

На правах рукописи



Итигилов Гарма Борисович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ОГРАНИЧЕННЫХ ГИРОТРОПНЫХ  
ОБЛАСТЯХ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Улан-Удэ - 2014

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления»

**Научный  
руководитель**

— Ширапов Дашадондок Шагдарович,  
доктор физико-математических наук, профессор

**Научный  
консультант**

— Сажин Виктор Иванович,  
доктор физико-математических наук, доцент

**Официальные  
оппоненты**

— Башкуев Юрий Буддич,  
доктор технических наук, профессор  
Институт физического материаловедения СО РАН  
— Ильин Николай Викторович, кандидат физико-  
математических наук, доцент  
Институт солнечно-земной физики СО РАН

**Ведущая  
организация**

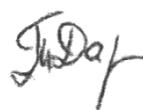
— ФГБОУ ВПО «Национальный исследовательский  
Иркутский государственный технический  
университет»

Защита диссертации состоится «23» октября 2014 года в 14:00 часов на заседании Диссертационного совета Д 212.022.10 при ФГБОУ ВПО «Бурятский государственный университет» по адресу: 670000, Республика Бурятия, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24а.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВПО «Бурятский государственный университет», по адресу г. Улан-Удэ, ул. Ранжурова, 4а, а также на сайте <http://www.bsu.ru/?mod=disser>.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ года.

Ученый секретарь диссертационного совета  
212.022.10, к.ф.-м.н., доцент



Т. Г. Дармаев

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность.** Во многих областях физики и техники представляет важное научное и прикладное значение распространение электромагнитных волн (ЭМВ) в различных по форме и содержанию (воздух, диэлектрик, ферриты) ограниченных областях. Если содержанием являются ферриты, то ограниченные области будут гиротропными.

Известно, что характеристики электромагнитных волн в ограниченных гиротропных областях зависят от величины напряженности внешнего магнитного поля и его направления относительно направления распространения волны. Эта особенность ограниченных гиротропных областей представляет большой практический интерес с точки зрения различных технических приложений, так как она предоставляет более широкие возможности. Использование ферритов позволяет создать элементы электрической цепи, не удовлетворяющие принципу взаимности, но обладающие высокой скоростью управления режимом цепи: фазовращатели, быстродействующие переключатели, циркуляторы, модуляторы, переключаемые по частоте фильтры, ослабители, смесители, генераторы, преобразователи частоты, параметрические усилители [Лакс Б., Баттон К.], [Микаэлян А.Л.].

При распространении в регулярной эллиптической ограниченной области ЭМВ имеет меньшее затухание, чем в прямоугольной и круглой при равных периметрах поперечного сечения [Ефимов И.Е., Шермина Г.А.]. Кроме того, эллиптическая форма поперечного сечения позволяет сохранять положение плоскости поляризации волны по отношению к сечению в отличие от круглой, у которой плоскость поляризации волны неустойчива и зависит от распределения деформации ее сечения по длине [Ефимов И.Е., Шермина Г.А.].

Впервые классическое изложение теории распространения электромагнитных волн в гиротропных средах было опубликовано в 1955 году в монографии [Сул Г., Уокер Л.], в которой моделировались волновые процессы в гиротропной ограниченной области с круглой формой поперечного сечения. Позднее, в 1965 году, в монографии [Лакс Б., Баттон К.] были обобщены результаты и выводы большого количества работ по теории распространения электромагнитных волн в ограниченной области с прямоугольной и круглой формами поперечного сечения, частично или полностью заполненных гиротропной средой. Там же описаны как точные, так и приближенные методы решения уравнений Гельмгольца, возникающих краевых задач. Огромный вклад в теорию моделирования волновых процессов в гиротропных средах внесли такие выдающиеся советские и российские ученые как [Микаэлян А.Л.], [Гуревич А.Г.], [Вамберский М.В.], [Федоров Ф.И.], [Курушин Е.П.], [Нефедов Е.И.] и другие.

Заметим, что основные вопросы описания распространения ЭМВ в ограниченных гиротропных средах регулярной формы решены, и результаты их решения успешно применяются в различных технических устройствах. Однако остается еще в этой области ряд нерешенных частных вопросов, важных для практических приложений, по решению которых ведутся исследования, как в России [Назаров А.В.], [Денисенко А.А., Назаров А.В., Пилипосян С.Е.], так и за рубежом [Plonis D., Malisauskas V., Serackis A.], [Beeckman Jeroen, James R., Fernan-

dez F.A., De Cort W., Vanbrabant Pieter J.M. , Neyts Kristiaan]. К их числу относится описание распространения ЭМВ в эллиптической ограниченной гиротропной области при продольном намагничивании. Решению этой актуальной задачи и посвящена, в частности, настоящая работа.

Отметим, что в исследованиях и трудах других авторов, моделирование волновых процессов в ограниченных гиротропных областях различной формы проводилось и проводится по традиционной схеме, которая позволяет на основе системы дифференциальных уравнений Максвелла (СДУМ) получить и решить *частные* уравнения Гельмгольца, удовлетворяющие только конкретной форме ограниченной гиротропной области:

1. В зависимости от формы ограниченной гиротропной области выбирается система координат (для прямоугольной – декартова, для круглой – цилиндрическая);

2. В выбранной системе координат из СДУМ получают уравнения Гельмгольца, соответствующие только этой форме (прямоугольной, круглой) ограниченной гиротропной области;

3. Решается краевая задача для соответствующих уравнений Гельмгольца с целью получения дисперсионного уравнения;

4. Решается дисперсионное уравнение;

5. Проводится анализ решений дисперсионного уравнения для исследования распространения ЭМВ в соответствующей области.

В рамках традиционной схемы до сих пор не решены, как уже указывалось выше, уравнения Гельмгольца для ограниченной гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании.

В диссертации ставится и решается более широкая задача разработки математической модели распространения ЭМВ в ограниченных гиротропных областях с произвольными ортогональными формами поперечного сечения и на ее основе исследования распространения ЭМВ в этих областях путем математического моделирования и, в том числе, в ограниченной гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании.

При решении поставленной задачи предлагается другой подход (отличный от традиционного) получения обобщенных уравнений Гельмгольца. *Впервые* полученные обобщенные уравнения Гельмгольца позволяют легко перейти к частным уравнениям Гельмгольца, соответствующим конкретным формам поперечного сечения и моделировать процессы распространения ЭМВ в ограниченных гиротропных областях с различными формами (прямоугольной, круглой и т.д.). Кроме того, такой подход позволяет *впервые* выполнить моделирование распространения ЭМВ в ограниченной гиротропной области эллиптической формы при продольном намагничивании.

**Целью диссертационной работы** является разработка общей математической модели распространения электромагнитных волн в ограниченной продольно-намагниченной гиротропной области с произвольной ортогональной формой поперечного сечения и ее численно-программная реализация для моделирования общих закономерностей распространения ЭМВ в данной области.

Для достижения поставленной цели необходимо решить **следующие задачи:**

1. Разработка обобщенных пространственных дифференциальных операторов I и II порядка для анализа свойств обобщенных изотропных и гиротропных ограниченных областей, учитывающих геометрию и тензорные свойства среды заполнения;

2. Разработка метода, позволяющего получить на основе СДУМ обобщенные уравнения Гельмгольца для ограниченных гиротропных областей с произвольными ортогональными формами поперечного сечения;

3. Разработка математической модели распространения электромагнитных волн для гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании с получением и решением соответствующих уравнений Гельмгольца;

4. Развитие методов решения краевых задач, применяемых для изотропных ограниченных областей, на случай гиротропных областей;

5. Численный анализ и математическое моделирование дисперсионных характеристик с применением модифицированных пакетов программ Maple.

**Методы исследования.** Для решения поставленных задач используются методы тензорного анализа, методы укорочения исходного дифференциального уравнения [Сул Г., Уокер Л.], [Назаров А.В.] и разделения переменных для решения краевых задач.

**Научную новизну** диссертации представляют следующие результаты:

– разработан метод инвариантных преобразований (МИП), позволяющий получить обобщенные уравнения Гельмгольца электромагнитного поля для ограниченной гиротропной области произвольной формы;

– впервые получены обобщенные уравнения поперечных компонент электромагнитного поля для гиротропной эллиптической области для различных случаев намагничивания;

– впервые получены и решены краевые задачи и дисперсионные уравнения для гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании.

**Соответствие диссертации паспорту специальности.** Диссертация соответствует паспорту специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и ее областям: пункты 1, 2 и 6.

**Теоретическую и практическую ценность** представляют следующие результаты:

– разработанный метод инвариантных преобразований позволяет получить обобщенные уравнения Гельмгольца электромагнитного поля для ограниченных гиротропных областей произвольной ортогональной формы при различных случаях намагничивания. Эти уравнения могут быть также использованы при описании распространения ЭМВ в переходных участках, соединяющих области регулярной пространственной формы. Кроме того, они могут быть использованы для развития методов учета неоднородностей формы ограниченных областей;

– полученные и решенные уравнения Гельмгольца электромагнитного поля для гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании позволяют исследовать особенности распространения электромагнитных волн в ней и промоделировать условия их распространения;

– полученные результаты могут быть использованы при решении различных задач на практике, в частности, могут применяться при разработке устройств

сверхвысококачастотного диапазона на основе гиротропных эллиптических направляющих систем.

**Достоверность результатов исследований** обеспечивается строгим аналитическим решением исходных уравнений Максвелла. Тестирование полученных решений уравнения Гельмгольца электромагнитного поля для эллиптической области выполнено посредством рассмотрения предельных переходов к известным решениям для случаев более простых изотропной и гиротропной областей круглой формы. Численное моделирование, использованное в работе, проведено в рамках известных, хорошо апробированных пакетов прикладных программ.

**Реализация результатов.** Исследования по теме диссертации проведены в рамках плановых госбюджетных тем (номера государственной регистрации: 01970005062, 01.2007.10054, 01201355800) кафедры «Электронные вычислительные системы» ФГБОУ ВПО «Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления» и научно-исследовательских работ развития ФГБОУ ВПО «Восточно-Сибирский государственный университет технологий и управления» на 2011-2015 годы.

#### **Апробация работы.**

Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались:

- на I Международной конференции «Математика, ее приложения и математическое образование», г. Улан-Удэ, 2002 г.;
- на V Всероссийской научно-практической конференции «Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий», г. Улан-Удэ, 2004 г.;
- на XIV Международном симпозиуме «Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы», г. Улан-Удэ, 2007 г.;
- на Международной конференции «Вычислительная математика, дифференциальные уравнения, информационные технологии», г. Улан-Удэ, 2009;
- на VI Международной научно-практической конференции «Электронные средства и системы управления», г. Томск, 2010 г.;
- на VI Международном научном семинаре «Обобщенные постановки и решения задач управления», г. Геленджик, Краснодарский край, 2012 г.;
- на Международной научно-практической конференции «Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты», г. Тамбов, 31 мая 2014 г.;
- на VI Международной научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире», г. С-Петербург, 17 июня 2014 г.;
- на V Международной конференции «Математика, ее приложения и математическое образование», г. Улан-Удэ, 23-28 июня 2014 г.;
- на XIY Международной научно-практической конференции «Теория и практика современной науки», Москва, 2-3 июля 2014 г.

**Публикации.** По результатам исследований, выполненных в рамках диссертационной работы, опубликовано 17 статей, из них 5 входит в перечень рецензируемых изданий, рекомендованных ВАК РФ.

**Личный вклад.** Результаты диссертации опубликованы в статьях /1-17/. В работах /6-9/, выполненных в соавторстве диссертант участвовал от постановки задачи до получения результатов и является полноценным соавтором, а в работах /1-5, 10- 17/, в которых диссертант является первым автором, его вклад – основной.

**Структура объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 104 наименования. Объем работы составляет 146 страниц, из них 18 рисунков, 1 таблица.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность темы и цель диссертационной работы. Отмечается новизна и практическая ценность полученных результатов. Описывается краткое содержание диссертации.

### Глава 1. Метод инвариантных преобразований

В главе 1 описан метод инвариантных преобразований, позволяющий на основе СДУМ получить общие аналитические выражения, из которых можно определить уравнения Гельмгольца HE - и EH- волн в гиротропных ограниченных областях с произвольными ортогональными формами поперечного сечения для различных случаев намагничивания..

Основу МИП составляет аппарат тензорного исчисления, позволяющий провести анализ распространения электромагнитных волн в ограниченной области с гиротропным заполнением, намагниченной вдоль одной из координатных осей. Удобство применения МИП для математического анализа ограниченных областей с произвольной обобщенно-ортогональной формой поперечного сечения является то, что метод обладает свойством инвариантности относительно преобразования системы координат.

Проведен анализ конических сечений, позволяющий сделать вывод об инвариантности наиболее часто встречающихся на практике формах поперечного сечения ограниченной области: прямоугольного, круглого, эллиптического.

Рассмотрены особенности дифференцирования тензоров по координатам в случае криволинейной системы координат, связанных с переменностью не только компонент, но и базисных векторов с помощью ковариантного дифференцирования.

СДУМ для комплексных амплитуд имеет вид [Микаэлян А.Л.]:

$$\begin{cases} Rot\bar{H} = jw\varepsilon\bar{E}; \\ Rot\bar{E} = -jw\bar{B}; \\ Div\bar{B} = 0; \\ Div\bar{D} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\bar{H}$  и  $\bar{E}$  - напряженности магнитного и электрического полей;  $\bar{B} = \tilde{\mu}\bar{H}$  и  $\bar{D}$  - магнитная и электрическая индукции;  $j$  - мнимая единица;  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость феррита;  $w$  - циклическая частота,  $\tilde{\mu}$  - тензор маг-

нитной проницаемости гиротропной среды, который для произвольного намагничивания имеет вид:

$$\tilde{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{11} & jk & jl \\ -jk & \mu_{22} & jm \\ -jl & -jm & \mu_{33} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Для определенности будем рассматривать волны, распространяющиеся вдоль оси  $Z$  в декартовой системе координат (зависимость от координаты  $Z$  описывается выражением  $e^{-j\gamma z}$ , где  $\gamma$  - постоянная распространения).

В случае продольного намагничивания гиротропная область намагничена вдоль координаты  $Z$  и тензор магнитной проницаемости примет самосопряженный вид:

$$\tilde{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & jk & 0 \\ -jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $\mu = \mu_0 - \mu_0 \frac{w_0 w_m}{w^2 - w_0^2}$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\Gamma H}{M}$  - магнитная постоянная,  $\mu_{\parallel} \approx \mu_0$ ;

$w_0 = \mu_0 Y_0 H_0$  - частота ферромагнитного резонанса;  $Y_0 = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{K_L}{\kappa_2}$  - гиромангнит-

ное отношение электрона;  $H_0$  - напряженность намагничивающего магнитного поля;  $w_m = \mu_0 Y_0 M_0$ ;  $M_0$  - намагниченность гиротропной среды (феррита) при насыщении;  $k = \mu_0 \frac{w w_m}{w^2 - w_0^2}$ .

На основе МИП получены обобщенные уравнения Гельмгольца гибридных, соответственно, НЕ и ЕН волн в гиротропной продольно-намагниченной ограниченной области с произвольной ортогональной формой поперечного сечения (волна распространяется вдоль продольной координаты  $Z$ ):

$$\begin{cases} \Delta_{11} H_z + \Delta_{22} H_z + \left( w^2 \varepsilon \mu_{\parallel} - \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \gamma^2 \right) H_z + j \gamma w \varepsilon \frac{k}{\mu} E_z = 0; \\ \Delta_{11} E_z + \Delta_{22} E_z + (w^2 \varepsilon \mu_{\perp} - \gamma^2) E_z - j \gamma k w \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} H_z = 0, \end{cases} \quad (4)$$

где введены дифференциальные операторы II-го порядка:

$$\begin{cases} \Delta_{11} = \frac{1}{h_1^2} \left( \frac{\partial}{\partial x^1} + \Gamma_{21}^2 - \Gamma_{11}^1 \right) \frac{\partial}{\partial x^1}; \\ \Delta_{22} = \frac{1}{h_2^2} \left( \frac{\partial}{\partial x^2} + \Gamma_{12}^1 - \Gamma_{22}^2 \right) \frac{\partial}{\partial x^2}, \end{cases} \quad (5)$$

где  $h_1, h_2$  - коэффициенты Ламэ;  $x^1, x^2$  - поперечные координаты (верхние индексы - это не показатели степени, а просто индексы);  $\Gamma_{12}^1, \Gamma_{21}^2$  - символы Кристоффеля;

$H_z, E_z$ -продольные составляющие магнитного и электрического полей, соответственно;  $\mu_{11} = \mu_{22} = \mu$ ;  $\mu_{33} \approx \mu_0$ ;  $l = m = 0$ ;  $k \neq 0$ ;  $\mu_{\perp} = \frac{\mu^2 - k^2}{\mu}$ .

Система уравнений (4) позволяет описать трансформацию электромагнитных волн при произвольном изменении формы поперечного сечения ограниченной области (единственным условием является ортогональность поперечной формы сечения). Так для наиболее часто встречающихся на практике ограниченных областей уравнения Гельмгольца будут следующими:

1) для прямоугольной

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \left( w^2 \varepsilon \mu_{\parallel} - \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \gamma^2 \right) H_z + j \gamma w \varepsilon \frac{k}{\mu} E_z = 0; \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + (w^2 \varepsilon \mu_{\perp} - \gamma^2) E_z - j \gamma k w \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} H_z = 0, \end{cases} \quad (6)$$

2) для цилиндрической

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + \left( w^2 \varepsilon \mu_{\parallel} - \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \gamma^2 \right) H_z + j \gamma w \varepsilon \frac{k}{\mu} E_z = 0; \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + (w^2 \varepsilon \mu_{\perp} - \gamma^2) E_z - j \gamma k w \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} H_z = 0, \end{cases} \quad (7)$$

3) для эллиптической

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H_z}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial \varphi^2} + e^2 d^2 \left( w^2 \varepsilon \mu_{\parallel} - \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \gamma^2 \right) H_z + j e^2 d^2 \gamma w \varepsilon \frac{k}{\mu} E_z = 0; \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + e^2 d^2 (w^2 \varepsilon \mu_{\perp} - \gamma^2) E_z - j e^2 d^2 \gamma k w \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} H_z = 0, \end{cases} \quad (8)$$

где  $e$  - фокусное расстояние,  $d = \sqrt{ch^2 \xi - \cos^2 \varphi}$  - геометрический параметр.

Для изотропного случая, когда  $k = 0$ , формулы (6), (7), (8) преобразуются в известные выражения [Мак-Лахлан Н.В.], [Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В.].

## Глава 2. Математическая модель электромагнитных волн в ограниченной области с тензорным заполнением

Вторая глава посвящена разработке математической модели распространения ЭМВ в ограниченной продольно-намагниченной гиротропной области с произвольной ортогональной формой поперечного сечения, которая определяется краевыми задачами Дирихле (\*) и Неймана (\*\*) для уравнений (4):

$$\begin{cases} E_z \in C^2(G) \cap C(\partial G); \\ E_z = 0 \text{ на границе ограниченной области } G(\partial G) \end{cases} \quad (*)$$

и

$$\begin{cases} H_z \in C^2(G) \cap C^1(\partial G); \\ \frac{\partial H_z}{\partial n} = 0 \text{ на границе ограниченной области } G(\partial G), \end{cases} \quad (**)$$

где  $G$ - ограниченная область,  $\partial G$ - граница ограниченной области,  $C(G)$ - непрерывные на  $G$  функции,  $C^1(G)$ - непрерывно дифференцируемые на  $G$  функции,  $C^2(G)$ - дважды непрерывно дифференцируемые на  $G$  функции,  $n$ - нормаль к границе ограниченной области  $\partial G$ .

Получены поперечные компоненты ЭМВ в обобщенной ограниченной гиротропной области с ортогональными формами поперечного сечения при произвольном намагничивании:

$$\begin{cases} E_1 = -\frac{j\gamma a^2}{a^2 b^2 - w^4 \varepsilon^2 k^2} \left\{ \nabla_1 E_3 + \frac{w\mu_{22}}{\gamma} \bar{\nabla}_2^m H_3 - \frac{jw^2 \varepsilon k}{a^2} \left[ \nabla_2 E_3 - \frac{\gamma}{w\varepsilon} \nabla_1^l H_3 \right] \right\}, \\ E_2 = -\frac{j\gamma b^2}{a^2 b^2 - w^4 \varepsilon^2 k^2} \left\{ \nabla_2 E_3 - \frac{w\mu_{11}}{\gamma} \bar{\nabla}_1^l H_3 + \frac{jw^2 \varepsilon k}{b^2} \left[ \nabla_1 E_3 + \frac{\gamma}{w\varepsilon} \nabla_2^m H_3 \right] \right\}, \\ H_1 = \frac{j\gamma b^2}{a^2 b^2 - w^4 \varepsilon^2 k^2} \left\{ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \nabla_2 E_3 - \nabla_1^l H_3 + \frac{jw^2 k \varepsilon}{b^2} \left[ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \nabla_1 E_3 + \nabla_2^m H_3 \right] \right\}, \\ H_2 = -\frac{j\gamma a^2}{a^2 b^2 - w^4 \varepsilon^2 k^2} \left\{ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \nabla_1 E_3 + \nabla_2^m H_3 - \frac{jw^2 k \varepsilon}{a^2} \left[ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \nabla_2 E_3 - \nabla_1^l H_3 \right] \right\}, \end{cases} \quad (9)$$

где введены дифференциальные операторы I-го порядка с учетом произвольной намагниченности:

$$\begin{cases} \bar{\nabla}_1^l = \frac{g^2}{b^2} \nabla_1 + \frac{l}{\mu_{11}} \gamma; \\ \nabla_1^l = \nabla_1 + \frac{w^2 \varepsilon l}{\gamma}; \\ \bar{\nabla}_2^m = \frac{p^2}{a^2} \nabla_2 + \frac{m}{\mu_{22}} \gamma; \\ \nabla_2^m = \nabla_2 + \frac{w^2 \varepsilon m}{\gamma}, \end{cases} \quad (10)$$

где

$$g^2 = w^2 \varepsilon \frac{\mu_{11} \mu_{22} - k^2}{\mu_{11}} - \gamma^2; b^2 = w^2 \mu_{22} \varepsilon - \gamma^2; \nabla_i = \frac{1}{h_i} \frac{\partial}{\partial q_i}; i = 1, 2;$$

$$a^2 = w^2 \mu_{11} \varepsilon - \gamma^2; p^2 = w^2 \varepsilon \frac{\mu_{11} \mu_{22} - k^2}{\mu_{22}} - \gamma^2.$$

Поставленные краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнения (4) и определение дифференциальных операторов I, II-го порядков с учетом коэффициентов Ламэ и символов Кристоффеля позволяют построить на единой базе математическую модель распространения ЭМВ. Такой подход дает возможность промодели-

ровать общие закономерности поведения ЭМВ в гиротропной ограниченной области с разными ортогональными формами поперечного сечения.

Показан способ перехода от ограниченной гиротропной области с произвольной формой поперечного сечения к наиболее часто встречающимся на практике областям (прямоугольной, круглой, эллиптической) при продольном намагничивании.

### Глава 3. Решение уравнений Гельмгольца для гиротропной ограниченной области эллиптической формы

В третьей главе развивается методика решения краевых задач, применяемых для изотропных областей, на мало исследованный случай гиротропной эллиптической области. Методика включает в себя следующие этапы:

1) переход от гиротропных обобщенно-криволинейных ортогональных ограниченных областей к гиротропной эллиптической области при различных случаях намагничивания;

2) определение всех характеристик эллиптической системы координат: коэффициентов Ламэ  $h_1$ ,  $h_2$  (очевидно, что  $h_3 = 1$ ), символов Кристоффеля, метрики пространства:

$$h_1 = \sqrt{\left(\frac{\partial(e \cdot ch(\xi)\cos(\varphi))}{\partial\xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial(e \cdot sh(\xi)\sin(\varphi))}{\partial\xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial\xi}\right)^2} = ed; \quad (11)$$

$$h_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial(e \cdot ch(\xi)\cos(\varphi))}{\partial\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial(e \cdot sh(\xi)\sin(\varphi))}{\partial\varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial\varphi}\right)^2} = ed; \quad (12)$$

$$\Gamma_{ij}^1 = \frac{1}{2d^2} \begin{bmatrix} sh(2\xi) & \sin(2\varphi) & 0 \\ \sin(2\varphi) & -sh(2\xi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Gamma_{ij}^2 = \frac{1}{h_2} \begin{bmatrix} -\sin(2\varphi) & sh(2\xi) & 0 \\ sh(2\xi) & \sin(2\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Gamma_{ij}^3 = 0, \quad (13)$$

где  $i, j = 1, 2$ ;

$$ds^2 = (ed \cdot d\xi)^2 + (ed \cdot d\varphi)^2 + (dz)^2. \quad (14)$$

3) применение метода [Сул Г., Уокер Л.], впоследствии названного «методом укорочения исходных дифференциальных уравнений» для совместного решения уравнений (8).

МИП позволяет легко осуществить переход к гиротропной эллиптической области, также как к любой другой ограниченной области с криволинейной ортогональной формой поперечного сечения и продольно-регулярной осью. Ниже приведены результаты перехода к гиротропной эллиптической области для различных случаев намагничивания.

При нормальном (гиперболическом) намагничивании гиротропной эллиптической области из формулы (9) с учетом формулы (2) при  $\mu_{22} = \mu_{33} = \mu$ ,  $\mu_{11} = \mu_{\parallel}$ ,  $k = l = 0$ ,  $m \neq 0$  получены следующие выражения поперечных компонент:

$$\begin{cases} E_{\xi} = -\frac{j\gamma}{b^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + \frac{w\mu}{\gamma} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} + ed \frac{m}{\mu} \gamma \right) H_z \right], \\ E_{\varphi} = -\frac{j\gamma}{a^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{w\mu_{\parallel}}{\gamma} \frac{\partial H_z}{\partial \xi} \right], \\ H_{\xi} = \frac{j\gamma}{a^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_z}{\partial \xi} \right], \\ H_{\varphi} = -\frac{j\gamma}{b^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{w^2 \varepsilon m}{\gamma} ed \right) H_z \right], \end{cases} \quad (15)$$

где  $a^2 = p^2 = w^2 \varepsilon \mu_{\parallel} - \gamma^2$ ,  $b^2 = g^2 = w^2 \varepsilon \mu - \gamma^2$ .

При касательном (эллиптическом) намагничивании гиротропной эллиптической области из формулы (9) с учетом формулы (2) при  $\mu_{11} = \mu_{33} = \mu$ ,  $\mu_{22} = \mu_{\parallel}$ ,  $k = m = 0$ ,  $l \neq 0$  получены следующие выражения поперечных компонент:

$$\begin{cases} E_{\xi} = -\frac{j\gamma}{b^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + \frac{w\mu_{\parallel}}{\gamma} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right], \\ E_{\varphi} = -\frac{j\gamma}{a^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{w\mu}{\gamma} \left( \frac{\partial}{\partial \xi} + ed \frac{l}{\mu} \gamma \right) H_z \right], \\ H_{\xi} = \frac{j\gamma}{a^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \left( \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{w^2 \varepsilon l}{\gamma} ed \right) H_z \right], \\ H_{\varphi} = -\frac{j\gamma}{b^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right], \end{cases} \quad (16)$$

где  $a^2 = p^2 = w^2 \mu \varepsilon - \gamma^2$ ;  $b^2 = g^2 = w^2 \mu_{\parallel} \varepsilon - \gamma^2$ .

При продольном намагничивании гиротропной эллиптической области из формулы (9) с учетом формулы (2) при  $\mu_{11} = \mu_{22} = \mu$ ,  $\mu_{33} \approx \mu_0$ ,  $l = m = 0$ ,  $k \neq 0$  получены следующие выражения поперечных компонент:

$$\begin{cases} E_{\xi} = -\frac{j\gamma a^2}{g_+^2 g_-^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + \frac{w\mu}{\gamma} \frac{c^2}{a^2} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{jw^2 \varepsilon k}{a^2} \left( \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\gamma}{w\varepsilon} \frac{\partial H_z}{\partial \xi} \right) \right]; \\ E_{\varphi} = -\frac{j\gamma a^2}{g_+^2 g_-^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{w\mu}{\gamma} \frac{c^2}{a^2} \frac{\partial H_z}{\partial \xi} + \frac{jw^2 \varepsilon k}{a^2} \left( \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + \frac{\gamma}{w\varepsilon} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right) \right]; \\ H_{\xi} = \frac{j\gamma a^2}{g_+^2 g_-^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_z}{\partial \xi} + \frac{jw^2 \varepsilon k}{a^2} \left( \frac{w\varepsilon}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right) \right]; \\ H_{\varphi} = -\frac{j\gamma a^2}{g_+^2 g_-^2} \frac{1}{ed} \left[ \frac{w\varepsilon}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{jw^2 \varepsilon k}{a^2} \left( \frac{w\varepsilon}{\gamma} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_z}{\partial \xi} \right) \right], \end{cases} \quad (17)$$

где

$$g_+^2 = w^2 \varepsilon \mu + w^2 \varepsilon k - \gamma^2; \quad g_-^2 = w^2 \varepsilon \mu - w^2 \varepsilon k - \gamma^2; \quad a^2 = w^2 \mu \varepsilon - \gamma^2; \quad c^2 = w^2 \mu_{\perp} \varepsilon - \gamma^2.$$

Полученные поперечные компоненты гиротропной эллиптической области при различных случаях намагничивания (15)-(17) позволяют анализировать распределение полей.

Для совместного решения уравнений (8), используя метод укорочения исходного дифференциального уравнения, были получены уравнения Гельмгольца для гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \varphi^2} + \frac{e^2}{2} (ch2\xi - \cos 2\varphi) \left( w^2 \varepsilon \mu_{\perp} - \gamma^2 - \Lambda_1 \gamma w \varepsilon \frac{k}{\mu} \right) \Psi_1 = 0; \\ \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial \varphi^2} + \frac{e^2}{2} (ch2\xi - \cos 2\varphi) \left( w^2 \varepsilon \mu_{\perp} - \gamma^2 - \Lambda_2 \gamma w \varepsilon \frac{k}{\mu} \right) \Psi_2 = 0, \end{cases} \quad (18)$$

где  $\Psi_1 = E_z + j\Lambda_1 H_z$ ;  $\Psi_2 = E_z + j\Lambda_2 H_z$ .

Здесь  $\Lambda_1, \Lambda_2$  являются корнями уравнения:

$$\gamma w \varepsilon \frac{k}{\mu} \Lambda^2 + \left( w^2 \varepsilon \mu_{\parallel} - \frac{\mu_{\parallel}}{\mu} \gamma^2 - w^2 \varepsilon \mu_{\perp} + \gamma^2 \right) \Lambda - \gamma w \mu_{\parallel} \frac{k}{\mu} = 0. \quad (19)$$

Далее для решения уравнений (18) с краевыми задачами Дирихле (\*) и Неймана (\*\*\*) был применен метод разделения переменных, связанный с собственными функциями. Вид собственных функций зависит от формы ограниченной области. Показано, что когда ограниченная область имеет эллиптическую форму, собственными функциями являются четные и нечетные обыкновенные и модифицированные функции Матье.

В результате решения уравнений Гельмгольца (18) с указанными граничными условиями были получены все шесть поперечных компонент гибридных волн при продольном намагничивании (для четных решений):

$$\begin{aligned} {}_c E_{\xi} &= \frac{1}{g_+^2 g_-^2 ed(\Lambda_2 - \Lambda_1)} \left[ \begin{aligned} & jC_{m1} Ce_m'(\xi, q_1) ce_m(\varphi, q_1) \{ \gamma^2 wk - \gamma a^2 \Lambda_2 \} - \\ & - jC_{m2} Ce_m'(\xi, q_2) ce_m(\varphi, q_2) \{ \gamma^2 wk - \gamma a^2 \Lambda_1 \} + \\ & + C_{m1} Ce_m(\xi, q_1) ce_m'(\varphi, q_1) \{ \mu w q^2 - \gamma w^2 \varepsilon k \Lambda_2 \} - \\ & - C_{m2} Ce_m(\xi, q_2) ce_m'(\varphi, q_2) \{ \mu w q^2 - \gamma w^2 \varepsilon k \Lambda_1 \} \end{aligned} \right]; \\ {}_c E_{\varphi} &= \frac{1}{g_+^2 g_-^2 ed(\Lambda_2 - \Lambda_1)} \left[ \begin{aligned} & jC_{m1} Ce_m(\xi, q_1) ce_m'(\varphi, q_1) \{ \gamma^2 wk - \gamma a^2 \Lambda_2 \} - \\ & - jC_{m2} Ce_m(\xi, q_2) ce_m'(\varphi, q_2) \{ \gamma^2 wk - \gamma a^2 \Lambda_1 \} - \\ & - C_{m1} Ce_m'(\xi, q_1) ce_m(\varphi, q_1) \{ \mu w q^2 - \gamma w^2 \varepsilon k \Lambda_2 \} + \\ & + C_{m2} Ce_m'(\xi, q_2) ce_m(\varphi, q_2) \{ \mu w q^2 - \gamma w^2 \varepsilon k \Lambda_1 \} \end{aligned} \right]; \quad (20) \\ {}_c E_z &= \frac{1}{\Lambda_2 - \Lambda_1} \left[ \Lambda_2 C_{m1} Ce_m(\xi, q_1) ce_m(\varphi, q_1) - \Lambda_1 C_{m2} Ce_m(\xi, q_2) ce_m(\varphi, q_2) \right]; \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
{}_c H_\xi &= \frac{1}{g_+^2 g_-^2 \text{ed}(\Lambda_2 - \Lambda_1)} \left[ \begin{aligned} &jC_{m_1} Ce_m(\xi, q_1) ce'_m(\varphi, q_1) \{w\epsilon a^2 \Lambda_2 - \gamma w^2 \epsilon k\} - \\ &- jC_{m_2} Ce_m(\xi, q_2) ce'_m(\varphi, q_2) \{w\epsilon a^2 \Lambda_1 - \gamma w^2 \epsilon k\} + \\ &+ C_{m_1} Ce'_m(\xi, q_1) ce_m(\varphi, q_1) \{\gamma a^2 - w^3 \epsilon^2 k \Lambda_2\} - \\ &- C_{m_2} Ce'_m(\xi, q_2) ce_m(\varphi, q_2) \{\gamma a^2 - w^3 \epsilon^2 k \Lambda_1\} \end{aligned} \right]; \\
{}_c H_\varphi &= \frac{1}{g_+^2 g_-^2 \text{ed}(\Lambda_2 - \Lambda_1)} \left[ \begin{aligned} &jC_{m_1} Ce'_m(\xi, q_1) ce_m(\varphi, q_1) \{\gamma w^2 \epsilon k - w\epsilon a^2 \Lambda_2\} - \\ &- jC_{m_2} Ce'_m(\xi, q_2) ce_m(\varphi, q_2) \{\gamma w^2 \epsilon k - w\epsilon a^2 \Lambda_1\} + \\ &+ C_{m_1} Ce_m(\xi, q_1) ce'_m(\varphi, q_1) \{\gamma a^2 - w^3 \epsilon^2 k \Lambda_2\} - \\ &- C_{m_2} Ce_m(\xi, q_2) ce'_m(\varphi, q_2) \{\gamma a^2 - w^3 \epsilon^2 k \Lambda_1\}, \end{aligned} \right]; \quad (21) \\
{}_c H_Z &= \frac{j}{\Lambda_2 - \Lambda_1} [C_{m_1} Ce_m(\xi, q_1) ce_m(\varphi, q_1) - C_{m_2} Ce_m(\xi, q_2) ce_m(\varphi, q_2)],
\end{aligned}$$

где  $C_{m_1}, C_{m_2}$  - амплитудные коэффициенты (постоянные);  $ce_m(\varphi, q_{1,2})$  - четные обыкновенные функции Матье I-го рода целого порядка (индекса)  $m$  и их производные  $ce'_m(\varphi, q_{1,2})$ ;  $Ce_m(\xi, q_{1,2})$  - четные присоединенные (модифицированные) функции Матье I-го рода (с целым индексом) и их производные  $Ce'_m(\xi, q_{1,2})$ .

Выражения (20) и (21) надо умножить на  $e^{-j(\omega t - \gamma Z)}$ , чтобы показать зависимость полей от времени  $t$  и распространение волн вдоль координаты  $Z$ .

Для представления нечетных решений необходимо сделать следующие замены в (20) и (21):

$$\begin{cases}
{}_c E_\xi \rightarrow {}_s E_\xi; {}_c E_\varphi \rightarrow {}_s E_\varphi; {}_c E_Z \rightarrow {}_s E_Z; \\
{}_c H_\xi \rightarrow {}_s H_\xi; {}_c H_\varphi \rightarrow {}_s H_\varphi; {}_c H_Z \rightarrow {}_s H_Z; \\
C_{m_1} \rightarrow S_{m_1}; C_{m_2} \rightarrow S_{m_2}; \\
ce_m \rightarrow se_m; ce'_m \rightarrow se'_m \\
Ce_m \rightarrow Se_m; Ce'_m \rightarrow Se'_m,
\end{cases} \quad (22)$$

где  $S_{m_1}, S_{m_2}$  - константы;  $se_m, se'_m$  - нечетные обыкновенные функции Матье I-го рода целого порядка (индекса)  $m$  и их производные соответственно;  $Se_m, Se'_m$  - нечетные присоединенные (модифицированные) функции Матье I-го рода (с целым индексом) и их производные соответственно.

Для получения дисперсионных уравнений, в (20) необходимо поставить граничные условия, заключающиеся в равенстве нулю тангенциальных составляющих электрического поля. В этом случае получается система линейных однородных алгебраических уравнений. В результате решения системы линейных однородных уравнений относительно неизвестных  $C_{m_1}$  и  $C_{m_2}$ , впервые были получены дисперсионные уравнения электромагнитных волн в ограниченной гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании (для четных решений):

$$\begin{aligned}
& \left[ - \left( k_{\perp}^2 - \gamma^2 - \frac{4q_1}{e^2} \right) \frac{4q_2}{e^2} \frac{Ce'_m(\xi_0, q_1)}{Ce_m(\xi_0, q_1)} + \left( k_{\perp}^2 - \gamma^2 - \frac{4q_2}{e^2} \right) \frac{4q_1}{e^2} \frac{Ce'_m(\xi_0, q_2)}{Ce_m(\xi_0, q_2)} \right] + \\
& + j \frac{\gamma^2 \varepsilon k a^2 \Lambda_1 \Lambda_2}{\mu^2} \left\{ \frac{ce'_m(\varphi, q_2)}{ce_m(\varphi, q_2)} - \frac{ce'_m(\varphi, q_1)}{ce_m(\varphi, q_1)} \right\} + \\
& + j \frac{\gamma^3 w \varepsilon k}{\mu^2} \left\{ \frac{ce'_m(\varphi, q_1)}{ce_m(\varphi, q_1)} \Lambda_1 - \frac{ce'_m(\varphi, q_2)}{ce_m(\varphi, q_2)} \Lambda_2 \right\} = 0.
\end{aligned} \tag{23}$$

Для нечетных решений в (23) надо сделать замену (22).

Полученные дисперсионные уравнения определяют связь между геометрией структуры ограниченной области  $(e, d)$  и электромагнитными параметрами гиротропной среды  $(k, \mu)$ .

#### Глава 4. Применение модели электромагнитных волн для эллиптической продольно-намагниченной области.

Четвертая глава посвящена проверке впервые полученных уравнений Гельмгольца (18) и дисперсионных уравнений (23). Проведен численный анализ полученных оригинальных дисперсионных уравнений.

Корректность уравнений (18) и (23) проверялась путем предельных переходов и сравнения с известными уравнениями следующим образом:

- 1) эллиптическая гиротропная область при продольном намагничивании путем предельного перехода сводилась к круглой. При этом уравнения (18) и (23) совпадают с известными [Микаэлян А.Л.], [Гуревич А. Г. , Мелков Г.А.] уравнениями Гельмгольца и дисперсионным уравнениям для гиротропной круглой области при продольном намагничивании;
- 2) эллиптическая гиротропная область при продольном намагничивании путем предельного перехода сводилась к эллиптической изотропной. При этом уравнения (18) и (23) совпадают с известными [Мак-Лахлан Н.В.] уравнениями Гельмгольца и дисперсионным уравнениям для изотропной эллиптической области.

Так как дисперсионные уравнения (23) не решаются аналитически, то их анализ проводился численно. Для этого был составлен комплекс программ на основе программного пакета Maple. Полученные результаты позволяют проводить численный анализ дисперсионных уравнений (23) для различных сечений ограниченной эллиптической области и степени гиротропии заполнения;

На рисунках 1 - 3 представлены графики зависимостей постоянных распространения  $\frac{\gamma_z}{k_z}$  от напряженности намагничивающего магнитного поля  $\frac{w_0}{w}$  для гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании с длиной большой полуоси  $s=0,016$  м. и эксцентриситетами  $E=0,02$  (почти круг, т.е. предельный переход от эллипса к кругу) и  $E=0,75$  при частоте  $w = 6,28 \cdot 10^{10}$  Гц и намагниченности феррита  $w_M = 0,15 \cdot w$ .

На рисунке 1 и на всех последующих рисунках нижние индексы «С» и «S» означают четную и нечетную моды, верхние индексы «+» и «-» означают правое и

левого направления вращения, каждая цифра нижних индексов «11» и «12» определяет число полуволн, укладываемых вдоль поперечных координатных осей эллиптической ограниченной области: первая цифра означает периодичность поля по координате  $\varphi$ , а вторая - по  $\xi$ . При  $\frac{w_0}{w} = 1$  наступает ферромагнитный резонанс (на всех рисунках вертикальная пунктирная линия).

Все волны с намагниченным ферритом для ограниченной круглой области (рис.2) являются гибридными:  $HE_{11}^+, HE_{11}^-, EH_{11}^+, EH_{11}^-, HE_{12}^+, HE_{12}^-, EH_{12}^+, EH_{12}^-$ .

Все волны с намагниченным ферритом для ограниченной эллиптической области с эксцентриситетом  $E=0.75$  (рис. 2 и 3) также являются гибридными:  ${}_c HE_{11}^+, {}_c HE_{11}^-, {}_s HE_{11}^+, {}_s HE_{11}^-, {}_c EH_{11}^+, {}_c EH_{11}^-, {}_s EH_{11}^+, {}_s EH_{11}^-, {}_c HE_{12}^+, {}_c HE_{12}^-$ .

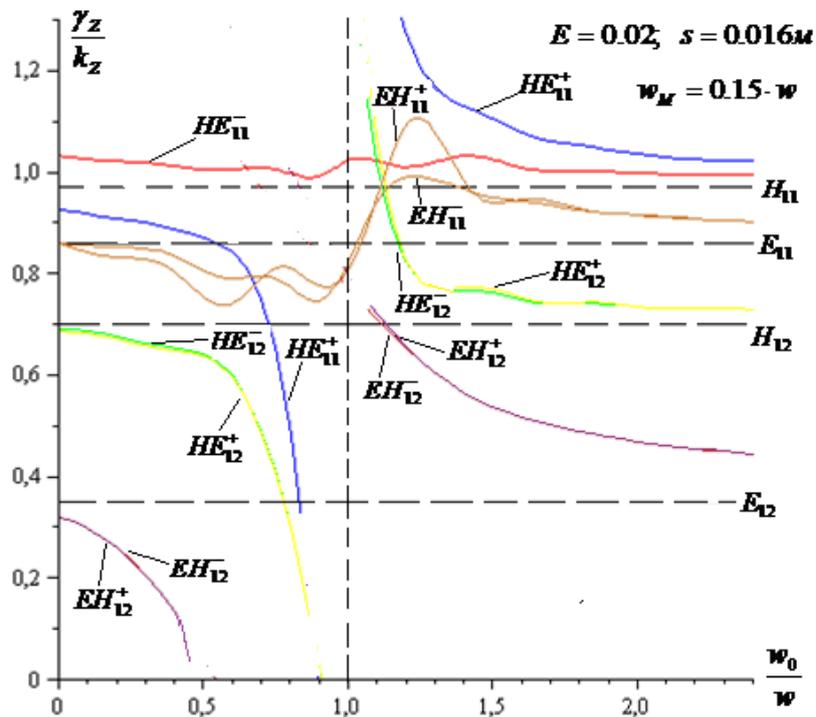


Рис. 1- Зависимости постоянных распространения от напряженности намагничивающего поля для эксцентриситета  $E=0.02$  (почти круг, т.е. предельный переход от эллипса к кругу), полученные при решении уравнений (23).

На рисунке 1 горизонтальными пунктирными линиями показаны моды при отсутствии магнитного поля:  $H_{11}, E_{11}, H_{12}, E_{12}$ .

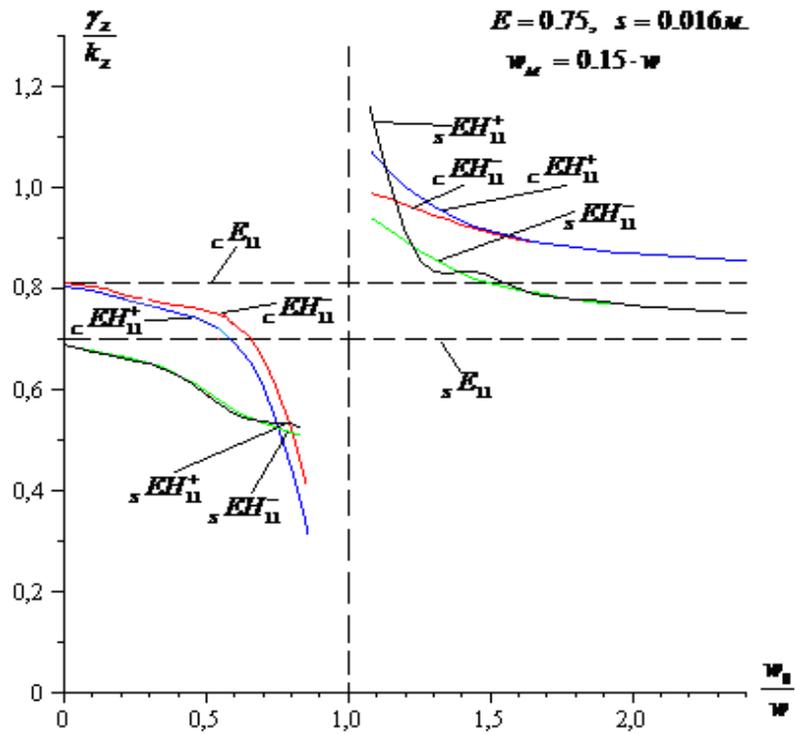


Рис. 2 - Зависимости постоянных распространения от напряженности намагничивающего поля для эксцентриситета  $E=0.75$ , полученные при решении уравнений (23) (показаны только EH-моды).

На рисунке 1 горизонтальными пунктирными линиями показаны моды при отсутствии магнитного поля:  $cE_{11}$ ,  $sE_{11}$ .

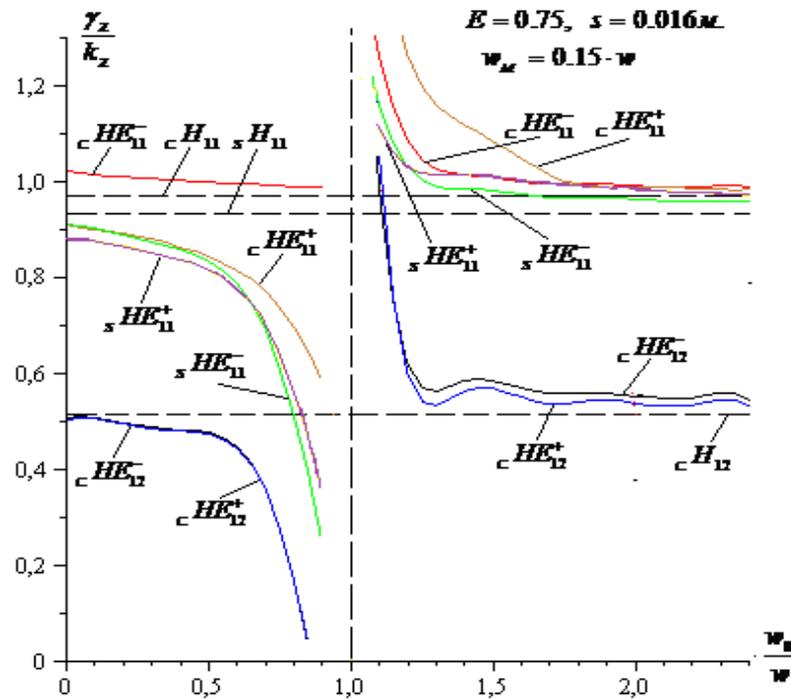


Рис. 3- Зависимости постоянных распространения от напряженности намагничивающего поля для эксцентриситета  $E=0.75$ , полученные при решении уравнений (23) (показаны только HE-моды).

Горизонтальными пунктирными линиями показаны моды при отсутствии магнитного поля:  ${}_c H_{11}$ ,  ${}_s H_{11}$ ,  ${}_c H_{12}$ .

Из данных графиков следует, что порядок появления основной и высших мод зависит от эксцентриситета. Также анализ дисперсионных характеристик и их графиков показывает, что при продольном намагничивании в ограниченной гиротропной эллиптической области каждая ЭМВ может быть рассмотрена как две волны, распространяющиеся с разными фазовыми скоростями.

Предложенная математическая модель и методы анализа распространения ЭМВ в гиротропных ограниченных областях могут на практике применяться для разработки ферритовых устройств сверхвысоких частот (фазовращатели, циркуляторы) на основе эллиптических волноводов с гиротропным заполнением.

#### **Основные научные результаты:**

1. Разработан метод инвариантных преобразований, с помощью которого впервые получены обобщенные уравнения Гельмгольца гибридных волн в гиротропной продольно-намагниченной ограниченной области с произвольной ортогональной формой поперечного сечения;

2. Разработана общая математическая модель распространения электромагнитных волн в ограниченной гиротропной области с произвольной ортогональной формой поперечного сечения при продольном намагничивании, позволяющая моделировать общие закономерности распространения ЭМВ в этой области;

3. Решены краевые задачи для уравнений Гельмгольца электромагнитного поля для ограниченной гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании;

4. Получены новые дисперсионные уравнения электромагнитных волн для гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании, с использованием которых численно исследованы связи между основными параметрами ЭМВ: соотношения скоростей распространения, длин волн, критической длины волн и критической частоты для гибридных волн.

Автор благодарен к.т.н., доценту Базарову Б.Б., под руководством которого было положено начало настоящей работе.

## Список публикаций по теме диссертации

*В рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК:*

1. Итигилов Г.Б., Сажин В. И., Ширапов Д. Ш. Эффективный метод расчета критических длин волн собственных мод эллиптического волновода // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. Научный журнал. №4 (24). 2009. Изд-во Иркутского государственного университета путей сообщения. С. 159-163.
2. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш., Сажин В.И. «Вырождение эллиптического волновода в круглый» // Вестник Бурятского государственного университета. 2010. Выпуск 9: Математика и информатика. С. 154-160.
3. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш. Волновые уравнения электромагнитных волн в ограниченных областях с ферритовым заполнением с ортогональной формой поперечного сечения при продольном намагничивании // Вестник Восточно-Сибирского государственного университета технологий и управления. 2012. № 3(38). С. 5-10.
4. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш. Метод инвариантных преобразований для определения поперечных компонент электромагнитного поля в гиротропных ограниченных областях // Вестник Бурятского государственного университета. 2012. Выпуск 9: Математика, информатика. С.162-166.
5. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш. Дисперсионные характеристики гибридных волн в ограниченных эллиптических гиротропных областях при продольном намагничивании // Вестник Бурятского государственного университета. 2/2013. Математика и информатика. С. 70-74.

*Статьи в других печатных изданиях:*

6. Базаров Б.Б., Итигилов Г.Б., Баторова А.В. Модель распространения электромагнитных волн в волноводах с криволинейной формой поперечного сечения // Сборник научных трудов. Серия: Технические науки. ВСГТУ.-Улан-Удэ, 2000.-Вып.8.-Т.2, с. 133-143.
7. Базаров Б.Б., Итигилов Г.Б. Теория регулярных волноводов с гиротропным заполнением // Электродинамика и техника СВЧ, КВЧ и оптических частот. Москва, 2001, т.9, № 4 (32)., с. 5-12.
8. Базаров Б.Б., Итигилов Г.Б., Ким Ю.А. Анализ эллиптического волновода с гиротропным заполнением при продольном подмагничивании // Электродинамика и техника СВЧ, КВЧ и оптических частот. Москва, 2001, т.9, № 2 (30)., с. 29-33.
9. Базаров Б.Б., Итигилов Г.Б. Распространение ЭМВ в эллиптическом волноводе с ферритовым заполнением при продольном подмагничивании // Материалы международной конференции «Математика, ее приложения и математическое образование». Ч.1.- Улан-Удэ, 2002.-292 с. (С. 41-45).
10. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш. Граничные условия гиротропного обобщенного волновода // Материалы V Всероссийской научно-практической конференции «Теоретические и прикладные вопросы современных информационных технологий». Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ. 2004. С. 72-76.
11. Итигилов Г.Б., Сажин В.И., Ширапов Д.Ш. Модель распространения электромагнитных волн в направляющих гиротропных структурах с эллиптической формой поперечного сечения при продольном подмагничивании // Труды международной конференции «Вычислительная математика, дифференциальные уравнения, информационные технологии». Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ. 2009. С. 197-205.
12. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш. Метод инвариантных преобразований и его применение // Материалы VI международного научного семинара «Обобщенные постановки и решения задач управления». Геленджик, Краснодарский край, 25-27 сентября 2012. С.140-144.
13. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш. Метод инвариантных преобразований. International journal of applied and fundamental research. №7. 2012. С. 94-97.
14. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш., Базарова С.Б.-М. Уравнения Гельмгольца электромагнитных волн в гиротропных ограниченных областях при продольном намагничивании. // Во-

просы образования и науки: теоретический и методический аспекты: сб. науч. тр. по мат-лам Междунар. науч.-практ. конф. 31 мая 2014 г.: Часть 3. Тамбов, 2014. С. 53-58.

15. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш., Ябжанова С.Б. «Применение метода инвариантных преобразований в исследовании распространения электромагнитных волн» // Материалы VI Международной научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные исследования в современном мире». 17 июня 2014 г. Т.1. С-Петербург. С. 51-58.

16. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш. «Краевые задачи в гиротропных ограниченных областях при продольном намагничивании» // Материалы V Международной конференции «Математика, ее приложения и математическое образование. 23-28 июня 2014 г. Улан-Удэ. С.137-141.

17. Итигилов Г.Б., Ширапов Д.Ш., Батуев Е.Д. «Решение краевых задач гиротропной эллиптической области при продольном намагничивании» // Материалы XIV Международной научно-практической конференции «Теория и практика современной науки». 2-3 июля 2014 г. Москва. С. 12-18.