Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВПО «Бурятский государственный университет»

Утверждаю
Проректор по НИР
Шаран И.К.Шаранхаев
«24» 03 2014

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В АСПИРАНТУРУ
По специальности 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Программа обсуждена на кафедре математического анализа и МПМ
«6» 02 2014 протокол № 7 ______(Юмов И.Б.)

Программа утверждена на ученом совете ИМИ
«17» 03 2014 ______(Мордовской А.К.)

I. Пояснительная записка.

Программа предназначена для поступающих в аспирантуру ФГБОУ ВПО «Бурятский государственный университет» по специальности 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

II. Содержание.

Настоящая программа базируется на следующих дисциплинах: математический анализ, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики / уравнения в частных производных, функциональный анализ, методы вычислений, прикладные вопросы функционального анализа, основы мат.

III.Вопросы к экзамену.

1. ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1. Понятие топологического пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в топологических пространствах.
2. Понятие метрического пространства. Полные метрические пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения.
3. Мера Лебега. Измеримые функции и их свойства. Теорема Д.Ф.Егорова. Интеграл Лебега и его основные свойства. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
4. Гильбертовы и Банаховы пространства. Ортогональные системы функций. Полные системы, критерий полноты. Неравенство Бесселя. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Равенство Парсеваля.
5. Линейные интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Теоремы Фредгольма.
6. Линейные пространства и их подпространства. Базис, размерность. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
7. Билинейные и квадратичные формы в линейных пространствах. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции.
8. Линейные отображения в линейных пространствах. Собственные векторы и собственные значения. Приведение матрицы линейного оператора к жордановой форме.
9. Группы. Подгруппы. Порядок элемента. Циклические группы. Фактор-группа. Теорема о гомоморфизме.
10. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
11. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.
12. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, их классификация. Постановка основных начально-краевых задач для волнового уравнения, уравнения теплопроводности и уравнения Лапласа.
13. Элементарные функции комплексного переменного и связанные с ними конформные отображения. Дробно-линейные функции. Простейшие многозначные функции.
14. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Изолированные особые точки аналитических функций.
15. Первая и вторая квадратичные формы поверхности. Нормальная кривизна поверхности. Геодезические линии. Формула Эйлера. Гауссова кривизна поверхности.

16. Понятие о простейшей проблеме вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

Список литературы по общей части

1. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии / П.С. Александров.-М.: Наука, 1985.
2. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И.Арнольд. Ижевск РХД. 2000
3. Боровков А.А. Математическая статистика / А.А.Боровков. – М.: Физмалтит, 2007.
4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С.Владимиров, В.В. Жаринов. – М.: Физматлит, 2003.
5. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин.- М.:Физматилит, 2006.
6. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. В 3 т. / Д.Д.Кудрявцев. – М.: Высшая школа, 1985.
7. Курош А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г.Курош. – М.: Лань, 2007.
8. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры / А.И.Мальцев. – М: Лань, 2009.
9. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций. В2 Т. / А.И. Маркушевич. – М.: Наука, 1987.
10. Михлин С.Г. Курс математической физики / С.Г. Михлин/// СПб.: Лань, 2002. – 576 с.
11. Никольский С.М. Курс математического анализа. В 2 т. / С.М.Никольский, - М.:Физматлит, 2001.
12. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям / И.Г.Петровский. – М.: Наука, 1984.
13. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И.Г.Петровский. – М.: Наука, 1970.
14. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. – М.: Наука 1974.
15. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного / И.И.Привалов.- М.: Лань, 2009.
16. Рашевский П.К. Дифференциальная геометрия / К.К.Рашевский. – М.: URSS, 2008.
17. Треногин В.А. Функциональный анализ: учебник / В.А. Треногин //М.:Физматлит, 2002.- 488 с.

2.СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Теорема о продолжении решения. Случай линейных уравнений.
2. Теорема о непрерывной зависимости и дифференцируемости решений по начальным условиям и по параметру. Уравнения в вариациях.
3. Линейные системы. Определитель Вронского. Теорема Лиувилля. Метод вариации постоянных.

4. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Краевые задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений.

5. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Теорема об устойчивости по первому приближению.

6. Особые точки линейных систем на плоскости.

7. Первые интегралы. Теорема о существовании полной системы первых интегралов.

8. Квазилинейные уравнения с частными производными 1-го порядка. Задача Коши.

9. Смешанная задача для волнового уравнения, единственность решения задачи, решение ее методом Фурье.

10. Определение абстрактной функции. Непрерывность абстрактной функции. Производная абстрактной функции.

11. Преобразование Фурье и его свойства. Дать определение прямого и обратного преобразования Фурье по одной переменной. Дать определение многомерного преобразования Фурье. Связь с одномерным преобразованием.

12. Формула обращения многомерного преобразования Фурье. Сформулировать теорему, в каком случае справедлива данная формула. Указать в каком смысле понимается интеграл.

13. Фундаментальное решение оператора Лапласа. Функция Грина для задачи Дирихле и е свойства. Функция Грина для шара. Решение задачи Дирихле для шара.

14. Свойства гармонических функций: теорема о среднем, принцип максимума, теорема Лиувилля, теорема об устранимой особенности.

15. Задача Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Единственность. Условие разрешимости задачи Неймана, Внешние задачи. Сведение их к внутренним задачам.

16. Уравнение теплопроводности. Первая краевая задача. Принцип максимума. Единственность. Метод Фурье. Задача Коши. Интеграл Пуассона.

17. Характеристики уравнений второго порядка. Приведение уравнений к каноническому виду.

18. Задача Коши для уравнений Колебаний струны. Формула Даламбера.

19. Обобщенные (по С.Л. Соболеву) производные. Пространства Соболева Hk, их свойства. След функции из H1/

20. Краевые задачи для эллиптического уравнения. Принцип максимума. Однозначная разрешимость в пространстве H1. Методы решения.

21. Вариационный метод решения краевых задач для эллиптического уравнения.

22. Уравнение теплопроводности. Обобщенные решения краевых задач. Применение метода Галеркина к решению краевых задач.

23. Волновое уравнение. Обобщенные решения. Применение метода Галеркина к решению краевых задач.

24. Понятие обратной и некорректно поставленной задачи. Примеры физических и математических постановок различных обратных задач. Условия переопределения, физический смысл. Прямая задача.

Список литературы по дополнительной части

1. Белов Ю.Я. Метод слабой аппроксимации / Ю.Я. Белов, С.А. Кантор // Красноярск: Краснояр. гос. ун-т, 1999. – 236 с.

2. Kozhanov A.I. Composite Type Equations and Inverse Problems/ A.I. Kozhanov //Utrecht: VSP, 1999.

3. Belov Yu. Ya. Inverse Problems for Partial Differential Equations / Yu. Ya.Belov //Utrecht: VSP, 2002.-211 p.
4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. – М.: Физматлит, 2003.
5. Гаевский Х. Нелинейные операторные уравнения и операторные дифференциальные уравнения / Х.Гаевский, К. Грегер, К. Захариас // М.:Мир, 1978.
6. Гласко В.Б. Обратные задачи математической физики / В.Б. Гласко// М.: МГУ, 1979.
7. Годунов С.К. Уравнения математической физики / С.К. Годунов. – М.:Наука, 1971.
8. Денисов А.М. Введение в теорию обратных задач: Учебн. Пособие / А.М. Денисов // М.: Изд-во МГУ, 1994. – 208 с.
9. Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи / С.И. Кабанихин. – Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2009. – 457с.
10. Ладыженская О.А.Краевые задачи математической физики / О.А.Ладыженская. – М.: Наука, 1973.
11. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных / В.П. Михайлов. – М.: Наука, 1983.
12. Михлин С.Г. Курс математической физики / С.Г. Михлин // СПБ.: Лань, 2002.-576 с.
13. Петровский И.Г. екции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И.Г. Петровский. – М.: МГУ им. Ломоносова, 1984.
14. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными / И.Г. Петровский. М.: Наука, 1970.
15. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С. Понтрягин. – М.: Наука, 1974.
16. Соболев С. Л. Уравнения математической физики / С.Л. Соболев. – М.: Наука, 1992.
17. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М: Наука, 1999.

Программа соответствует паспорту номенклатуры специальностей научных работников.