eval(cmd);
for i=1:y_count

```

```

    eval(sprintf('k%d = R%d(u_ColCount+2:length(R%d))"',i,i,i));
end
for q=1:y_count
    eval(sprintf('B%d=zeros(u_ColCount,u_ColCount);',q));
    st=1;
    k=1;
    for i=1:u_ColCount
        for j=st:u_ColCount
            if j==st
                eval(sprintf('B%d(i,j)=k%d(k);',q,q));
            else
                eval(sprintf('B%d(i,j)=k%d(k)/2;',q,q));
            end
            k=k+1;
        end
        st=st+1;
    end
    st=1;
    for i=1:u_ColCount
        for j=st:u_ColCount
            eval(sprintf('B%d(j,i)=B%d(i,j);',q,q));
        end
        st=st+1;
    end
    eval(sprintf('B%d',q));
end
r_diag = zeros(y_count,y_count);
for i=1:y_count
    eval(sprintf('r_diag(i,i) = r%d;',i));
end
r_diag
e = ones(1,y_count)
B_tmp = 'r1*B1';
if y_count > 1
    for i=2:y_count
        B_tmp = sprintf('%s+r%d*B%d',B_tmp,i,i);
    end
end
B_tmp
eval(sprintf('inv(%s)',B_tmp));
e * r_diag * A_
eval(sprintf('u_res= -inv(%s) * ( e * r_diag * A_ )" * 1/2',B_tmp));
for r=1:u_ColCount
    u_res(r) = u_res(r) + U(basis_row,r);
end
u_res

```