



Адрес редакции:
670000, г. Улан-Удэ,
ул. Смолина, 24а
E-mail: univer@bsu.ru

Адрес издателя:
670000, г. Улан-Удэ,
ул. Смолина, 24а
E-mail: riobsu@gmail.com

Свидетельство о регистрации
ПИ №ФС77-36152 от 06 мая
2009 г. Федеральная служба по
надзору в сфере связи, инфор-
мационных технологий
и массовых коммуникаций (Рос-
комнадзор)

Редактор *Ж.В. Галсанова*
Компьютерная верстка
Н.Ц. Тахинаевой

Подписано в печать 20.06.13.
Формат 60 x 84 1/8.
Уч.-изд. л. 8,15. Усл. печ. л. 10,23.
Тираж 1000. Заказ 151.
Цена договорная.

Отпечатано в типографии
Издательства БГУ
670000, г. Улан-Удэ,
ул. Сухэ-Батора, 3а

Учредитель
ФГБОУ ВПО «Бурятский государственный университет»

ВЕСТНИК БУРЯТСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

Издается с 1998 г.

Выходит 1 раз в год

Выпуск МАТЕМАТИКА, ИНФОРМАТИКА 9(1) / 2014

*Журнал включен Высшей аттестационной комиссией
в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов
и изданий, в которых должны быть опубликованы
основные научные результаты диссертаций на соискание
ученых степеней доктора и кандидата наук*

Редакционный совет «Вестника БГУ»

С.В. Калмыков, чл.-кор. РАО, д-р пед. наук, проф. (председатель);
В.Е. Архинчиев, д-р физ.-мат. наук, проф. (зам. председателя);
Н.Н. Татарникова (зам. председателя, директор Издательства БГУ);
Т.С. Базарова, д-р пед. наук, доц.; *А.С. Булдаев*, д-р физ.-мат. наук,
проф.; *Д.И. Бураев*, д-р ист. наук, проф.; *А.В. Гаськов*, д-р пед. наук,
проф.; *Н.Ж. Дагбаева*, д-р пед. наук, проф.; *Ц.З. Доржиев*, д-р биол.
наук, проф.; *С.С. Имхелова*, д-р филол. наук, проф.; *Л.П. Ковалева*,
канд. филол. наук, проф.; *К.Б.-М. Митупов*, д-р ист. наук, проф.;
В.Е. Хитрихеев, д-р мед. наук, проф.; *И.И. Осинский*, д-р филос. наук,
проф.; *М.Н. Очиров*, д-р пед. наук, проф.; *М.В. Бадмаева*, д-р филос.
наук, доц.; *В.В. Хахинов*, д-р хим. наук, проф.

Редакционная коллегия выпуска

А.С. Булдаев, д-р физ.-мат. наук, проф. (главный редактор); *С.Н. Ва-
сильев*, акад. РАН; *В.И. Гурман*, д-р техн. наук, проф.; *Ж.Г. Дамбаев*,
д-р техн. наук, проф.; *А.В. Данеев*, д-р техн. наук, проф.; *А.И. Кожан-
нов*, д-р физ.-мат. наук, проф.; *А.В. Лакеев*, д-р физ.-мат. наук, проф.;
А.Д. Мижидон, д-р техн. наук, проф.; *Ни Минь Кань*, д-р наук, проф.;
Б. Очирбат, д-р наук, проф.; *В.А. Срочко*, д-р физ.-мат. наук, проф.;
Д.Ш. Ширанов, д-р физ.-мат. наук, проф.; *Р. Энхбат*, д-р наук, проф.



1. АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

УДК 517.11+517.98

© В.И. Антонов

ГЕЙТИНГОВОЗНАЧНЫЙ АНАЛИЗ И ПУЧКОВЫЕ АССОЦИАТИВНЫЕ КОЛЬЦА

В работе изучаются свойства оценок пучковых ассоциативных колец методом гейтинговозначного и булевозначного анализа.

Ключевые слова: пучковые ассоциативные кольца, булевы алгебры, полупервичные кольца, хорновы свойства, гейтинговозначный и булевозначный анализы.

V.I. Antonov

HEYTING VALUED ANALYSIS AND SHEAF ASSOCIATIVE RINGS

In this article the properties of evaluations of sheaf associative rings are studied by the method of Heyting and Boolean valued analysis.

Keywords: sheaf associative rings, Boolean algebras, semi-prime rings, khorn properties, Heyting and Boolean valued analysis.

Введение

Гейтинговозначный анализ и, в частности, булевозначный анализ алгебраических структур представляют собой один из путей приложения методов теории моделей в алгебре, в том числе в теории колец и групп. Конструкция булевозначного универсума первоначально разрабатывалась для решения сложных теоретико-множественных проблем, в частности, для доказательства независимости от аксиом некоторых гипотез теории множеств, например континуум-гипотезы. Однако в дальнейшем выяснилось, что гейтинговозначный и булевозначный анализ могут применяться и для решения чисто алгебраических проблем. Булевозначный анализ эффективно используется в связи с проблемами функционального анализа. Гейтинговозначный и булевозначный анализы применяются также для решения чисто алгебраических проблем теории доказательств и теории моделей. Например, В.А. Любецкий, развивая метод гейтинговозначного анализа, изучал две традиционные логические проблемы: о переходе от выводимости в классической теории к выводимости в соответствующей интуиционистской теории и о построении модельного компаньона. На основе исследования этих проблем В.А. Любецким получены алгоритмы, компьютерно-реализуемые в «реальное время» и связанные как с задачей эффективизации доказательства, так и с задачей обобщенного описания.

Методами булевозначного анализа изучались алгебры мер на локально-компактных группах. В частности, там доказана независимость некоторого утверждения о локально-компактных группах от аксиом множеств Цермело-Френкеля ZF. Озава, основываясь на результатах Такеути, доказал неоднозначность степеней однородности для AW^* -алгебр. К.И. Бейдар и А.В. Михалев разработали метод ортогональной полноты, который связан с булевозначным анализом, хотя не использует булевозначный универсум и имеет другие существенные отличия от гейтинговозначного и булевозначного анализов.

Пучки и оценки в алгебраических системах

Рассмотрим конструкцию пучка, определенного на решетке, и связанную с ней терминологию. Любая решетка Ω рассматривается как категория, объектами которой являются все элементы решетки и в которой определяются с помощью отношения порядка: если $u, v \in \Omega$ и $u \leq v$, то $\text{Hom}(u, v) \leftrightarrow \{1\}$, а если $u > v$, то $\text{Hom}(u, v) \leftrightarrow \emptyset$, где смысл знака \leftrightarrow здесь и дальше «равно по определению» или «эквивалентно по определению». Предпучком на решетке Ω называется любой контравариантный функтор $F(\cdot)$, определенный на категории, соответствующей решетке Ω со значениями в какой-то подкатегории C категории всех множеств Set . Классическим примером предпучка является предпучок на решетке, состоящей из всех открытых подмножеств произвольного фиксиро-

ванного топологического пространства X . Такая решетка τ называется топологией; конечно, в этом случае $\sigma_1 \leq \sigma_2 \leftrightarrow (\sigma_1 \subseteq \sigma_2)$. Пучком на решетке Ω называется любой предпучок на этой решетке, обладающий свойством:

$$\forall \{k_\alpha\} \forall \{u_\alpha\} \leq \Omega \quad \forall u \in \Omega \quad (u = \bigcup_{\alpha} u_\alpha \wedge \forall \alpha (k_\alpha \in F(u_\alpha)) \wedge \\ \forall \alpha \forall \beta (p_{u_\alpha \wedge u_\beta}(k_\alpha) = p_{u_\alpha \wedge u_\beta}(k_\beta))) \Rightarrow \exists ! k \in F(u) (\forall \alpha (p_{u_\alpha}(k) = k_\alpha)),$$

где p_u^v (в случае $u \leq v$) – морфизм категории C , являющийся значением предпучка на единственном морфизме u в v . Иногда вместо $p_u(k)$ пишут $k \uparrow u$.

Оцениванием (оценкой) в данном языке для фиксированной решетки называется сопоставление каждой формуле φ этого языка элемента решетки Ω (обозначаемого $[\varphi]_\Omega$ или короче $[\varphi]$), при котором логические связи языка моделируются операциями в Ω . Последнее означает, что $[\varphi \vee \psi] = [\varphi] \vee [\psi]$, $[\varphi \wedge \psi] = [\varphi] \wedge [\psi]$, $[\neg \varphi] = \neg [\varphi]$, $[\varphi \Rightarrow \psi] = [\varphi] \rightarrow [\psi]$, где в левых частях равенств те же символы $\vee, \wedge, \neg, \rightarrow$ (одноименные со связками) суть операции в решетке Ω . И так далее для всех других пропозициональных связок. Кванторы (связанные переменные), кроме решетки Ω , требуют еще указания некоторого фиксированного множества D – множества параметров данного языка. Тогда $[\exists x \varphi] = \bigcup \{[\varphi(k)] \mid k \in D\}$ и $[\forall x \varphi] = \bigcap \{[\varphi(k)] \mid k \in D\}$ также для других связок кванторного типа. Здесь операции \bigcup, \bigcap применяются уже к подмножествам решетки Ω . Обычно операции \bigcup, \bigcap и \wedge, \vee – это точные верхние и нижние грани в решетке Ω . Чтобы подчеркнуть выбор множества параметров D , оценку иногда обозначают $[\cdot]_{\Omega, D}$ или $[\cdot]_D$. Обозначим $1 = \bigcup \Omega$.

Обозначим $\mathfrak{R}(D)$ множество всех предложений языка \mathfrak{R} с множеством параметров D . Тогда оценивание – одноместная функция вида $[\cdot]: \mathfrak{R}(D) \rightarrow \Omega$, удовлетворяющая отмеченным выше индуктивным условиям. Часто множество $\mathfrak{R}(D)$ обозначают просто \mathfrak{R} , а формулы с параметрами из множества D называют просто формулами. Если функция $[\cdot]$ определена только на атомарных формулах языка, то она однозначно продолжается на все множество $\mathfrak{R}(D)$. Итак, кроме обычной истинности суждения φ в некоторой математической структуре K (обозначаемой $K \mapsto \psi$) возникает новый вид истинности (новая семантика) $[\varphi]_\Omega = 1$ (обозначаемая иногда $\langle \Omega, D \rangle \mapsto \varphi$) или короче $\Omega \mapsto \varphi$, или иногда $D \mapsto \varphi$. Здесь $[\cdot]_{\Omega, D}$ – фиксированная оценка, некоторым образом связанная с исходной структурой K . Предикат $\Omega \mapsto \varphi$ называют глобальной истинностью суждения φ ; иногда он читается « φ значимо в решетке Ω ».

Обычно исходная структура K допускает неоднозначный выбор соответствующей решетки $\Omega = \Omega(K)$ (в качестве D обычно берется носитель структуры K) и неоднозначный выбор соответствующей оценки $[\cdot]$ (в этом случае оценку удобно обозначать $[\cdot]_K$). При этом мы хотим, чтобы для многих формул φ выполнялось $[\varphi]_K = 1$ (хотя, быть может, $K \mapsto \psi$). Класс формул φ , для которых $[\varphi]_K = 1$ обозначим $\Phi_+(K)$. С другой стороны, обозначим $\Phi_-(K)$ класс формул ψ , для которых выполняется: если $[\psi]_K = 1$, то $K \models \psi$. Обычно оценка $[\cdot]_K$ замкнута относительно некоторой выводимости (зависящей прежде всего решетки Ω и в этом смысле обозначаемой \rightarrow_Ω). Под замкнутостью мы понимаем: если $\varphi \rightarrow_\Omega \psi$ и $[\varphi]_K = 1$, то $[\psi]_K = 1$.

Типичное и, возможно, основное применение гейтинговозначного анализа состоит в следующем. Если $\psi \in \Phi_-(K)$, то в K может все-таки выполняться определенное утверждение ψ' , где ψ' – формула исходного языка, тесно связанная с формулой ψ ; например, ψ' эквивалентна глобальной

истинности формулы ψ . Можно сказать, что следствия ψ и ψ' , мифических для структуры свойств $\varphi_1, \dots, \varphi_n$, истинны в структуре (уже в самом обычном смысле). Такую ситуацию называют теоремой переноса. Здесь естественно возникают и теоремы переноса «по логике»: утверждение в посылке рассматриваются в интуиционистской логике.

В рамках этой общей схемы теорем переноса возникают конкретные направления исследований. Во-первых, исследуется, каким образом по заданному алгебраическому объекту K следует выбирать полную гейтингову алгебру $\Omega(K)$: и оценку $[\cdot]_K$. Вторая проблема – отыскание классов формул $\Phi_+(K)$ и $\Phi_-(K)$ и нахождение общих схем теорем переноса и конкретных содержательных примеров теорем переноса.

В настоящей работе получены результаты в этих направлениях. По первому направлению известен следующий общий ответ: для алгебраической системы методы гейтинговозначного анализа особенно эффективны, если удастся построить такой содержательный пучок $F(\cdot)$ на полной гейтинговой алгебре Ω , что $K = F(1)$ («пучок $F(\cdot)$ представляет систему K »). В связи с этим важен вопрос о наличии такого пучка $F(\cdot)$. Примеры таких пучков можно найти в [2–5]; однако все эти пучки заданы на топологии τ некоторого пространства, связанного с системой K . Таким пучкам $F(\cdot)$ соответствуют оценки $[\cdot]_\tau$, замкнутые относительно интуиционистской выводимости (так как $[\varphi \vee \neg\varphi]_\tau < 1$ практически для всех формул φ). Поэтому особый интерес вызывают пучки $F(\cdot)$, определенные на полных булевых алгебрах B . В этом случае пучку $F(\cdot)$ соответствует оценка $[\cdot]_B$, которая замкнута относительно классической выводимости. Последнее обстоятельство, конечно, весьма существенно, так как вопрос о том, что интуиционистски выводимо (а что не выводимо), сам по себе весьма сложен.

Булевы оценки в пучковых ассоциативных кольцах

Пусть R – ассоциативное кольцо с единицей, а $B = B(R)$ булева алгебра его центральных идемпотентов. Тогда естественным образом определяется предпучок $F(\cdot)$ на B . А именно, полагаем $F(e) = eR$, где $e \in B$, а также если $e_1 \leq e_2$, то $pe_1^{e_2} = e_1r$, где $e_1, e_2 \in B$ и $r \in F(e_2)$. Этот предпучок называется каноническим предпучком на B .

Напомним, что полупервичным называется кольцо, у которого пересечение всех первичных идеалов равно нулю. Идеал I называется первичным, если $I \neq R$ и $\forall I_1, \forall I_2 (I_1 \cdot I_2 \subseteq I \Rightarrow I_1 \subseteq I \vee I_2 \subseteq I)$, где I_1, I_2 произвольные идеалы в R . Правый идеал I кольца R называется плотным, если для каждого элемента $r \in R$ левые аннуляторы множеств $\{s \in R \mid r \cdot s \in I\}$ равны нулю; кольцо R – называется рационально полным, если для любого плотного правого идеала D и любого гомоморфизма $f \in \text{Hom}_r(D, R)$ найдется элемент $r \in R$ такой, что $\forall d \in D (f(d) = dr)$.

Пусть R – полупервичное кольцо, идеал I кольца R . Тогда известны следующие свойства:

1. Левый аннулятор идеала I равен его правому аннулятору, т.е. $*I = I^*$.
2. I плотный идеал тогда и только тогда, когда $I^* = \{0\}$.
3. $I \cap I^* = \{0\}$, $I + I^*$ плотный идеал кольца R .

Предложение 1. Если R – полупервичное рационально полное кольцо, то любой аннуляторный идеал выделяется прямым слагаемым.

Доказательство. Пусть I – идеал кольца R , I^* – правый аннулятор идеала I в R . Определим отображение $h: I + I^* \rightarrow R$ по правилу $h(a + b) = b$, где $a \in I$, $b \in I^*$. Отображение h корректно определено, так как $I + I^*$ прямая сумма. Легко проверить, что h есть гомоморфизм R -модулей. По условию кольцо R рационально полное, значит, $\exists u \in R$ такой, что $h(c) = u \cdot c$, где $c \in I + I^*$. Покажем, что u – центральный идемпотент кольца R . Пусть $b \in R$, $buc = bh(c) = h(bc) = ubc$. Следова-

тельно, $(bu - ub) \cdot c = 0$ для всех $c \in I + I^*$. Из плотности идеала $I + I^*$ следует $bu = ub$. Осталось показать, что $u^2 = u$. Итак, $u^2c = uh(c) = h(uc) = uc$, так как $uc \in I^*$. Действительно, так как $c \in I + I^*$, то $\exists c_1 \in I, \exists c_2 \in I^*$. Выполнены $uc_1 = 0, uc_2 = c_2$. Значит, $uc = uc_1 + uc_2 = uc_2 \in I^*$. Следовательно, $(u^2 - u) \cdot c = 0$ для всех $c \in I + I^*$. Докажем, что $I^* = uR$. Действительно, $ura = 0$ для всех $a \in I$. Если $r \cdot I = 0$, то $r \in I^*$ и $ur = r$. Предложение доказано.

Определение 1. Кольцо R называется B -кольцом, если $B(R)$ полная булева функция.

Определение 2. Кольцо R называется пучковым, если оно B -кольцо и канонический предпучок $F(\cdot)$ на B является пучком.

Мы приведем широкий класс пучковых колец, а именно, класс полупервичных рационально полных колец.

Для любого пучкового кольца R определяется отображение $\mathfrak{R}(R) \rightarrow B(R)$, где $\mathfrak{R}(R)$ – множество всех предложений в языке колец с множеством c в качестве множества параметров. Это отображение называется B -оценкой и обозначается $[[\cdot]]_B$. Для атомарного предложения $r = s$ оценка определяется следующим образом: $[[r = s]]_B = \vee \{e \in B(R) \mid er = es\}$. Если r, s – полиномы, то они заменяются на их значения, вычисленные в кольце R . Затем это отображение продолжается на все множество $\mathfrak{R}(R)$ обычным образом: $[[\varphi \wedge \psi]]_B = [[\varphi]]_B \wedge [[\psi]]_B$, $[[\exists x \varphi]]_B = \vee \{[[\varphi(r)]]_B \mid r \in R\}$ и аналогично для всех других пропозициональных связей и квантора \forall . Оценка $[[\cdot]]_B$ замкнута относительно классической выводимости в теории колец.

Теорема 1. Пусть R – полупервичное рационально полное кольцо. Тогда R пучковое кольцо и $[[R \text{ первичное кольцо}]] = I_B$, где I_B – наибольший элемент булевой алгебры $B(R)$.

Доказательство. Пусть R – полупервичное рационально полное кольцо, тогда по предложению имеем $B(R) = B^*(R)$, где $B^*(R)$ – полная булева алгебра аннуляторных идеалов кольца R . Проверим, что канонический предпучок $F(\cdot)$ на $B(R)$ является пучком. Пусть $\{e_\alpha\}$ разбиение единицы и $e_\alpha \cdot s_\alpha \in F(c_\alpha)$. Тогда $\vee_\alpha (1 - e_\alpha) = 0$, так как $\vee_\alpha e_\alpha = 1$. Значит, $(\sum_\alpha e_\alpha R)^* = \bigcap_\alpha (1 - e_\alpha)R = 0$, т.е. $\sum_\alpha e_\alpha R$ – плотный идеал в R . Это прямая сумма, так как по дизъюнктивности семейства $\{e_\alpha\}$ из $e_1 r_1 + \dots + e_n r_n = 0$ следует, что $e_1 r_1 = 0, \dots, e_n r_n = 0$. Положим, $f(e_1 r_1 + \dots + e_n r_n) = e_1 s_1 r_1 + \dots + e_n s_n r_n$. Тогда $f \in \text{Hom}_R(\sum_\alpha e_\alpha R, R)$. Из рациональной полноты кольца R следует существование такого элемента $s \in R$, что $e_1 s_1 r_1 + \dots + e_n s_n r_n = s(e_1 r_1 + \dots + e_n r_n)$. Отсюда имеем $\forall \alpha (e_\alpha s_\alpha = e_\alpha s)$. Такой элемент s определяется однозначно. Действительно, если $\forall \alpha (e_\alpha s_\alpha = e_\alpha \tilde{s})$, тогда $\forall \alpha (e_\alpha \tilde{s}_\alpha = e_\alpha s)$. Значит, $(\sum_\alpha e_\alpha R)(s - \tilde{s}) = 0$. Отсюда $s = \tilde{s}$. Осталось показать, что $[[R \text{ первичное кольцо}]] = 1$. Для этого нам необходимо проверить, что оценка $[[\forall r \in R (arb = 0) \Rightarrow a = 0 \vee b = 0]] = 1$, которая равносильна $\forall r \in R (arb = 0) \leq [[a = 0]] \vee [[b = 0]]$. Пусть $e \in B(R)$ и $e \cdot rab = 0$ для всех $r \in R$. Покажем, что $[[a = 0]] \vee [[b = 0]] \geq e$. Рассмотрим $I = \langle b \rangle$ главный идеал, порожденный элементом b кольца R , I^* аннулятор идеала I . Тогда $I + I^*$ – плотный идеал кольца R и $I \cap I^* = 0$. Определим отображение $h: I + I^* \rightarrow R$ по правилу $h(r_1 + r_2) = r_1$, где $r_1 \in I, r_2 \in I^*$. Отображение корректно определено, так как $I + I^*$ – прямая сумма. Непосредственно проверяется, что h гомоморфизм R -модулей. Следовательно, существует элемент u из R такой, что $h(s) = us$ для всех $s \in I + I^*$. Покажем, что u является центральным идемпотентом кольца R . Пусть $r \in R$, тогда

$rus = rh(s) = h(rs) = urs$ для $s \in I + I^*$. Значит, $(ru - ur) \cdot s = 0$ для всех $s \in I + I^*$. Из плотности идеала $I + I^*$ следует $ur = ru$. Далее, $u^2s = uh(s) = h(us) = us$, так как $us \in I$. Действительно, из $us \in I$ следует, что $\exists s_1 \in I, \exists s_2 \in I, (s = s_1 + s_2)$. Значит, $us = u(s_1 + s_2) = us_1$. Из определения отображения h следует $ub = b$. По условию $eaRb = 0$. Значит, $ea \in I^*$. Следовательно, $u \cdot ea = 0$. Тогда $\llbracket [b = 0] \rrbracket \geq 1 - u, \llbracket [ea = 0] \rrbracket \geq u$. Значит, $\llbracket [b = 0] \rrbracket \vee \llbracket [ea = 0] \rrbracket = 1$ (*). Проверим соотношение $e \llbracket [ea = 0] \rrbracket = e \llbracket [a = 0] \rrbracket$. Действительно, по определению оценки $\llbracket [\cdot] \rrbracket$ и из пучковости кольца R имеем: $\llbracket [ea = 0] \rrbracket \cdot ea = 0, \llbracket [a = 0] \rrbracket \cdot a = 0$. Отсюда получим $e \cdot \llbracket [ea = 0] \rrbracket \leq \llbracket [a = 0] \rrbracket, e \cdot \llbracket [ea = 0] \rrbracket \leq e \cdot \llbracket [a = 0] \rrbracket$. Очевидно, что $\llbracket [a = 0] \rrbracket \leq \llbracket [ea = 0] \rrbracket$. Значит, $e \cdot \llbracket [ea = 0] \rrbracket = e \cdot \llbracket [a = 0] \rrbracket$. Соотношение (*) умножим на e . Имеем $e \cdot (\llbracket [b = 0] \rrbracket \vee \llbracket [ea = 0] \rrbracket) = e, e \cdot \llbracket [b = 0] \rrbracket \vee e \cdot \llbracket [ea = 0] \rrbracket = e, e \cdot \llbracket [b = 0] \rrbracket \leq e \cdot \llbracket [a = 0] \rrbracket = e, \llbracket [a = 0] \rrbracket \vee \llbracket [b = 0] \rrbracket \geq e$. Теорема доказана.

Поскольку все известные теоремы о первичных кольцах могут быть доказаны в ZFC, то их булевы оценки равны 1_B . Данное обстоятельство позволяет в силу доказанной теоремы переносить некоторые результаты о первичных кольцах на полупервичные рационально полные кольца. Здесь приведем лишь простое следствие.

Следствие 1. Хорновы теории классов полупервичных рационально полных колец и первичных колец совпадают.

Заключение

Все вышесказанное без изменений переносится на случай, если язык колец расширить новыми предикатными и функциональными символами. Известно, что любое строго гармоничное кольцо можно представить соответствующим пучком ассоциативных колец с единицей над булевым пространством. Слоями данного пучка являются локальные кольца. Следовательно, все $\forall \exists$ -хорновы свойства класса локальных колец истинны в классе строго гармоничных колец.

Литература

1. Любецкий В.А. Оценки и пучки. О некоторых вопросах нестандартного анализа // УМН. 1989. Т.44 Вып. 4(28). С. 99-153.
2. Ламбек И. Кольца и модули. М.: Мир, 1971. 279 с.
3. Антонов В.И. Структурный пучок и булевы оценки решеточно упорядоченных групп // Вестник Бурятского государственного университета. 2012. Вып. 2. С. 75-82.
4. Ozawa M. A classification of type AW*-algebras and boolean valued analysis. J. Math. Soc. Japan. 1994. V.36, №4. P. 588-608.
5. Takeuti G., Zaring W.M. Axiomatic set theory. Berlin a.o.Springer. 1973.

Антонов Вячеслав Иосифович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и математического анализа Бурятского государственного университета, e-mail:antonov_vi_52@mail.ru

Antonov Vyacheslav Iosifovich, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, algebra and mathematical analysis department.

УДК 512.554.5

© А.В. Бадеев

**БАЗИС СВОБОДНОЙ АЛГЕБРЫ
МНОГООБРАЗИЯ РАЗРЕШИМЫХ КОММУТАТИВНЫХ АЛЬТЕРНАТИВНЫХ АЛГЕБР**

В этой работе изучается многообразие D коммутативных альтернативных ниль-алгебр A индекса 3 с соотношением $(A^2)^3 = 0$. Построен базис пространства полилинейных многочленов свободной алгебры $F(D)$.

Ключевые слова: альтернативная алгебра, многообразие алгебр, базис свободной алгебры.

A.V. Badeev

A BASIS OF FREE ALGEBRA
OF THE VARIETY OF COMMUTATIVE ALTERNATIVE ALGEBRAS

In this paper the variety D of commutative alternative nil-algebras A of index 3 is studied with ratio $(A^2)^3 = 0$. A basis of the polylinear polynomials space in the free algebra $F(D)$ has been built.

Keywords: alternative algebra, variety of algebras, basis of free algebra.

Введение

Автором ранее изучались вопросы конечной базирюемости тождеств многообразия коммутативных альтернативных алгебр A над полем характеристики 3 с соотношением $(A^2)^k = (A^m)^3 = 0$. В этой работе более детальному изучению подвергается частный класс при $k=3, m=2$, построен базис его свободной алгебры. Для этого строится вспомогательный пример алгебры порождающей многообразия D . Построен базис свободной алгебры центрально-метабелевого многообразия, т.е. многообразия заданного соотношением $((A^2)^2) \cdot A = 0$. Затем построен базис полилинейной части свободной алгебры многообразия D (теорема).

1. Вспомогательная алгебра A

Построение вспомогательной алгебры $A \in D$ проведём с помощью конечномерной супералгебры.

Положим, $E_0 = \{a, b\}$, $E_1 = \{x, ax, bx\}$, $E = E_0 \cup E_1$, $B = \Phi(E_0) + \Phi(E_1)$. Суперкоммутативное умножение на базисных элементах: $a \cdot a = b$, $a \cdot x = ax$, $b \cdot x = ax \cdot a = bx$, $ax \cdot x = a$, $bx \cdot x = -b$. Остальные произведения полагаем нулевыми.

Легко видеть, что $B \setminus B^2 = \Phi\{x\}$, $B^2 \setminus B^{(2)} = \Phi\{a, ax\}$, $B^{(2)} = \Phi\{b, bx\}$, $(B^2)^3 = 0$.

Утверждение. B – коммутативная альтернативная супералгебра. Грассманова оболочка $A = G(B)$ – коммутативная альтернативная ниль-алгебра индекса 3 с соотношением $(A^2)^3 = 0$.

2. Базис свободной метабелевой и центрально-метабелевой алгебр

Положим $M \subseteq D$ – многообразие метабелевых алгебр, т.е. алгебр A с соотношением $(A^2)^2 = 0$.

Лемма 1. Пусть $F = F(M)$ – свободная алгебра многообразия M метабелевых алгебр. Тогда множество полилинейных одночленов вида

$$x_j x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_{n-1}}, i_1 < i_2 < \dots < i_{n-1}, j > i_1$$

образуют базис пространства $U(F)$.

Пусть $F = F(D)$ – свободная алгебра многообразия D с множеством свободных порождающих $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$.

Тождество центральной метабелевости имеет вид $[(x_1 x_2)(x_3 x_4)]x_5 = 0$.

Пусть A – свободная алгебра от множества порождающих X , I – идеал A . Обозначим через $P(I)$ пространство полилинейных многочленов алгебры A , содержащихся в идеале I , $P_n(I) \subseteq P(I)$ – подпространство полилинейных многочленов от множества порождающих X_n длины n .

Обозначим, $Z_n = \{1, 2, \dots, n\}, n \geq 4$, $\varphi_{i,j} = x'_1 \dots x'_{i_{n-4}}$ – операторное слово длины $n - 4$, где $\{i_1, \dots, i_{n-4}\} = Z_n \setminus \{1, 2, i, j\}, i_1 < \dots < i_{n-4}$.

Лемма 2.

1. Базис пространства $P_n(F^{(2)}(C))$ при $n = 4t$ или $n = 4t + 3$ составляют полилинейные одночлены вида

а) $x_1 x_i \varphi_{i,j}(x_2 x_j), 2 < i < j,$

б) $x_1 x_i \varphi_{i,3}(x_2 x_3), i > 3,$

2. При $n = 4t + 1$ или $n = 4t + 2$ базис составляют элементы типа а) и б) и полилинейный одночлен

в) $x_1 x_5 \varphi_{5,4}(x_2 x_4).$

3. Базис свободной алгебры $F(D)$

Положим $F_0^{(2)} = F^{(2)}$, и далее по индукции $F_{p+1}^{(2)} = F_p^{(2)} \cdot F$. Будем считать, что множеством свободных порождающих алгебры $F / F_p^{(2)}$ служит X . Заметим тогда, что $P(F^{(2)}) = \bigoplus_{p=0}^{\infty} P(F_p^{(2)} / F_{p+1}^{(2)})$.

В этом пункте мы построим базис каждого из пространств $P(F_p^{(2)} / F_{p+1}^{(2)})$. Ясно, что $F_0^{(2)} / F_1^{(2)} = F^{(2)}(C)$.

Положим, H_n – система элементов а) – в) из леммы 2, т.е. система базисных элементов пространства $P_n(F_0^{(2)} / F_1^{(2)})$.

Обозначим, $\xi_{n,p} = x'_{n-p+1} \dots x'_n$ – операторное слово длины p , $e_n = x_1 x_5 \varphi_{5,4} \cdot x_2 x_4 \in H_n$, $e_{n,p} = e_{n-p} \xi_{n,p}$, $H'_n = \{x_1 x_4 \varphi_{4,j} \cdot x_2 x_j \in H_n\}$.

Действие перестановок симметрической группы на пространстве многочленов длины n определим стандартным образом.

Основным результатом является следующее утверждение.

Теорема. Базис пространства $P_n(F_p^{(2)} / F_{p+1}^{(2)})$, где $1 \leq p \leq n-4$, составляют элементы следующей системы (обозначим эту систему $E_{n,p}$):

1) $H_{n,p} = \{b \xi_{n,p} \mid b \in H_{n,p}\},$

2) $H'_{n,p}(1k) = \{b(1k) \mid b \in H'_{n,p}\},$ где $k=n-p+1,$

3) $e_{n,p}(1i)(2j)$ для всех $i, j \in \{1,2\} \cup Z_{n,p}, i < j, \{i, j\} \neq \{1,2\}.$

Для фиксированных n, p назовем *правильными* числа множества $\{1,2\} \cup Z_{n,p}$, *регулярными* – остальные числа Z_n . Переменные из $X_n = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ с правильными (регулярными) индексами назовем также *правильными* (регулярными).

Элементы системы $\bigcup_{\substack{i,j\text{-прав.}, \\ i < j}} H_{n,p}(1i)(2j)$ порождают пространство $P_{n,p}(F_p^{(2)} / F_{p+1}^{(2)})$.

Система $E_{n,1}$ линейно независима и порождает $P_n(F_1 / F_2)$. Доказательство теоремы в общем случае проведём индукцией по p . Для $p=1$ теорема верна. Предположим, что для $p>1$ и произвольного n такого, что $p \leq n-4$, система $E_{n-1,p-1}$ является базисом пространства $P_{n-1,p-1}$. Покажем, что $E_{n,p}$ является базисом пространства $P_{n,p}$.

Заметим, что по определению $E_{n,p}$ для $p > 1$

$$E_{n,p} = \bigcup_{\substack{r\text{-прав.}, \\ r < n}} \{e_{n,p}(1r)(2n)\} \cup E_{n-1,p-1} x_n.$$

Проверив соотношение $\Phi(\bigcup_{\substack{i,j\text{-прав.}, \\ i < j}} H_{n,p}(1i)(2j)) \subseteq \Phi(E_{n,p})$, покажем, что система $E_{n,p}$ порождает $P_{n,p}$.

По индуктивному предположению $E_{n-1,p-1}$ порождает $P_{n-1,p-1}$. Следовательно, при $j \neq n, i < j$

$$\Phi(H_{n,p}(1i)(2j)) = \Phi(H_{n-1,p-1} x_n(1i)(2j)) =$$

$$= \Phi(H_{n-1,p-1}(1i)(2j)x_n) \subseteq \Phi(E_{n-1,p-1}x_n) \subseteq \Phi(E_{n,p}).$$

Осталось показать, что для правильных $r < n$

$$\Phi(H_{n,p}(1r)(2n)) \subseteq \Phi(E_{n,p}).$$

Перерабатывая следующие одночлены, получаем для ξ

$$(x_1x_ix\varphi' \cdot yx)\xi y = \pm(x_1x_ix\varphi' \cdot yx)y\xi = 0, \\ (xyu\varphi'' \cdot x_2x_4)\xi x = \pm(xyu\varphi'' \cdot x_2x_4)x\xi = 0.$$

Линеаризовав оба соотношения по переменным x и y , получим для одночленов пространства $P_{n,p}$ соответственно

$$(x_1x_ix_4\varphi' \cdot x_2x_j)\xi x_4 + (x_1x_ix_j\varphi' \cdot x_2x_4)\xi x_n + g'\xi x_2 = 0, \\ (x_1x_ix_3\varphi'' \cdot x_2x_4)\xi x_n + (x_1x_3x_i\varphi'' \cdot x_2x_4)\xi x_n + g''\xi x_1 = 0,$$

где $g'\xi$ – многочлен от $X_n \setminus \{x_2\}$, $g''\xi$ – многочлен от $X_n \setminus \{x_1\}$.

Далее, положив $\xi = \xi_{n-1,p-1}$, запишем эти соотношения в виде

$$(x_1x_i\varphi_{i,j} \cdot x_2x_j)\xi_{n-1,p-1}x_n = \pm(x_1x_i\varphi_{4,i} \cdot x_2x_4)\xi_{n-1,p-1}x_n \pm g'\xi_{n-1,p-1}x_2, \\ (x_1x_i\varphi_{4,i} \cdot x_2x_4)\xi_{n-1,p-1}x_n = \pm(x_1x_3\varphi_{3,4} \cdot x_2x_4)\xi_{n-1,p-1}x_n \pm g''\xi_{n-1,p-1}x_1.$$

Отсюда, $(x_1x_i\varphi_{i,j} \cdot x_2x_j)\xi_{n-1,p-1}x_n = \pm(x_1x_3\varphi_{3,4} \cdot x_2x_4)\xi_{n-1,p-1}x_n \pm g'\xi_{n-1,p-1}x_2 \pm g''\xi_{n-1,p-1}x_1$.

Действуя на обе части последнего соотношения перестановкой $(1r)(2n)$, получим $(x_1x_i\varphi_{i,j} \cdot x_2x_j)\xi_{n-1,p-1}x_n(1r)(2n) \in$

$$\in \Phi(e_{n,p}(1r)(2n)) \oplus \Phi(H_{n,p}(2n)(1r)(2n)) \oplus \Phi(H_{n,p}(1n)(1r)(2n)) = \\ = \Phi(e_{n,p}(1r)(2n)) \oplus \Phi(H_{n,p}(1r)) \oplus \Phi(H_{n,p}(2r)) \subseteq \Phi(E_{n,p}).$$

Следовательно, для $r < n$

$$\Phi(H_{n,p}(1r)(2n)) \subseteq \Phi(\cup\{(x_1x_i\varphi_{i,j} \cdot x_2x_j)\xi_{n-1,p-1}x_n(1r)(2n)\}) \subseteq \Phi(E_{n,p}).$$

Это соотношение завершает доказательство требуемого. Т.е. система $E_{n,p}$ порождает пространство $P_{n,p}$.

Докажем линейную независимость системы $E_{n,p}$. Пусть f – линейная комбинация элементов системы $E_{n,p}$. Тогда

$$f = \sum_{\substack{i-\text{прав.}, \\ i < n}} \alpha_i(x_1x_3\varphi_{3,4} \cdot x_2x_4)\xi_{n,p}\sigma_{in} + f'x_n,$$

где f' – линейная комбинация элементов системы $E_{n-1,p-1}$. Рассмотрим в многообразии D_p соотношение $f = 0$.

Специализации $x_i \rightarrow xy, x_n \rightarrow zt$ для каждого правильного $i < n$ приводят к тождествам $\alpha_i(x_1x_3\varphi_{3,4} \cdot ztx_4)\xi_{n,p}\sigma_{in} = 0$.

Эти соотношения выполняются в алгебре $A \in D$ только в случае $\alpha_i = 0$. Таким образом, коэффициенты $\alpha_i = 0$ и тогда $f = f'x_n = 0$ в многообразии D_p . Это равносильно соотношению $f' = 0$ в многообразии D_{p-1} . По индуктивному предположению система $E_{n-1,p-1}$ линейно независима, следовательно, f' , а значит, и f тривиальны. Таким образом, линейная независимость системы $E_{n,p}$ доказана.

Заключение

В теореме указан базис свободной алгебры D многообразия коммутативных альтернативных алгебр над полем характеристики 3. Доказательство проведено с помощью редукции к базису свободной алгебры S многообразия центрально-метабелевых алгебр.

Литература

1. Кольца, близкие к ассоциативным / К.А. Жевлаков, А.М. Слинько, И.П. Шестаков, А.И. Ширшов. М., Наука, 1978.

2. Пчелинцев С.В. Разрешимые индекса 2 многообразия алгебр // Матем. сб. 1981. №115. С. 179-203.
3. Шестаков И.П. Супералгебры и контрпримеры // Сиб. матем. журн. 1991. №6. С. 32.

Бадеев Александр Валерьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информационных технологий Бурятского государственного университета, e-mail: badeev@mail.ru, тел. 8(9025)655834.

Badeev Aleksander Valerevich, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, information technology department, Buryat State University, e-mail: badeev@mail.ru, tel. 8(9025)655834.

2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА ДАННЫХ

УДК 004.932

© Ю.В. Авраменко, Р.К. Фёдоров

WPS-СЕРВИСЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, номер гранта 14-07-00166.

В статье рассказывается о реализации инструментов обработки данных дистанционного зондирования Земли в виде WPS-сервисов.

Ключевые слова: SRTM, NDVI, ДЗЗ, OGC, WPS, геопортал.

Yu.V. Avramenko, R.K. Fedorov

WPS SERVICES FOR THE EARTH REMOTE SENSING DATA PROCESSING

The article tells about the implementation of the Earth geospatial data processing tools as WPS services.

Keywords: SRTM, NDVI, OGC, DZZ, WPS, geportal.

Введение

В настоящее время методы дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) являются одним из важнейших инструментов исследования природных и природно-техногенных объектов и явлений. Часто данные ДЗЗ являются единственным источником независимой объективной и регулярной информации, особенно на территории Сибири. В последние годы в области создания и развития средств и технологий ДЗЗ наблюдается стремительный прогресс. С каждым годом растет число спутников, позволяющих получать изображения высокого (1-10 м) и сверхвысокого (1 м и лучше) пространственного разрешения [1]. При решении целого спектра задач (определение породного состава лесов, выявление антропогенного воздействия на природные экосистемы на различных стадиях освоения территории, контроль деятельности лесозаготовителей, оценка состояния местообитаний редких животных и др.) эти данные являются незаменимыми. Однако существенным препятствием на пути их широкого распространения является сложность поиска и применения подходящего инструментария для автоматизированного анализа и интерпретации.

Реализация WPS-сервисов

В ИДСТУ СО РАН для поддержки комплексных междисциплинарных научных исследований ведется разработка геоинформационного портала. Одной из функций геопортала является возможность проведения анализа и обработки данных с помощью сервисов, разработанных в соответствии со стандартом Web Processing Service (WPS) [2]. WPS – это стандарт для Web-сервисов, реализующих пространственную обработку растровых и векторных данных, а также доступ к пакетам геомоделирования, инструментам статистики и обработки через Интернет. В рамках геопортала разрабатывается набор сервисов анализа и обработки данных дистанционного зондирования Земли. Реализация в виде сервисов позволяет значительно упростить получение результата за счет интеграции данных и сервисов.

В феврале 2000г. производилась радарная топографическая съемка большей части территории земного шара, а также океанов, собранно огромное количество информации о рельефе Земли, ее обработка продолжается до сих пор. Но определенное количество информации уже доступно пользователям. Данные SRTM (Shuttle Radar Topographic Mission) [3] доступны бесплатно. Исходные данные распространяются квадратами размером 1x1 градус. Название квадрата данных соответствует координатам его левого нижнего угла. Например: файл данных с именем N45E136 соответствует территории 45 гр. с.ш.136 гр.в.д.

Применяется SRTM во многих задачах, в частности для вычисления уклона (англ. – slope)[4] и экспозиции (англ. – aspect). Уклон представляет скорость изменения высоты для каждой ячейки

цифровой модели рельефа DEM (Digital Elevation Model). Экспозиция устанавливает направление уклона максимальной скорости изменения значений от каждой ячейки до соседних.

Использование данных SRTM обычно производится в следующей последовательности действий: определение названий требуемых файлов данных, загрузка и подготовка данных к обработке (склеить, обрезать, представить в виде одного файла и т.д.), обработка данных инструментами геоинформационных систем (ГИС). При этом единицы измерения высот (метры) отличаются от единиц измерения системы координат (градусы). Инструменты построения карты уклонов рассчитаны на использование одних и тех же единиц измерения координат и высот. Поэтому их применение дает не корректный результат. Пользователю требуется произвести изменение системы координат. Процесс получения карты уклонов занимает значительное время.

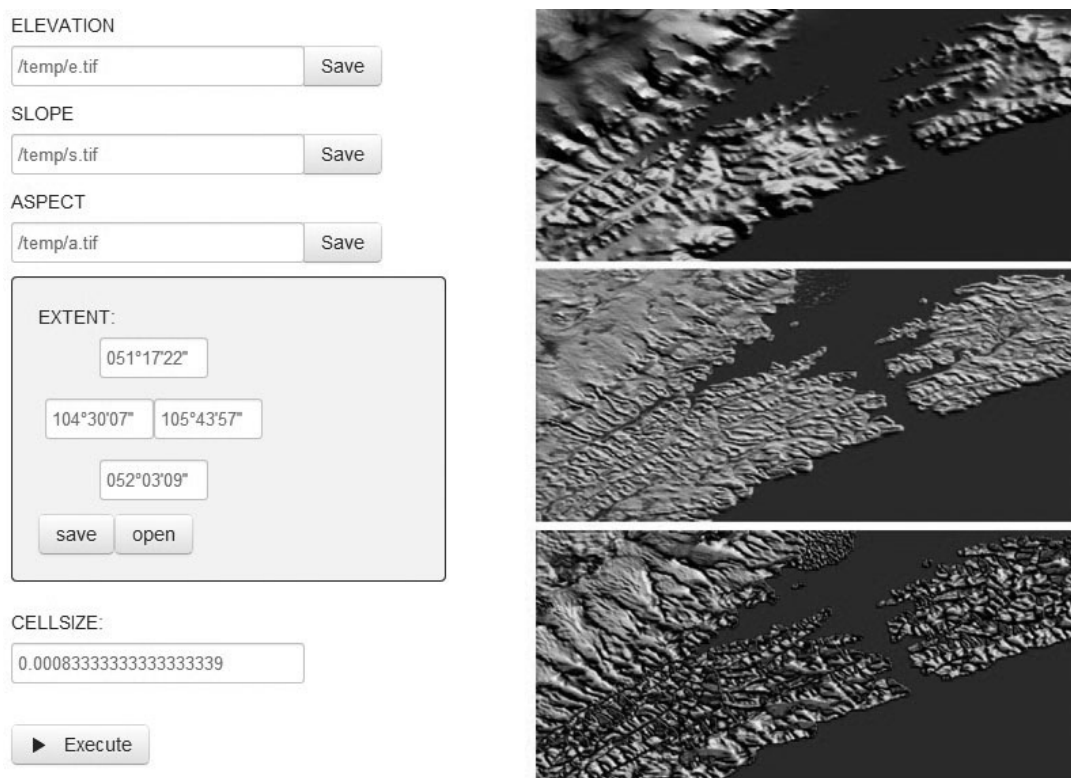


Рис. 1. Слева интерфейс сервиса, справа результат работы сверху вниз: исходные данные, уклон, экспозиция)

Для автоматизации обработки SRTM-данных реализован WPS-сервис, который позволяет сократить временные затраты, связанные с выполнением одних и тех же повторяющихся действий. Перед применением сервиса для расчета уклона и экспозиции необходимо задать входные параметры: extent – прямоугольная область на карте, задающая результат, elevation – имя выходного растра, slope – имя выходного растра уклонов, aspect – имя выходного растра направлений уклонов, cell_size – размер ячейки (масштаб) результирующего растра. Размер и положение прямоугольной области определяются через взаимодействие с интерактивной картой, пользователь с помощью инструмента gectangle (рамка) выделяет интересующую область. Далее пользователь запускает выполнение сервиса. Все последующие вычисления происходят без участия пользователя, а именно: поиск соответствующих области файлов исходных данных, производится их склеивание и обрезание (формирование входного растра), перерасчет масштаба в соответствии с заданным пользователем, обработка входного растра инструментами уклон и экспозиция. Исходные SRTM данные хранятся в системе хранения данных. Когда сервис завершит вычисления, пользователь получает три выходных файла в формате geotiff в системе координат WGS84: выходной растр, растр уклонов, растр направлений уклонов. Эти файлы сохраняются на сервере по пути, указанному пользователем. На рисунке 1 показано как выглядит сервис уклон/направление уклона и представлен результат работы сервиса.

Разработан WPS-сервис NDVI [5], работа с которым происходит следующим образом. Пользователь указывает расположение исходных файлов и путь, по которому будет сохранен результирующий файл. Выходной файл содержит в себе значения NDVI в диапазоне $[-1,1]$, по желанию можно изменить диапазон выходных значений на диапазон $[0,255]$, что удобно для представления в градациях серого, или диапазон $[0,200]$ что подходит для формирования карты цветов. На рисунке 2 показано, как выглядит интерфейс запуска WPS-сервиса NDVI.

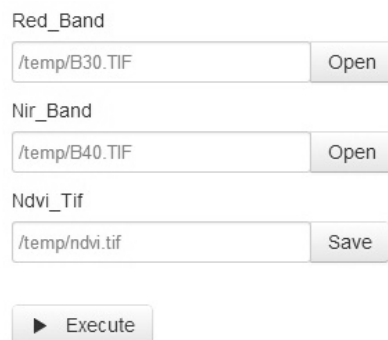


Рис. 2. Интерфейс запуска сервиса NDVI

Разработаны сервисы, реализующие операции картографической алгебры, позволяющие сложение/вычитание, умножение/деление растровых данных в формате geotiff. Данные операции позволяют выполнять различные методики, в частности, получение изменений между двумя geotiff файлами с помощью операции вычитания, различные свертки набора geotiff файлов и т.д.

В скором времени планируется разработка сервиса по обнаружению ледникового покрова на растровых изображениях формата: jpeg, bmp, geotiff. Данный сервис находится в заключительной стадии тестирования и работает следующим образом. На вход подается растровое изображение, пользователь с помощью инструмента эллипс выделяет на изображении несколько образцов текстуры ледника. Образцы текстуры выполняют роль входных параметров для процедуры поиска. Необходимость указывать текстуры обусловлена тем, что снимки местности могут быть получены при различных условиях. В местах перехода поверхности с ледяным покровом в поверхность с земляным покровом не ясно как точно провести границу между этими поверхностями. На выходе пользователь получает исходное изображение с выделенными областями ледяного покрова. На рисунке 3 показан результат поиска ледяного покрова на растровом изображении.

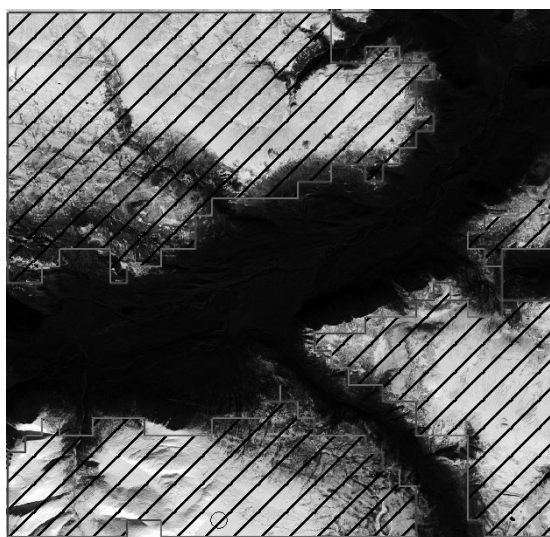


Рис.3. Результат работы сервиса обнаружения ледникового покрова, поверхность с ледяным покровом обозначена штриховыми линиями

Заключение

В дальнейшем каталог WPS-сервисов может выступать как общедоступная база сервисов, решающих задачи разных предметных областей. Реализация данных сервисов позволяет пользователям не заботиться об установке специализированных программных средств, автоматизирует выполнение анализа, обеспечивает удаленный доступ к данным.

Литература

1. Болсуновский М.Л., Дворкин Б.А. Развитие систем ДЗЗ и информационно-аналитического обеспечения данными космической съемки: ближайшие перспективы // Геоинформатика. 2010. № 4. С. 11-17.
2. OGC 05-007r7, OpenGIS® Web Processing Service / ред. Peter Schut [Open Geospatial Consortium, Inc., 2007]. URL: <http://www.opengeospatial.org/standards/wps> (дата обращения: 19.05.2014).
3. Farr T.G. et al. The Shuttle Radar Topography Mission, Rev. Geophys., 2007.
4. Burrough P.A. and McDonell R.A. Principles of Geographical Information Systems. New York: Oxford University Press, 1998. 190 p.
5. Huete A., Justice C. van Leeuwen W. Modus Vegetation Index (MOD13). Algorithm theoretical basic document. April. Verion 3. 1999.

Авраменко Юрий Владимирович, аспирант ИДСТУ СО РАН, тел. (3952) 453112, e-mail: avramenko@icc.ru

Фёдоров Роман Константинович, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник ИДСТУ СО РАН, тел. (3952) 453108, e-mail: fedorov@icc.ru

Avramenko Yury Vladimirovich, postgraduate student, ISDCT SB RAS, tel. (3952) 453112, e-mail: avramenko@icc.ru

Fedorov Roman Konstantinovich, candidate of technical sciences, senior researcher, ISDCT SB RAS, tel. (3952) 453108, e-mail: fedorov@icc.ru

УДК 66.638.912

© В. Д. Анахин

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ФОРМУЛ СКОРОСТИ И МЕТОДОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗДЕЛИТЕЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Разработаны математические модели процессов для разделения мономинеральных и полидисперсных смесей по коэффициенту трения, форме или размеру частиц на основе скоростной гипотезы. Предложен ряд формул скорости для расчета параметров процесса при гармонических колебаниях. Подход к анализу процесса приводит к аргументированным выводам и правильности выбора метода познания закономерностей.

Ключевые слова: *параметры колебаний и дизайна устройства, теоретические формулы скорости для расчета разделительных процессов, механические свойства частиц.*

V. D. Anakhin

A SYSTEM OF EQUATIONS FOR VELOCITY ESTIMATION AND METHODS OF IDENTIFICATION OF SEPARATION PARAMETERS

This paper discusses the mathematical models for separating processes of monomineral and polydisperse mixtures by frequency coefficient, form and size of particles on the basis of velocity hypothesis. A set of velocity formulas has been proposed for estimation the parameters of the process at harmonic oscillations. The approach to the analysis of the process draws to reasoned conclusions and correct choice of the method of regularities cognition.

Keywords: *parameters of oscillations and design of composition, theoretical velocity formulas for separation processes estimation, mechanical properties of particles.*

1. Аналитические выражения

Дифференциальные уравнения движения частиц по деке аппарата при воздействии гармонических колебаний имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= -g \sin \alpha + A \omega^2 \cos \beta \sin \omega t \\ \ddot{Y} &= -g (\cos \alpha - A \omega^2 \sin \beta \sin \omega t) \cos \varepsilon, \\ \ddot{Z} &= -g (\cos \alpha + A \omega^2 \sin \beta \sin \omega t) \sin \varepsilon \end{aligned} \quad (1)$$

где α – угол продольного деки, A – амплитуда колебаний, ω – круговая частота колебаний, β – угол колебаний, ε – угол поперечного наклона деки. Интегрируя уравнения (1) получим перемещение и скорости частиц, учитывая по Ньютону, $\dot{Y}_{out} = -R \dot{Y}_{on}$, $\dot{X}_{out} = (1 - \lambda) \dot{X}_{on}$, где λ – коэффициент мгновенного трения, R – коэффициент упругости. Тогда получим:

$$S_x = \left(\frac{2\pi p}{\omega} \right)^2 g \left[\frac{\cos(\alpha + \beta)}{2 \sin \alpha} - \frac{1 - \lambda}{\lambda} \sin \alpha - \frac{R \cos \alpha}{R + 1 \tan \beta} \right] \quad (2)$$

$$S_z = 2 \left(\frac{\pi p}{\omega} \right)^2 g \cos \alpha \sin \varepsilon \left(\frac{2 - \lambda}{\lambda} - \frac{1 - R}{1 + R} \right) \quad (3)$$

$$V_x = \frac{S_x \omega}{2\pi p} = \frac{\pi p g}{\omega} \left(\frac{1 - R}{1 + R} \cot \beta \cos \alpha - \frac{2 - \lambda}{\lambda} \sin \alpha \right) \quad (4)$$

$$V_z = \frac{S_z \omega}{2\pi p} = \frac{\pi p g}{\omega} \left(\frac{2 - \lambda}{\lambda} - \frac{1 - R}{1 + R} \right) \cos \alpha \sin \varepsilon \quad (5)$$

Принимая, что $P = \frac{\omega_0}{\pi} \frac{1 + R}{1 - R}$, где $\omega_0 = \frac{A \omega^2 \sin \beta}{g \cos \alpha}$, получим формулы скорости частиц в направлении оси OX и OZ в виде

$$V_x = A \omega \left(\cos \beta - \frac{\sin \beta \tan \alpha}{q} \right) \quad (6)$$

$$V_z = A \omega \sin \beta \sin \varepsilon \left(\frac{1}{q} - q \right) \quad (7)$$

где $q = \frac{\lambda}{2 - \lambda} \frac{1 - R}{1 + R}$ – параметр сепарации, зависящий от размера, формы и коэффициента трения частиц. Траектория частиц рассчитывается по формуле

$$\frac{dZ}{dX} = \frac{V_z}{V_x} = \tan \psi = \frac{(1 - q) \sin \varepsilon}{q \cot \beta - \tan \alpha} \quad (8)$$

Формула расчета разделяющей способности аппарата имеет вид

$$D_\psi = \frac{d\psi}{dq} = \frac{d}{dq} \left[\arctan \frac{(1 - q) \sin \varepsilon}{q \cot \beta - \tan \alpha} \right] \quad (9)$$

или

$$D_\psi = \sin \varepsilon \frac{\cot \beta - \tan \alpha}{(q \cot \beta - \tan \alpha)^2 + (1 - q)^2 \sin^2 \varepsilon} \quad (10)$$

Разделительный параметр представлен в виде

$$q = q_0 \frac{\tan \alpha \cot \beta + \sin^2 \varepsilon}{\cot^2 \beta + \sin^2 \varepsilon} \quad (11)$$

Примем, что поперечный наклон деки равен нулю, тогда (11) примет вид

$$\alpha_0 = \arctan (q_0 \cot \beta) \quad (12)$$

α_0 – угол сепарации.

Если угол продольного наклона деки равен углу сепарации $\alpha_0 = \alpha$, тогда частицы с $q_1 > q_0$ перемещаются вверх, а частицы с $q_1 < q_0$ – вниз, где q_1 и q_2 – параметры двух частиц. Уравнение (10) может быть решено для случая максимума разделяющей способности для параметра q_0 :

$$D_{\psi \max} = \frac{\cot^2 \beta + \sin^2 \varepsilon}{(\cot \beta - \tan \varepsilon) \sin \varepsilon} \quad (13)$$

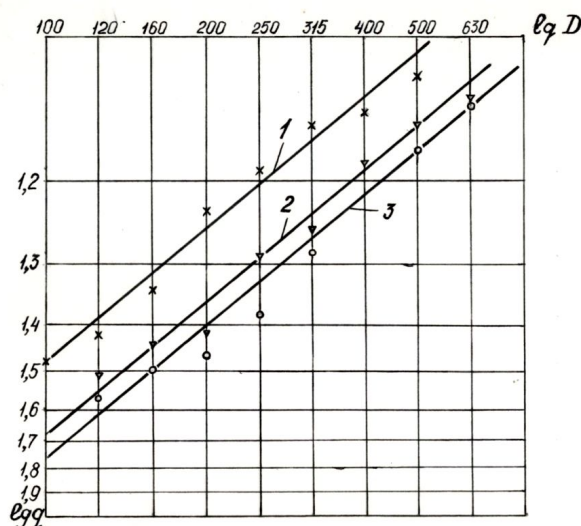


Рис. 1. Параметр $q = f(D)$ для покрытий дек: алюминий (1), резина (2,3) для формы частиц: плоские (1,2), изометрические (3)

Заключение

Основными параметрами, определяющими режимы разделения, являются свойства продукта (форма и размеры частиц, коэффициент трения).

1. Параметры, которые могут регулироваться в процессе работы, следующие: угол наклона дек (продольный и поперечный), амплитуда и частота колебаний, производительность.

2. Тип нарифления, материал покрытия, форма деки не относятся к регулируемым, хотя они выбираются в соответствии со свойствами разделяемого продукта, но не могут изменяться оператором по ходу ведения процесса.

3. Диапазон крупности разделяемых частиц составляет 2 – 0,02 мм. Важное значение имеет форма частиц (шарообразная, угловатая, пластинчатая и др.).

Владимир Дмитриевич Анахин, доктор технических наук, профессор кафедры машиноведения Бурятского государственного университета, e-mail: anakhin@mail.ru

Vladimir Dmitrievich Anakhin, doctor of technical sciences, professor, department of engineering mechanics, Buryat State University, e-mail: anakhin@mail.ru

УДК 517.98

© С.Г. Баргуев, А.Д. Миждон

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ С МАССОЙ И УПРУГО ЗАКРЕПЛЕННЫМ КОНЦОМ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 12-08-00309 а

В статье рассматриваются вынужденные колебания консольной балки с массой и упруго закрепленным концом. Уравнение движения балки записывается в безразмерном виде. Решение уравнения понимается в обобщенном смысле и опирается на решение краевой задачи с дельта-функцией Дирака в правой части.

Ключевые слова: консольная балка, вынужденные колебания, масса, упруго-закрепленный конец, краевая задача, обобщенное решение.

S.G. Barguev, A.D. Mizhidon

FORCED OSCILLATIONS OF CANTILEVER BEAM WITH A MASS AND ELASTICALLY FIXED END

The article deals with the forced vibrations of cantilever beam with a mass and elastically fixed end. The equation of the motion of the beam is written in dimensionless form. The solution of the equation is understood in the generalized sense and is based on the solution of the boundary value problem with the Dirac delta function on the right side.

Key words: cantilever beam, forced oscillations, mass, elastically fixed end, boundary value problem, generalized solution.

Введение

В работе исследуются вынужденные колебания консольной балки Эйлера-Бернулли с массой и с упруго закрепленным концом с применением техники обобщенных функций. Данная модель рассматривалась в работе [1], где применялся подход, связанный с разложением решения задачи в ряд Фурье по собственным функциям консольной балки без нагрузки и ограничений в виде упругого закрепления, то есть один из концов балки закреплен жестко, а другой свободен.

Модель

Рассмотрим консольную балку (рис.1) с массой и упруго закрепленным концом. Левый конец стержня жестко закреплен, а правый – упруго. Перемещения точек балки описываются функцией $u(x, t)$.

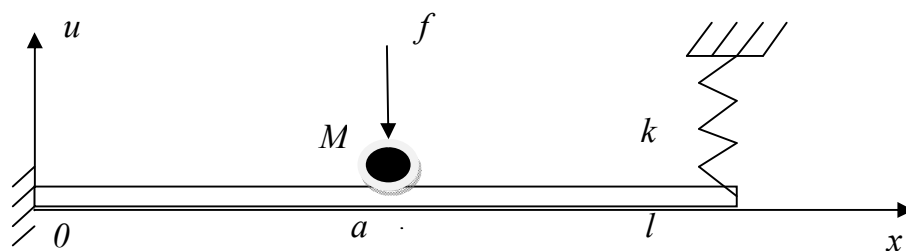


Рис.1. Консольная балка с массой и упругим закреплением на конце

В точке a действует вынуждающая сила $f(t) = m_0 e \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$, где m_0 – масса несбалансированного тела, вращающегося относительно некоторой оси, а e – эксцентриситет этой массы, то есть расстояние от центра масс тела до оси вращения. Балка имеет объемную плотность ρ , площадь поперечного сечения F , модуль упругости первого рода E , момент инерции J поперечного сечения относительно нейтральной оси, перпендикулярной плоскости колебаний балки, масса на конце балки M , коэффициент жесткости пружины на конце k .

Можно показать, что дифференциальное уравнение в частных производных, описывающее движение рассматриваемой механической системы, имеет вид:

$$\begin{aligned} (\rho F + M \delta(x-a)) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) + EJ \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}(x,t) = \\ = f(t) \delta(x-a) \end{aligned} \quad (1)$$

На $u(x,t)$ наложены краевые условия:

$$\begin{aligned} u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = 0 \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(l,t) = 0, \quad EJ \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(l,t) = ku(x,t) \end{aligned} \quad (2)$$

Положим: $u(x,t) = V(x) \sin(\omega t + \varphi)$

$$\text{Тогда } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\omega^2 V(x) \sin(\omega t + \varphi), \quad \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \frac{\partial^4 V}{\partial x^4} \sin(\omega t + \varphi)$$

Подставив в (1), получим:

$$(\rho F + M \delta(x-a))(-\omega^2 V(x)) + EJ \frac{\partial^4 V}{\partial x^4}(x) = m_0 e \omega^2 \delta(x-a)$$

или

$$-\omega^2 \rho F V(x) + EJ \frac{\partial^4 V}{\partial x^4}(x) = \omega^2 M V(x) \delta(x-a) + m_0 e \omega^2 \delta(x-a)$$

Разделим обе части последнего уравнения на ρF и, обозначив

$$b = \frac{EJ}{\rho F}, \quad \mu = \frac{M}{\rho Fl}, \quad m_b = \rho Fl \quad ,$$

получим

$$-\omega^2 V(x) + b \frac{\partial^4 V}{\partial x^4}(x) = \omega^2 \mu V(x) \delta(x-a) + \frac{m_0 e}{m_b} l \omega^2 \delta(x-a) \quad (3)$$

Запишем (3) в безразмерном виде. Для этого в качестве нормировки для амплитуды $V(x)$

примем длину $\frac{m_0 e}{m_b}$, а для координаты x и дельта-функции Дирака $\delta(x-a)$ примем длину l .

$$\text{Тогда } V(x) = \frac{m_0 e}{m_b} \tilde{V}(\tilde{x}), \quad x = l \tilde{x}, \quad \frac{\partial^4 V}{\partial x^4}(\tilde{x}) = \frac{m_0 e}{m_b} \frac{\tilde{V}''''(\tilde{x})}{l^4}, \quad \delta(x-a) = \frac{1}{l} \tilde{\delta}(\tilde{x} - \tilde{a}),$$

где $\tilde{V}(\tilde{x})$, \tilde{x} , $\tilde{\delta}(\tilde{x} - \tilde{a})$ – безразмерные амплитуда, координата и дельта-функция Дирака соответ-

ственно. Введем безразмерную частоту β по формуле $\beta^2 = \frac{\omega^2 m_b}{EJ} l^3 = \frac{\omega^2 \rho F}{EJ} l^4 = \frac{\omega^2 l^4}{b}$, $b = \frac{\omega^2 l^4}{\beta^2}$.

Подставив в (3), получим:

$$\begin{aligned} -\omega^2 \frac{m_0 e}{m_b} \tilde{V}(\tilde{x}) + \frac{\omega^2 l^4}{\beta^2} \frac{m_0 e}{m_b} \frac{\tilde{V}''''(\tilde{x})}{l^4} = \\ = \omega^2 \mu l \frac{m_0 e}{m_b} \tilde{V}(\tilde{x}) \frac{1}{l} \tilde{\delta}(\tilde{x} - \tilde{a}) + \frac{m_0 e}{m_b} l \omega^2 \frac{1}{l} \tilde{\delta}(\tilde{x} - \tilde{a}) \end{aligned}$$

Сократив на $\omega^2 \frac{m_0 e}{m_b}$, получим уравнение движения в безразмерном виде:

$$-\tilde{V}(\tilde{x}) + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^4 \tilde{V}(\tilde{x})}{\partial \tilde{x}^4} = \mu \tilde{V}(\tilde{x}) \delta(\tilde{x} - \tilde{a}) + \delta(\tilde{x} - \tilde{a}) \tag{4}$$

В силу краевых условий (2) также в безразмерном виде справедливо

$$\begin{aligned} \tilde{V}(0) = 0, \quad \tilde{V}'(0) = 0, \\ \tilde{V}''(1) = 0, \quad E\tilde{J}\tilde{V}'''(1) = \tilde{k}\tilde{V}(1) \end{aligned} \tag{5}$$

где $E = \frac{\omega^2 m_b}{l} \tilde{E}, J = l^4 \tilde{J}$

Для удобства перепишем дифференциальное уравнение (4) и краевые условия (5) в виде

$$-V(x) + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^4 V(x)}{\partial x^4} = \mu V(x) \delta(x - a) + \delta(x - a) \tag{6}$$

$$\begin{aligned} V(0) = 0, \quad V'(0) = 0, \\ V''(1) = 0, \quad EJ V'''(1) = kV(1) \end{aligned} \tag{7}$$

где будем считать все величины безразмерными.

Можно доказать, что обобщенное решение дифференциального уравнения (6) имеет вид

$$V(x) = \mu G(x - a)V(a) + G(x - a) \tag{8}$$

где функция $G(x)$ является решением краевой задачи

$$\begin{aligned} -G(x) + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^4 G(x)}{\partial x^4} = \delta(x), \\ G(-a) = 0, \quad G'(-a) = 0, \\ G''(1 - a) = 0, \quad EJG'''(1 - a) = kG(1 - a) \end{aligned} \tag{9}$$

Краевая задача (9) решается путем представления $G(x)$ в виде суммы обобщенного решения $G_0(x)$ однородного уравнения

$$-G(x) + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^4 G}{\partial x^4}(x) = 0$$

и фундаментального решения $G_*(x)$ неоднородного уравнения:

$$-G(x) + \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^4 G}{\partial x^4}(x) = \delta(x),$$

то есть

$$G(x) = G_0(x) + G_*(x),$$

где

$$\begin{aligned} G_0(x) &= c_1 S_1(qx) + c_2 S_2(qx) + c_3 S_3(qx) + c_4 S_4(qx). \\ S_1(qx) &= \frac{\cosh(qx) + \cos(qx)}{2}, \quad S_2(qx) = \frac{\sinh(qx) + \sin(qx)}{2}, \\ S_3(qx) &= \frac{\cosh(qx) - \cos(qx)}{2}, \quad S_4(qx) = \frac{\sinh(qx) - \sin(qx)}{2} \end{aligned}$$

– функции Крылова, c_1, c_2, c_3, c_4 – неизвестные постоянные. Частное решение $G_*(x)$ можно представить в следующем виде:

$$G_*(x) = \theta(x) q S_4(qx),$$

где $\theta(x)$ – функция Хэвисайда, $q = \sqrt{\beta}$.

Следует заметить, что величины $G(x-a)$, $V(a)$ зависят от безразмерной частоты β .

Поэтому безразмерная амплитуда $V(x)$ в выражении (8) также зависит от безразмерной частоты β .

Заключение

Таким образом, в работе описана математическая модель вынужденных колебаний консольной балки с массой и упруго закрепленным концом. Для анализа полученного дифференциального уравнения с участием дельта-функции был применена техника обобщенных функций, подразумевающая решение этого уравнения в обобщенном смысле. Обобщенное решение полученного дифференциального уравнения опирается на обобщенное решение соответствующей краевой задачи. Выписано выражение для амплитуд точек балки, зависящее от частоты приложенной вынуждающей силы.

Литература

1. Hamdan M.N. and Jurban B.A. Free and Forced Vibrations of Restrained Cantilever Beam Carrying a Concentrated Mass // JKAU: Eng.Sci. Vol. 3. P. 71-83 (1411 A.H./1991 a.D.)
2. Мижидон А.Д., Баргуев С.Г. О вынужденных колебаниях механической системы установленной на упругом стержне // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2004. №1. С. 32-34.
3. Баргуев С.Г., Мижидон А.Д. Способы расчета собственных колебаний одной механической системы и их сравнительный анализ // Вестник Бурятского государственного университета. 2005. Вып. 9. С. 192-200.
4. Баргуев С.Г., Мижидон А.Д. К исследованию вынужденных колебаний упругой механической системой каскадного типа // Вестник Бурятского государственного университета. 2008. Вып. 9. С. 151-155.
5. Мижидон А.Д., Баргуев С.Г., Лебедева Н.В. К исследованию виброзащитной системы с упругим основанием // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2009. №2(22). С. 13-20.
6. Баргуев С.Г., Мижидон А.Д. Определение собственных частот простейшей механической системы на упругом основании // Вестник Бурятского государственного университета. 2009. Вып. 9. С. 58-66.
7. Баргуев С.Г., Елтошкина Е.В., Мижидон А.Д., Цыцыренова М.Ж. Исследование возможности гашения колебаний масс, установленных на упругом стержне // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2010. №4(28). С.78-84.
8. Баргуев С.Г., Мижидон А.Д., Цыцыренова М.Ж. О пределах применимости классической схемы расчета собственных частот в виброзащитной системе с двумя защищаемыми объектами // Вестник Бурятского государственного университета. 2010. Вып. 9. С. 135-144.
9. Мижидон А.Д., Баргуев С.Г. О собственных колебаниях механической системы каскадного типа, установленной на упругом стержне // Вестник Восточно-Сибирского государственного технологического университета. 2010. № 1. С. 26-33
10. Мижидон А.Д., Баргуев С.Г. Краевая задача для одной гибридной системы дифференциальных уравнений // Вестник Бурятского государственного университета. 2013. Вып. 9. С. 130-137.

Баргуев Сергей Ганжурович (Гаврилович), кандидат физико-математических наук, доцент Бурятского филиала Сибирского университета телекоммуникаций и информатики, e-mail barguev@yandex.ru

Мижидон Арслан Дугарович, доктор технических наук, профессор Восточно-Сибирского университета технологии и управления, e-mail miarsdu@esstu.ru

Barguev Sergey Ganzhurovich (Gavriilovich), candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, Buryat branch of Siberian University of Telecommunication and Information.

Mizhidon Arsalan Dugarovich, doctor of technical sciences, professor, East-Siberian State University of Technology and Management.

УДК [574.4+631.43+631.6+626.8]:517.9

© А.В. Воротынцева

ПРИБЛИЖЕННАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА И ВЛАГИ В СИСТЕМЕ ПОЧВА-РАСТЕНИЕ С УЧЕТОМ БАЛАНСА ЭНЕРГИИ

Для задачи связанного переноса тепла и влаги в растительном покрове и почве с учетом баланса энергии формулируется сравнительно простая модель в алгебраических выражениях для потоков тепла и влаги, дефицита влажности воздуха как линейная комбинация этих величин для испарения со свободной поверхности воды и для испарения с поверхности почвы, лишенной растительности.

Ключевые слова: моделирование, система почва-растение, водный режим растений.

A.V. Vorotyntsev

APPROXIMATE MODEL OF MOISTURE AND HEAT TRANSFER IN SOIL-PLANT SYSTEM TAKING INTO ACCOUNT THE ENERGY BALANCE

For the problem of conjugate heat and moisture transfer in the plant cover and soil taking into account the energy balance a relatively simple model is formulated in algebraic expressions for fluxes of heat, moisture and air humidity deficit as a linear combination of these values for evaporation from free water surface and evaporation from soil surface devoid of plants.

Keywords: simulating; soil-plant system; water condition of plants.

Введение

Моделирование переноса тепла и влаги в системе почва-растение – одна из базовых задач описания функционирования агроценозов и их урожайности. Следуя [1], перенос тепла и влаги в статье описывается 4 подсистемами уравнений типа диффузии, связанными нелинейными алгебраическими соотношениями балансов тепла и массы, а также устьичной регуляции испарения растениями. Поскольку уравнения содержат многие трудно определяемые параметры, представляет практический интерес получение ряда приближенных моделей, полезных для оценки параметров моделей и их использования.

1. Модель переноса влаги и тепла в системе почва-растение

Приведем систему уравнений модели переноса, описанной в [2]. В слое $0 \leq x \leq H_l$ растительного покрова (РП) и в корнеобитаемом слое $-H_s \leq x \leq 0$ почвы рассматриваются две подсистемы уравнений (1)-(4) для температуры воздуха T_a , листьев T_l , концентрации водяного пара в межлиственном воздухе q_a , в устьичных полостях листьев q_l :

$$J_{Ta} = -c_p k_a \partial T_a / \partial x, \quad J_{qa} = -k_a \partial q_a / \partial x, \quad 0 \leq x \leq H_l; \tag{1}$$

$$c_p \partial T_a / \partial t = -\partial J_{Ta} / \partial x + f_{Tl}, \quad \partial q_a / \partial t = -\partial J_{qa} / \partial x + f_{ql}, \tag{2}$$

$$f_{Tl} = c_p D_T S_l (T_l - T_a) p_l, \quad f_{ql} = D_q S_l (q_l - q_a) p_l, \tag{3}$$

$$f_{Tl} + \chi f_{ql} = \partial R_l / \partial x; \tag{4}$$

и две подсистемы (5-7) для температуры T_s и водного потенциала $\psi_s < 0$ почвы:

$$J_{Ts} = -c_p k_{Ts} \partial T_s / \partial x, \quad J_{\psi s} = -k_{\psi s} \partial \psi_s / \partial x, \quad -H_s \leq x \leq 0 \tag{5}$$

$$c_s \partial T_s / \partial t = -\partial J_{Ts} / \partial x, \quad c_\psi \partial \psi_s / \partial t = -\partial J_{\psi s} / \partial x - f_{\psi s}, \tag{6}$$

$$f_{\psi s} = J_{ql} p_k + D_k S_k (\psi_s - \bar{\psi}_s) p_k; \tag{7}$$

с краевыми условиями:

$$J_{Ta} = c_p D_a (T_a - T_a^0), \quad J_{qa} = D_a (q_a - q_a^0), \quad x = H_l, \tag{8}$$

$$J_{Ta} = c_p D_{Ts} (T_s - T_a), \quad J_{qa} = D_{qs} (q_s - q_a), \quad x = 0, \tag{9}$$

$$J_{Ta} + \chi J_{qa} - J_{Ts} = R(0, t), \quad -J_{\psi s} + J_{qa} = Q(t), \quad x = 0, \tag{10}$$

$$T_s = T_s^0, \quad \psi_s = \psi_s^0, \quad x = -H_s. \quad (11)$$

Транспорт воды в растениях и испарение ими влаги J_{ql} (транспирация) регулируются водным потенциалом листьев ψ_l , их устьичным сопротивлением r_{st} и описывается нелинейными выражениями:

$$J_{ql} = \int_0^{H_1} f_{ql} dx, \quad J_{ql} = D'_k (\bar{\psi}_s - \psi_l), \quad \text{при } \psi_m < \psi_l < \bar{\psi}_s < 0, \quad (12)$$

$$\text{где } \bar{\psi}_s = \int_{-H_k}^0 \psi_s p_k dx, \quad \mu_l \equiv \psi_l / \psi_m, \quad 1/D_q = 1/D_T + r_{st}, \quad 1/D'_k = r_{kc} + 1/(D_k S_k), \quad (12)$$

$$r_{st} = r_{s0} (1 - \delta_l \mu_l) (1 - \mu_l)^{-1}, \quad 0 < \mu_l < 1, \quad \delta_l > 0; \quad \bar{\mu}_s = \bar{\psi}_s / \psi_m; \quad (13)$$

$$J_{ql} = 0, \quad \text{при } \bar{\psi}_s \leq \psi_m < 0.$$

Здесь $J_{Ta}(x,t)$, $J_{qa}(x,t)$ – потоки тепла и водяного пара в межлистном воздухе, $J_{Ts}(x,t)$, $J_{\psi s}(x,t)$ – потоки тепла и воды в почве; $\bar{\psi}_s(t)$ – усредненный водный потенциал корнеобитаемого слоя почвы, $\psi_l(t)$ – водный потенциал листьев.

В системе (1)-(12) функции $J_{Ta}(x,t)$, $J_{qa}(x,t)$, $J_{Ts}(x,t)$, $J_{\psi s}(x,t)$, $J_{ql}(t)$, $T_a(x,t)$, $T_l(t)$, $T_s(x,t)$, $q_a(x,t)$, $\psi_l(t)$, $\psi_s(x,t)$ являются искомыми. Остальные величины – заданные функции и константы. $R_{ll}(x,t)$ – заданная поглощенная слоем $(0,x)$ длинноволновая и коротковолновая радиация, $R(0,t)$ – радиационный баланс у поверхности почвы; $R_l(t) = R_{ll}(H_l,t)$ – радиация, поглощенная покровом, $R_s = R(0,t) + J_{Ts}$ – энергия, поглощенная верхним слоем почвы; $S_l(t)$, $S_k(t)$ – поверхности листьев и корней на единицу поверхности почвы; $S_l p_l(x,t)$, $S_k p_k(x,t)$ – плотность листовой и всасывающей корневой поверхности; $D_q(\psi_l)$ – коэффициент проводимости для пара на границе лист-воздух. T_a^0 , q_a^0 и T_s^0 , ψ_s^0 – функции времени, измеряемые на высоте метеобудки $H_a > H_l$ над покровом и глубине $-H_s$ почвы; $Q(t)$ – осадки; $\rho(T)$ – насыщенная влажность воздуха при температуре T ; c_p , c_s – теплоемкости воздуха и почвы; $k_a(x)$, $k_{Ts}(x)$ – коэффициенты турбулентной проводимости воздуха и теплопроводности почвы, $k_{\psi s}(\psi_s)$ – влагопроводность почвы; $c_{\psi} = c_{\psi}(\psi_s)$; χ – теплота парообразования; D_T , D_k , D_a , D_{Ts} , D_{qs} , – постоянные коэффициенты проводимости.

Дифференциальные уравнения систем связаны алгебраическими выражениями (4), (10), описывающими балансы энергии в межлистном воздухе и на поверхности почвы.

Введем обозначения

$$d_a(x,t) = \rho(T_a) - q_a, \quad d_s(t) = \rho(T_s(0,t)) - q_s(t), \quad (13)$$

$$d_a^0 = \rho(T_a^0) - q_a^0(t), \quad \rho(T) = \rho(T_1) + \delta(T - T_1),$$

$$k(x) = \frac{k_a(x)}{1 + \delta\chi/c_p}, \quad G = \frac{1}{1 + c_p/(\delta\chi)}, \quad G_l = G(1 - b_l), \quad G_s = G(1 - b_s);$$

$$\frac{1}{D_{ak}} = \int_0^{H_l} \frac{d\xi}{k_a(x)}, \quad \frac{1}{D'_{ak}} = \frac{\delta\chi}{c_p D_{ak}}, \quad \frac{1}{D'_{Hk}} = \frac{1}{D_{ak}} + \frac{1}{D'_{ak}} = \int_0^{H_l} \frac{d\xi}{k(\xi)}, \quad \frac{1}{D'_{Ta}} = \frac{\delta\chi}{c_p D_a}, \quad \frac{1}{D'_a} = \frac{1}{D_a} + \frac{1}{D'_{Ta}},$$

$$\frac{1}{D'_{Ts}} = \frac{\delta\chi}{c_p D_{Ts}}, \quad \frac{1}{D'_T} = \frac{\delta\chi}{c_p D_T S_l}, \quad \frac{1}{D'_q} = \frac{1}{D_q S_l}, \quad \frac{1}{D'_l} = \frac{1}{D'_q} + \frac{1}{D_T}, \quad \frac{1}{D'_s} = \frac{1}{D_{qs}} + \frac{1}{D'_{Ts}}, \quad b_l = G^{-1} \frac{D'_l}{D'_T},$$

$$b_s = G^{-1} \frac{D'_s}{D'_{Ts}}, \quad D'_\Sigma = D'_a + D'_l + D'_s, \quad \bar{D}'_\Sigma = D'_a + D'_T + D'_s.$$

Отметим, что введенные величины положительны, кроме, возможно, G_l и G_s . Очевидно, $D'_l/D'_T < 1$, $D'_s/D'_{Ts} < 1$.

2. Приближенная модель переноса влаги и тепла

Для модели (1)-(11) получим приближенную модель при условиях

$$D'_l/D'_T \ll 1, D'_s/D'_{Ts} \ll 1, A\bar{D}'_{\Sigma}/D'_{Hk} \ll 1; \tag{14}$$

$$D'_{\Sigma}/D'_T \ll 1, D'_{\Sigma}/D'_{Ts} \ll 1, A\bar{D}'_{\Sigma}/D'_{Hk} \ll 1. \tag{15}$$

Здесь запись $a \ll 1$ математически эквивалентна $a \rightarrow 0$; она используется из-за своей большей физической содержательности.

В [4] доказано, что при $A\bar{D}'_{\Sigma}/D'_{Hk} \rightarrow 1$ решения (1)-(4) сходятся на $0 < x < H_l$ к величинам, определяемым в (16)-(19), функциям только t :

$$d_a = \chi^{-1}G \frac{R_a^0 - b_l R_l - b_s R_s}{D'_{\Sigma}} + \frac{D'_a d_a^0 + D'_s d_s}{D'_{\Sigma}}; \tag{16}$$

$$J_{qa} = \chi^{-1}GR_a^0 + D'_a(d_a^0 - d_a), \quad J_{Ta} = (1-G)R_a^0 - \chi D'_a(d_a^0 - d_a); \tag{17}$$

$$J_{ql} = \chi^{-1}D'_l(R_l/D'_T + \chi d_a), \quad J_{Tl} = D'_l(R_l/D'_T - \chi d_a); \tag{18}$$

$$J_{q0} = \chi^{-1}D'_s(R_s/D'_{Ts} + \chi(d_a - d_s)), \quad J_{T0} = D'_s(R_s/D'_{Ts} - \chi(d_a - d_s)), \tag{19}$$

где J_{qa} , J_{Ta} и J_{q0} , J_{T0} обозначают потоки на верхней границе РП при $x = H_l$ и на поверхности почвы при $x = 0$; q_a , d_a , T_a – концентрация пара, дефицит влажности, температура межлиственного воздуха.

Следующие приближения для (16)-(19) определяются теоремами 1 и 2 при условиях (14) и (15). Введем обозначения

$$\beta = (D'_a + D'_s)/D'_l, \quad b = D'_s/(D'_a + D'_s); \tag{20}$$

$$d_t = (\chi^{-1}GR_a^0 + D'_a d_a^0 + D'_s d_s)/(D'_a + D'_s); \tag{21}$$

$$J_{qa}^- = bJ_{qa}^+, \quad J_{qa}^+ = \chi^{-1}GR_a^0 + D'_a d_a^0; \tag{22}$$

$$J_{Ta}^+ = bJ_{Ta}^- + (1-b)R_a^0, \quad J_{Ta}^- = (1-G)R_a^0 - \chi D'_a d_a^0; \tag{23}$$

$$d_a^+ = d_t, \quad d_a^- = 0; \tag{24}$$

$$q_a^- = q_a^0 + J_{qa}^-/D_a, \quad q_a^+ = q_a^0 + b^{-1}(q_a^- - q_a^0); \tag{25}$$

$$T_a^- = T_a^0 + J_{Ta}^-/(c_p D_a), \quad T_a^+ = T_a^0 + b(T_a^- - T_a^0) + (1-b)R_a^0/(c_p D_a). \tag{26}$$

Теорема 1. При условиях (14) справедливы равенства

$$y_q = \frac{y_q^+ + \beta y_q^-}{1 + \beta}, \quad y_T = \frac{y_T^- + \beta y_T^+}{1 + \beta}, \tag{27}$$

где через y_q^{σ} и y_T^{σ} , $\sigma \in \{\text{пусто}, +, -\}$ обозначены переменные из множеств $y_q^{\sigma} \in \{J_{qa}^{\sigma}, q_a^{\sigma}\}$ и $y_T^{\sigma} \in \{J_{Ta}^{\sigma}, d_a^{\sigma}, T_a^{\sigma}\}$. При этом $J_{Ta}^+ + \chi J_{qa}^- = R_a^0$, $J_{Ta}^- + \chi J_{qa}^+ = R_a^0$, и для каждого β , $0 \leq \beta \leq \infty$,

$$J_{Ta} + \chi J_{qa} = R_a^0. \tag{28}$$

Теорема 2. При условиях (15) дополнительно к (27)-(28) справедливы соотношения

$$J_{ql} = J_{qa}^+/(1 + \beta), \quad J_{Tl} = R_l - \chi J_{ql}; \tag{29}$$

$$J_{q0} = \beta b J_{qa}^+/(1 + \beta), \quad J_{T0} = R_s - \chi J_{q0}$$

Поясним содержание теорем 1 и 2. Выражения (27)-(29) полезны тем, что представляют простые зависимости основных величин влаго- и теплопереноса от стандартно измеряемых метеоданных, а также от одного параметра β , аккумулирующего все параметры растений.

Условие $A\bar{D}'_{\Sigma}/D'_{Hk} \ll 1$ в (14)-(15) отвечает $k_a \rightarrow \infty$ для хорошо вентилируемого растительного покрова [4]. Остальные условия означают, что в отличие от турбулентного переноса тепла и пара в межлиственном воздухе на границах лист-воздух и почва-воздух коэффициенты D'_T , D'_{Ts} температурной проводимости, осуществляемой столкновениями молекул воздуха, существенно больше коэффициентов D'_l , D'_s проводимости для пара, осуществляемой диффузией молекул воды.

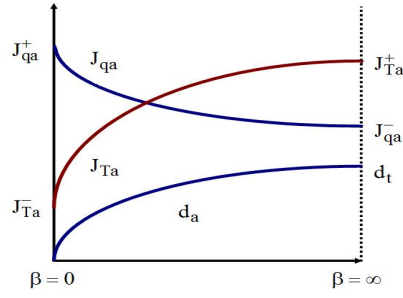


Рис. 1

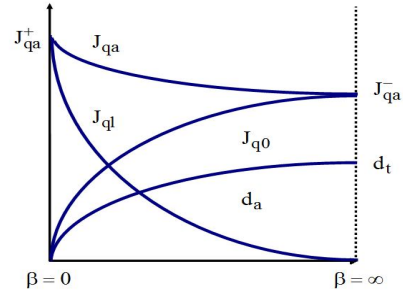


Рис. 2

В [3] показано, что величины потоков, дефицита, концентрации пара и температуры межлистового воздуха, приведенные в левом и правом столбцах (21)-(26), равны аналогичным величинам соответственно для испарения с поверхности почвы, лишенной растительного покрова и испарению со свободной поверхности воды при одинаковых граничных условиях (8)-(11). Таким образом, зависимости (27) представляют линейную комбинацию с параметром β двух указанных крайних случаев для $\beta \rightarrow \infty$ и $\beta \rightarrow 0$; при этом поглощенная энергия R_a^0 сохраняется согласно (28). Зависимости (27) от β представлены на рис. 1, а зависимости (29) – на рис. 2. Они позволяют сформулировать легко измеряемые критерии выполнения условий (14) в виде

$$(y_q^+ - y_q^-) / (y_q - y_q^-) = \beta, \quad (y_T^+ - y_T^-) / (y_T - y_T^-) = \beta^{-1}, \quad (30)$$

как, например, для суммарного испарения $y_q = J_{qa}$ и температуры $y_T = T_a$:

$$(J_{qa}^+ - J_{qa}^-) / (J_{qa} - J_{qa}^-) = \beta, \quad (T_a^+ - T_a^-) / (T_a - T_a^-) = \beta^{-1}.$$

Из модели (12)-(13) устьичной регуляции испарения растений и условия $D'_l/D'_T \ll 1$ легко получим при $0 < \bar{\mu}_s < 1$, [3]

$$\beta = \frac{(D'_a + D'_s)r_{s0} \frac{1 - \delta_l \bar{\mu}_s}{1 - \bar{\mu}_s} + A_{kc} \frac{J_{qa}^+}{S_k} \frac{1}{1 - \bar{\mu}_s}}{S_l}; \quad A_{kc} = \frac{1 + D_k(r_{kc} S_k)}{-\psi_m D_k}. \quad (31)$$

При $S_l \rightarrow 0$ и $S_k \rightarrow 0$, т.е. в неразвитом РП, величина $\beta \rightarrow \infty$, что правильно в (27), приводит к случаю отсутствия РП. При $S_l \rightarrow \infty$, $S_k \rightarrow \infty$, т.е. в густом РП, величина $\beta \rightarrow 0$, если еще учесть, что в этом случае должно быть также $\bar{\mu}_s \rightarrow 0$. Это в (27) правильно отвечает РП, залитому водой. Следовательно, (27)-(29) можно использовать на всех стадиях роста РП.

Зависимости (27), (29) позволяют сформулировать сравнительно с (1)-(11) простую систему для переноса влаги, независимую от переноса тепла. Уравнение влагопереноса в почве имеет вид

$$c_\psi \frac{\partial \psi_s}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ k_{\psi s} \frac{\partial \psi_s}{\partial x} \right\} + J_{ql} p_k = 0, \quad J_{ql} = J_{qa}^+ / (1 + \beta); \quad (32)$$

$$k_{\psi s} \frac{\partial \psi_s}{\partial x} + J_{q0} = Q(t), \quad J_{q0} = \beta b J_{qa}^+ / (1 + \beta); \quad x = 0; \quad (33)$$

$$\psi_s = \psi_s^0; \quad x = -H_s;$$

При этом β зависит от переменных $\bar{\mu}_s$, S_l , S_k так, что $\beta = \infty$ при $\bar{\mu}_s > 1$, а при $0 < \bar{\mu}_s < 1$ β определяется выражением (31).

3. Доказательства теорем 1 и 2

Можно считать, что под поверхностью почвы водяной пар насыщен, т.е. $d_s = 0$. Из определения D'_Σ в (13) следует $D'_\Sigma = (D'_a + D'_s)(1 + \beta) / \beta$. Докажем (27) для $y_T = d_a$. Обозначим

$d_1 = \beta d_t / (1 + \beta) = (\chi^{-1} GR_a^0 + D_a' d_a^0 + D_s' d_s) / D_s'$. Очевидна оценка $0 < (d_1 - d_a) / d_1 \leq (GbR_t + Gb_s R_s) / (GR_a^0) < b_t + b_s \ll 1$. Поэтому в (16)-(19) d_a можно заменить на d_1 . (27) для $y_q = J_{qa}$ следует из

$$J_{qa} = (\chi^{-1} GR_a^0 + D_a' d_a^0) - D_a' d_a = J_{qa}^+ - \frac{\beta}{1+\beta} (1-b) J_{qa}^+ = \frac{1+\beta b}{1+\beta} J_{qa}^+,$$

что с учетом $bJ_{qa}^+ = J_{qa}^-$ совпадает с (27). Выражение (27) для $y_T = J_{Ta}$ легко вычисляется из (17), а (16) – из (27). Оставшиеся в (27) выражения следуют из $q_a = q_a^0 + J_{qa} / D_a$, $T_a = T_a^0 + J_{Ta} / (c_p D_a)$. Теорема 1 доказана.

Заметим, при условиях (15) в (16)-(19) доминируют слагаемые с d_a , так как $R_t / (D_t' \chi d_a) < (R_a^0 D_s') / (D_t' \chi (\chi^{-1} GR_a^0 + D_a' d_a^0)) < D_s' / (D_t' G) \ll 1$ и аналогично $R_s / (D_s' \chi d_a) < D_s' / (D_s' G) \ll 1$. Отсюда $J_{qt} = D_t' d_a$, $J_{q0} = D_s' d_a$. Учитывая $d_t = J_{qa}^+ / (D_a' + D_s')$ и (23) для d_a , получим (29). Теорема 2 доказана.

Литература

1. Полуэктов Р.А. Динамические модели агроэкосистем. Л.: Гидрометеиздат, 1991. 312 с.
2. Воротынцев А.В. Модель переноса тепла и влаги в системе почва-растение с учетом баланса энергии // Вестник Бурятского государственного университета. 2012. Вып. 1. С. 107-111.
3. Воротынцев А.В. Исследование модели водно-теплого режима системы почва-растение-приземный слой воздуха // Сообщения по прикладной математике. М.: Вычислительный центр РАН, 1991. 53 с.
4. Воротынцев А.В. Исследование модели переноса тепла и влаги в системе почва-растение // Математическая биология и биоинформатика: спецвып. по итогам конференции ЭкоМатМод-2011. 2012. Т. 7, № 1. С. 45-53.

Воротынцев Александр Васильевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник ВЦ РАН, тел. 8965-1353931, e-mail: avv_alexv@mail.ru

Vorotyntsev Alexander Vasilevich, candidate of physical and mathematical sciences, research fellow of CC RAS, tel. +7965-1353931.

УДК 519.87

© В.И. Гурман, Д.Ц. Будаева, С.Н. Насатуева, А.Б. Столбов

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ РЕГИОНА НА ОСНОВЕ ИДЕАЛИЗИРОВАННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ (проект 11-02-00171-а) и РФФИ (проект 12-01-00256).

Описываются процедуры и примеры формирования информации для социо-эколого-экономических моделей регионов в условиях дефицита статистических данных на основе концепции идеализированного эксперимента [1]. Рассматриваются на примерах идеализированные эксперименты различных типов в зависимости от реальных условий моделирования. Описывается архитектура интеллектуального программного комплекса для поддержки процесса моделирования подобных систем на этапе идентификации. Приводятся сформированные таким путем наборы данных для двух моделей бурятской части Байкальского региона сравнительно небольшой размерности.

Ключевые слова: моделирование, идентификация, регион, экспертные системы.

V.I. Gurman, D.Ts. Budaeva, S.N. Nasatueva, A.B. Stolbov

ESTIMATION OF REGION MODEL PARAMETERS BASED ON IDEALIZED EXPERIMENTS

The procedures and examples of information generating for socio-ecological-economic models of the regions in conditions of statistical data deficiency based on the conception of idealized experiment [1] are described. The idealized experiments of various types depending on real conditions of modeling are considered on examples. Intellectual software system architecture for supporting the modeling process of similar systems at identification stage is described. The data sets are submitted, they are obtained by this way for two models of the Buryat part of the Baikal region of comparatively small dimension.

Keywords: modeling, identification, region, expert systems.

Введение

Широко известны самые общие принципы и этапы исследований при разработке математических моделей: концептуализация, идентификация, вычислительные эксперименты, принятие решений. Практическая реализация этих этапов зависит от многих факторов: особенностей моделируемого объекта, условий его наблюдения, степени его сложности, сроков исследования и т.п.

При моделировании сложных многокомпонентных систем междисциплинарного характера возникают проблемы, связанные с тем, что концепция модели в целом неизвестна или далеко не полна, и имеется острый дефицит данных, необходимых для построения модели, которые невозможно восполнить за счет активных экспериментов над объектом в целом.

Междисциплинарный характер социо-эколого-экономических систем, их уникальность, невозможность постановки активного эксперимента со всей изучаемой системой и дефицит имеющихся данных о состоянии, в особенности о взаимодействиях подсистем, приводят к проблемам построения моделей таких систем, отличных от проблем разработки математических моделей, технических или физических систем.

Определение параметров модели основано не на экспериментальном исследовании всей системы в целом, что невозможно, а на изучении ее подсистем, как более простых объектов, и их взаимодействий.

Методология разработки социо-эколого-экономических моделей (СЭЭМ), описанная в серии монографий [1-4], направлена на учет особенностей моделируемых объектов как сложных междисциплинарных систем, изучаемых в условиях дефицита данных. А они в подавляющем большинстве отсутствуют в официальной статистике. Эта проблема подробно рассмотрена в [5]. В особенности остро ощущается дефицит данных, необходимых для отражения инновационных процессов как важнейшего фактора устойчивого развития. В связи с этим был предложен своего рода нормативный подход к этой проблеме с использованием концептуальной модели региона [6]. Он состоит в том, что по имеющимся надежным эмпирическим оценкам одних параметров и балансовым и оптимизационным соотношениям модели получить оценки предельных значений других параметров.

Одна из последних версий концептуальной модели описывает состояния экономической, природной и социальной подсистем в следующих терминах [3]:

$$c = (E - A)y - Bu - A^z z - B^z u^z - A^v v - B^v u^v, \quad (1)$$

$$\dot{r} = \dot{\bar{r}} + N(r - \bar{r}) - Cy + z + im^r - ex^r, \quad (2)$$

$$\dot{k} = u - [\delta]k, \quad \dot{k}^z = u^z - [\delta^z]k^z, \quad \dot{k}^v = u^v - [\delta^v]k^v, \quad (3)$$

$$0 \leq y \leq \Gamma(k), \quad 0 \leq z \leq \Gamma^z(k^z), \quad 0 \leq v \leq \Gamma(k^v), \quad (4)$$

$$\dot{\theta} = -([v] + H_{inv} + H_{dif})(\theta - \bar{\theta}), \quad \theta(0) = 0. \quad (5)$$

Здесь y , z , v – векторы выпусков продукции по отраслям активного природо-социально-восстановления, активных инноваций, c – конечное потребление; (k, k^z, k^v) , $(\Gamma(k), \Gamma^z(k^z), \Gamma^v(k^v))$, (u, u^z, u^v) , $(\delta, \delta^z, \delta^v)$ – основные фонды, мощности и инвестиции (векторы) и темпы амортизации в экономическом, природо-социально-восстановительном и инновационном секторах (диагональные матрицы); p – матрица-строка цен (ценовых поправок); r – вектор индексов состояния природной среды и социума; θ – вектор инновационных индексов (агрегированное описание изменения за счет инноваций элементов матриц A , A^z , B , B^z , C и других параметров); $\bar{r}(t)$ – заданная функция (опорная), например, получаемая из статистического прогноза; im^r , ex^r – миграционные потоки загрязнений и ресурсов; A , A^z , A^v – матрицы прямых затрат в экономическом, природо-социально-восстановительном и инновационном секторах; B , B^z , B^v – матрицы фондообразующих затрат в указанных секторах; N – матрица коэффициентов взаимовлияния компонентов природной и социальной подсистем; C – матрица коэффициентов прямого воздействия отраслей экономики на компоненты природной и социальной подсистем; H_{inv} , H_{dif} – матрицы, отражающие влияние инвестиций и диффузии инноваций; выражение вида $[X]$ – диагональные матрицы, построенные из компонент вектора X .

Строились две взаимосвязанные модели Байкальского региона с соответствующими наборами данных: полностью агрегированная и базовая по типу модели Переславского региона [3].

1. Методология идеализированных экспериментов

Основным способом определения параметров модели согласно методологии является идеализированный (абстрактный) эксперимент [1] – некоторая процедура, позволяющая изучать поведение той или иной «монодисциплинарной» подсистемы при различных условиях. Это могут быть реальные эксперименты, либо их имитации с помощью специализированных моделей соответствующей дисциплины, изучения имеющихся аналогов, экспертных оценок и т.п.

Наиболее полно и наглядно такие процедуры разработаны и практически реализованы для моделей, описываемых линейными соотношениями как достаточно простыми и наглядными при содержательной трактовке параметров, в качестве которых выступают коэффициенты этих соотношений, что важно с точки зрения привлекаемых экспертов-предметников. В случае нелинейных соотношений может применяться последовательная линеаризация.

Рассмотрим это подробнее. Общее свойство сложных систем заключается в том, что их изучение не укладывается в пределы компетенции одного конкретного специалиста и, следовательно, требует междисциплинарного подхода и совместной работы математиков, экспертов, программистов и инженеров по знаниям.

В ходе такой работы математик определяет для исследуемой системы общие характеристики динамической абстрактной модели вида

$$\dot{x} = f(x, u), \quad x \in R^n, \quad u \in R^k, \tag{6}$$

с неизвестной правой частью, где x – вектор состояния; u – вектор внешних воздействий. Он задает общую размерность вектора x как сумму размерности подсистем, эксперты-предметники определяют входы и их размерности по подсистемам. Далее указывается семейство опорных точек (\bar{x}, \bar{u}) , которые известны независимо от модели из некоторой совокупности наблюдений над системой. В результате модель (1) рассматривается как кусочно-линейная относительно семейства опорных (\bar{x}, \bar{u}) :

$$\dot{x} = A(x - \bar{x}) + B(u - \bar{u}), \tag{7}$$

где $A = [a_{ij}]$ и $B = [b_{ik}]$ – матрицы, $i, j \in J$, $k \in K$, J – множество индексов размерности n , K – множество индексов размерности m . Использование линейных соотношений важно в условиях дефицита информации, так как количество необходимых данных для идентификации модели при разложении неизвестной функции f минимально по сравнению с нелинейными структурами.

При условии фиксирования переменных появляется возможность определить содержательную интерпретацию величин a_{ij} , b_{ik} , что, в свою очередь, позволяет получать их значения посредством имитации натурального эксперимента. Комплекс мероприятий, связанных с получением необходимой информации для реализации такой имитации и определения конкретных коэффициентов взаимодействия между отдельными компонентами моделируемого объекта, называется идеализированным экспериментом.

В зависимости от конкретных условий рассматриваются два типа идеализированных экспериментов: компонентные эксперименты и тиражирование.

Компонентный эксперимент, связанный с выбранным показателем x_i организуется следующим образом: задается отрезок времени $[t_i, t_\varepsilon]$; значения других переменных на этом отрезке фиксируются:

$$x_j = \bar{x}_j \quad \forall j \neq i \quad \text{и} \quad u_k = \bar{u}_k \quad \forall k;$$

наблюдаются изменения только одной величины – x_i , и получается некоторый новый объект, а соответствующая ему модель будет иметь вид:

$$\dot{x}_i = a_{ii}(x_i - \bar{x}_i), \quad t \in [t_n, t_k].$$

Тогда для параметра a_{ii} получается следующее аналитическое представление

$$a_{ii} = [1/(t_k - t_n)] \cdot \ln \left| (F_k^i(x) - \bar{x}_i) / (F_n^i(x) - \bar{x}_i) \right|, \tag{8}$$

где $F_k^i(x)$, $F_n^i(x)$ – оценки значений показателя x_i в момент времени t_n и t_k в условиях эксперимента как результаты наблюдений за x_i в начальный и конечный момент (t_n и t_k), а в условиях де-

фицита информации и невозможности проведения активных экспериментов, задаваемые экспертом оценки.

Используя этот подход, можно получить все диагональные элементы a_{ii} . На следующем этапе однокомпонентного эксперимента определяются внедиагональные элементы матрицы A и элементы матрицы B по формулам:

$$a_{ij} = \frac{F_{\kappa}^i(x) - \bar{x}_i - e^{a_{ii}(t_{\kappa}-t_n)}[F_{\eta}^i(x) - \bar{x}_i]a_{ii}}{(F_{\kappa}^j(x) - \bar{x}_j)(e^{a_{ii}(t_{\kappa}-t_n)} - 1)}, \quad (9)$$

$$b_{ik} = \frac{F_{\kappa}^i(x) - \bar{x}_i - e^{a_{ii}(t_{\kappa}-t_n)}[F_{\eta}^i(x) - \bar{x}_i]a_{ii}}{(F_{\kappa}^k(u) - \bar{u}_k)(e^{a_{ii}(t_{\kappa}-t_n)} - 1)}, \quad (10)$$

где t_{κ} , t_n , $F_{\kappa}^i(x)$, $F_{\eta}^i(x)$, $F_{\kappa}^j(x)$, $F_{\kappa}^k(u)$ – это данные, получаемые непосредственно из опросов экспертов, либо косвенно из документальных источников.

Процедура тиражирования использует значения известных параметров a_{ij}^{base} , b_{ik}^{base} , q_{ss}^{base} , полученных при моделировании некоторой аналогичной системы S^{base} , для вычисления a_{ij}^{new} , b_{ik}^{new} , q_{ss}^{new} модели системы S^{new} :

$$a_{ij}^{new} = \sum_{\tau=1}^{Z^{ij}} K_{\tau} a_{ij}^{base}, \quad b_{ik}^{new} = \sum_{\tau=1}^{Z^{ik}} K_{\tau} b_{ik}^{base},$$

где K_{τ} – масштабирующие коэффициенты, определяемые в зависимости от содержательного смысла коэффициента a_{ij} или b_{ik} .

Рассмотрим пример использования процедуры тиражирования. Имеется следующая формула определения элементов матрицы C , отражающих влияние экономики на загрязнение воды [3]:

$$c_{1j} = \frac{e^{-q_{11}t_{cp}}}{V} \sum_{i=1}^p \frac{m_{ij}}{ПДК_i}, \quad m_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^N m_{ij}^k}{\sum_{k=1}^N v_j^k}, \quad t_{cp} = \frac{1}{N^j} \sum_{k=1}^{N^j} \frac{s_k^j}{v},$$

где m_{ij}^k – количество примеси i , сброшенной k -м предприятием j -й отрасли за год (т/год); v_j^k – валовой выпуск k -предприятия j -й отрасли; v – скорость реки, s_k^j – расстояние от предприятия до устья реки, N^j – количество предприятий, V – объем реки / водоёма. Предполагается, что структура выбросов для отрасли j на единицу производства в базовой модели сохраняется для j -й отрасли исследуемой модели. Тогда

$$c_{1j}^{new} = \frac{V^{base}}{V^{new}} c_{1j}^{base}, \quad c_{2j}^{new} = \frac{w^{base}}{w^{new}} c_{2j}^{base},$$

где V – объем годового стока реки; w – объем нижнего слоя атмосферы района (m^3), индекс new означает принадлежность параметра к исследуемой модели, а индекс $base$ – к контрольной (базовой) модели. Сходные процедуры получаются и при использовании других источников, таких как массивы данных для того же региона, полученные в предшествующих исследованиях, в другой степени детализации и т.п.

При этом важное значение имеют унифицированные показатели состояния – индексы, позволяющие переходить от детального описания компонентов к агрегированному и обратно посредством достаточно простых линейных операций – суммирования, осреднения и т.п. В экономике их роль играют такие обобщенные показатели как ВВП, ВРП, конечный продукт, промежуточный продукт и т.п., отслеживаемые официальной статистикой, в фиксированных условных ценах. В терминах этих показателей, как известно, оцениваются состояния мировой национальной и региональных экономик и принимаются важные стратегические решения. Аналогичных общепринятых показателей для других компонентов модели не существует. Предлагается ввести безразмерные индексы, меняющиеся в пределах от 0 до 1 по следующей формуле:

$$\tilde{r} = 1 - \frac{r - r_{\min}}{r_{\max} - r_{\min}} \quad (11)$$

Очевидно, независимо от величин и размерностей исходных показателей индексы будут меняться в указанных пределах от 0 до 1. При этом в ряде случаев r_{\min} или r_{\max} совпадают с r^* .

При таком подходе мы фактически можем использовать для работы целое семейство моделей различной степени детализации. Это важно и с точки зрения интерпретации конечных результатов расчетов. Принципиальные аспекты этих результатов удобно излагать в агрегированных терминах с минимумом показателей, а детализация нужна, как правило, для конкретной работы по реализации принципиальных решений.

2. Интеллектуальный программный комплекс (ИПК)

Предложена общая схема поэтапного интерактивного формирования математических моделей сложных систем и разработан соответствующий программный комплекс. Для реализации этой общей схемы на первом шаге применяются следующие логические модели.

Информационно-логическая модель предметной области (ЛМПО), в которой содержится описание основных элементов и отношений исследуемой системы с точки зрения эксперта-предметника. В ЛМПО базовые элементы системы задаются с помощью фрейма «фактор». При исследовании конкретных сложных систем с помощью фрейма «фактор» могут быть описаны, например, отрасли экономики, характеристики природной среды, различные виды заболеваемости населения. Для описания отношений, например, между факторами «загрязнение атмосферного воздуха» и «заболеваемость органов дыхания» может быть использован фрейм ЛМПО «причинно-следственное отношение». В ЛМПО также можно задавать «ассоциативное отношение» (необходимое для задания аналогов фактора, что может использоваться, например, в процедуре тиражирования), «структурное отношение» (определяет возможность разбиения фактора на группы).

Информационно-логическая модель объектов моделирования (ЛМОМ), содержащая информацию о модели с точки зрения математика. В ЛМОМ множество объектов, которые используются в процессе формирования модели, разделено на 4 группы: множество переменных модели, множество математических соотношений модели, множество методов определения параметров модели, множество процедур исследования модели.

На втором шаге реализуются процедуры формирования моделей (ПФМ), под которыми понимаются типовые процедуры, возникающие при построении моделей сложных систем для конкретных классов задач. Применение ПФМ позволяет задавать связь между формализованными вычислительными процедурами и неформализованными методами решения задач, основанными на знаниях и опыте экспертов (рис. 1). Здесь описана структура ПФМ, способ обмена информацией между ПФМ и алгоритм их применения на основных этапах формирования модели.

ИПК включает в себя следующие модули: «Расчет»; «Расчет-CLIPS»; «Protégé»; «Конвертор»; «Твики», взаимодействие которых представлено на рис. 1.

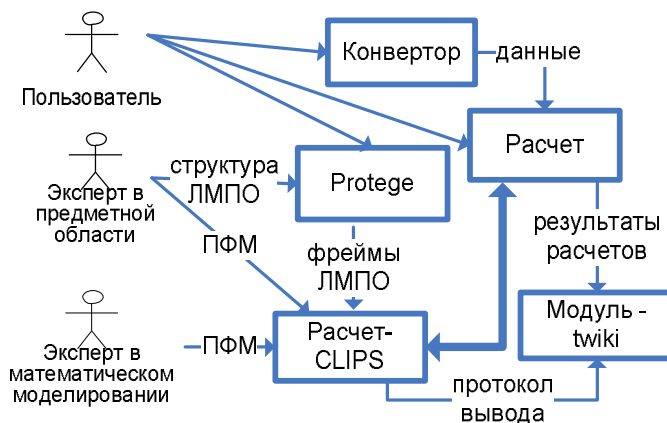


Рис. 1. Архитектура программного комплекса

Для определения иерархии фреймов-образцов (структуры) ЛМПО инженером по знаниям совместно с экспертами в предметной области используется средство извлечения знаний Protege. Для заполнения пользователями ЛМПО фреймами-образцами (возможно при помощи инженера по знаниям) тоже используется Protege. Для преобразования информации из разных форматов (например, MS Excel) в форматы ИПК используется модуль «Конвертор». Для автоматизации вычислительных процедур, ввода и редактирования данных, проведения расчетов с формируемой моделью используется модуль «Расчет». Для обработки знаний, представленных в форме продукции и фреймов, используется модуль «Расчет-CLIPS». В процессе логического вывода вызываются процедуры модуля «Расчет». Результаты расчетов (числовые данные, графики изменения показателей модели по времени) могут быть представлены в формате веб-энциклопедии с помощью модуля «Модуль-TWIKI».

3. Оценка параметров модели Байкальского региона

В русле этой методологии оценивались параметры модели Байкальского региона (Бурятской части). В результате были определены значения основных параметров аналогичной модели, которые приведены в таблице 1.

Таблица 1

Республика Бурятия: основные данные

	Компоненты векторов (диагональных матриц) базового набора				Агрегированный набор
	1	2	3	4	
k_0 (млрд.р.)	216,53	144	39,47	-	400
k_0^z (млрд.р.)	2,6	4	0,4	3	10
k_0^d (млрд.р.)	0,8	4,85	0,35		6
r	0,9	0,8	0,6	0,7	0,8
r_{\max}^h	-	-	-	-	1
r_{\min}^h	0	0	0	0	0
r^*	1	1	1	1	1
θ	0	0	0	-	0
$\bar{\theta}$	1	1	1	-	1
γ_{cp}	0,3	0,45	0,6	-	$\gamma = \frac{BPI}{k_0} = 0,45$
γ^z	0,002	0,002	0,003	0,002	0,002
γ^d	0,0001	0,00012	0,00015	-	0,00012
im^r	0	0	0,0015	0	По смыслу
ex^r	0	0	0,00025	0	По смыслу
p_0	1	1	1	-	$p(\theta) = p_0(1 + v_p \theta)$
δ (diag)	0,05	0,05	0,05	-	
δ^z (diag)	0,05	0,05	0,06	0,05	0,05
δ^d (diag)	0,05	0,05	0,05	-	
H_{dif} (diag)	0,01	0,01	0,01	-	0,01
A_0	0,39	0,34	0,36	-	$A_0 = 0,5$ $A = (1 - v_A \theta)(1 - \beta(r))A_0$ (с учетом экологического ущерба экономике)
	0,063	0,15	0,1	-	
	0,047	0,01	0,04	-	
$B = B^z$ $= B^d$ (по смыслу)	0	0	0	-	1
	1	1	1	-	
	0	0	0	-	

A_0^z	1412	1008	1080	1176	$A_0^z = 1500$ По смыслу млрд р./1 $A^z = (1 - v_z \theta) A_0^z$
	54	450	360	138	
	34	42	72	186	
A_0^v	360	480	420	-	$A_0^v = 1200$ млрд р./1 $A^v = (1 - v_v \theta) A_0^v$
	600	600	600	-	
	240	120	150	-	
C_0	$3,5 \cdot 10^{-6}$	$0,7 \cdot 10^{-6}$	$0,7 \cdot 10^{-6}$	-	$C_0 = 7 \cdot 10^{-6}$ $C = (1 - v_c \theta) C_0$
	$1,5 \cdot 10^{-6}$	$3,5 \cdot 10^{-6}$	$1,4 \cdot 10^{-6}$	-	
	0	0	0	-	
	$2 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	-	
N	-0,003	1,2	-0,004	0,003	-0,006
	0,000	-0,007	-0,0002	0	
	0	0,001	-0,008	0	
		0,003	0	-0,001	

В агрегированном наборе данные экономического блока были получены в основном из официальной статистики. Например, фондоотдача оценивалась как отношение ВРП к основным фондам, коэффициент прямых затрат A получался как отношение промежуточного продукта к ВРП. Данные для остальных компонент оценивались экспертным путем с непосредственным использованием вышеприведенной методики абстрактных экспериментов.

Для расчета базового набора данных использовались различные методики. Это и прямые расчеты показателей, для оценки которых было достаточно статистических данных, например k_0, k_0^z, k_0^d . Это и методика абстрактных экспериментов в случае отсутствия статистических данных, например, при расчете матриц (массивов) воздействий отраслей на компоненты природной среды, социума и затрат на природо-социо-восстановление.

Также при расчете параметров модели использовался опыт оценок по другим регионам, в частности, региона Переславля [3]. Например, при оценке параметров экологического и социального блоков. Состояние экологической подсистемы описывается двумя индексами: r_1 – приведенный запас природных ресурсов и r_2 – качество природной среды. Первый определяется выражением

$$r_1 = \sum_{i=1}^{z_{ij}} p_i Q_i, \text{ где } p_i \text{ и } Q_i \text{ – цена и объем ресурсов } i\text{-го вида.}$$

Второй индекс – качества среды – определяется исходя из оценки загрязнения отдельных компонентов природной среды: водной и воздушной среды, почвы, недр, биоты. Он строится следующим образом. В начале определяется приведенное загрязнение отдельно для каждого компонента

$$\sigma_j = \frac{1}{n_j} \sum_i \frac{c_i}{c_{i\max}},$$

где c_i и $c_{i\max}$ – фактическая и предельно допустимая концентрация ПДК i -го ингредиента для рассматриваемого j -го компонента, n_j – число ингредиентов. Далее индекс качества среды определяется формулой

$$r_2 = 1 - \frac{\sigma - \sigma_*}{\sigma_{\max} - \sigma_*}, \quad \sigma = \frac{1}{n} \sum_j \sigma_j,$$

где σ – суммарное приведенное загрязнение, σ_{\max} – его верхняя граница, n – число компонент.

Состояние социальной подсистемы характеризуется также двумя индексами: численностью населения r_3 и индексом социального развития (ИСР) r_4 . ИСР строится путем взвешивания и комбинирования отдельных, более детальных характеристик – «здоровье», «благополучие», «образование и культура», «социальная безопасность», «социальная активность».

В отличие от модели для региона Переславля здесь был проведен пересчет приведенного ресурса и остальных показателей к унифицированному индексу по единой формуле (11) при $p_i = 1$.

При оценке матриц, например матрицы прямых производственных затрат, использовались результаты ранее проведенных расчетов по Республике Бурятия [2]. При этом по примеру [3] 13-отраслевая

структура экономики региона агрегировалась в 3-отраслевую: отрасли специализации, обслуживающие отрасли, отрасли социальной сферы. Скалярные показатели пересчитывались на данную структуру отраслей в пропорциях, в результате была получена матрица A коэффициентов прямых производственных затрат. Аналогично пересчитывались экологические подматрицы A^z и A^y .

Для определения матрицы C удельных ресурсных затрат, характеризующей воздействие экономики на окружающую среду, также использовались данные предшествующих исследований, относящиеся к матрице C для бассейна Селенги [2, с. 162-163]. Отрасли экономики объединялись в 3 группы, исключались строки несущественных показателей под номерами 2, 4, 6, 8 (табл. 2).

Таблица 2

п/п		№ отрасли		
		1	2	3
1	ПЗВ	-0,000004169	-0,00000031	-0,000000434
3	ПЗВозд	-0,000008739	-0,000010577	-0,0000016
5	Бонитет	0,0000037	0	0
7	Запас леса	0,000005143	0,000000004	0,000000009
9	Мин.ресурсы	1,1	0	0
10	Биоресурсы	0,000242478	0,000244028	0,000006728

Здесь строки 1, 3 и 5 (приведенное загрязнение воды, воздуха и бонитет почвы) характеризуют качество среды, строки 7, 9 и 10 – запасы ресурсов. С учетом перехода к унифицированным индексам пересчитывались и элементы этой матрицы (табл. 3) по формулам, указанным в этой таблице.

Таблица 3

п/п		№ отрасли			Формула для пересчета матрицы
		1	2	3	
1	ПЗВ	$1,04 \cdot 10^{-4}$	$7,75 \cdot 10^{-6}$	$1,09 \cdot 10^{-5}$	$\tilde{c} = -\frac{c}{\sigma_{\max} - \sigma_*}$
3	ПЗВозд	0,001053	0,001274	0,000193	
5	Бонитет	$4,35 \cdot 10^{-7}$	0	0	$\tilde{c} = -\frac{c}{\sigma_{\min} - \sigma_*}$
7	Запас леса	$4,72 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-11}$	$8 \cdot 10^{-11}$	$\tilde{c} = -\frac{c}{Q_{\max} - Q_*}$
9	Мин.ресурсы	$1,24 \cdot 10^{-5}$	0	0	
10	Биоресурсы	$2,13 \cdot 10^{-8}$	$2,14 \cdot 10^{-8}$	$6 \cdot 10^{-10}$	

Затем значения показателей по строкам 1, 3, 5 и по строкам 7, 9, 10 усреднялись. Тем самым определялась структура экологической подматрицы матрицы C , по которой был «распределен» коэффициент C агрегированного набора. Показатели социальной подматрицы определялись экспертно по методике компонентных экспериментов.

Также экспертным путем по методике компонентных экспериментов оценивались элементы матрицы N базового набора с учетом согласования с соответствующим коэффициентом N агрегированного набора, определенным предварительно.

Заключение

Практическое построение и применение математических моделей для поддержки управленческих решений по стратегии развития регионов связаны с большими трудностями на этапе идентификации в условиях дефицита статистических данных, что потребовало в свое время разработки специальной методологии на основе концепции идеализированного эксперимента [1]. В данной работе предложены различные процедуры формирования требуемой информации посредством идеа-

лизированных экспериментов различных типов в зависимости от реальных условий моделирования: компонентные эксперименты для формирования запросов к экспертам, тиражирования с использованием готовых аналогов моделей для других регионов, данных прошлых исследований того же региона. Описана архитектура интеллектуального программного комплекса для поддержки процесса математического моделирования сложных систем рассматриваемого класса на этапе идентификации. Приведены иллюстрирующие примеры.

В качестве приложения сформированы наборы данных для последующих оптимизационных и сценарных расчетов, представляющих две модели Бурятского региона: полностью агрегированную, где состояние каждой из взаимодействующих подсистем задается скалярным показателем, и базовую, в которой фигурируют векторные показатели небольшой размерности.

Литература

1. Эколого-экономические системы: Модели, информация, эксперимент / В.И. Гурман [и др.]. Новосибирск: Наука, 1987. 216 с.
2. Эколого-экономическая стратегия развития региона: Математическое моделирование и системный анализ на примере Байкальского региона / В.И. Гурман [и др.]. Новосибирск: Наука, 1990. 184 с.
3. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона / под ред. В.И. Гурмана, Е. В. Рюминой. М.: Наука, 2001. 175 с.
4. Моделирование и оценка состояния медико-эколого-экономических систем / под ред. В. А. Батурина. Новосибирск: Наука, 2005. 249 с.
5. Гурман В.И., Будаева Д.Ц. Проблемы информационного обеспечения модели региона // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2012. №1. С.20-25.
6. Гурман В.И., Будаева Д.Ц., Насатуева С.Н. Нормативный подход к оценке эффективности инноваций в социо-эколого-экономической системе региона // Управление эколого-экономическими системами: взаимодействие власти, бизнеса, науки и общества: материалы 12-й Междунар. конф. Российского общ-ва эколог. экономики. 2013. С. 106-109.
7. Национальные счета // Росстат: www.gks.ru.

Гурман Владимир Иосифович, доктор технических наук, главный научный сотрудник ИПС им. А.К. Айламазяна РАН, заведующий кафедрой системного анализа Университета города Переславля, профессор кафедры прикладной математики Бурятского государственного университета, e-mail: vig70@mail.ru.

Будаева Должит Цырендондовна, кандидат экономических наук, доцент кафедры менеджмента Бурятской государственной сельскохозяйственной академии им. В.Р. Филиппова, e-mail: dolgit2006@yandex.ru.

Насатуева Соелма Номтоевна, аспирант кафедры прикладной математики Бурятского государственного университета, e-mail: soelmann@mail.ru.

Столбов Александр Борисович, младший научный сотрудник Института динамики систем и теории управления СО РАН, e-mail: stolboff@icc.ru.

Gurman Vladimir Iosifovich, doctor of technical sciences, principal researcher of Ailamazyan PSI RAS, head of system analysis department, Pereslavl University, professor, applied mathematics department, Buryat State University.

Budaeva Dolzhit Tsyrendondokovna, candidate of economic sciences, associate professor, management department, V.R. Filippov Buryat State Agricultural Academy.

Nasatueva Soelma Nomtoevna, postgraduate student, applied mathematics department, Buryat State University.

Stolbov Alexander Borisovich, junior researcher, Institute for System Dynamics and Control Theory SB RAS.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПУЛЬСОВЫХ ВОЛН НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ СОЛИТОНОВ И УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА ДЕ ФРИЗА

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 11-07-92202-Монг_а), РНПВШ (проект 2.2.3.3 / 5964)

В статье рассматривается один из подходов моделирования пульсовых волн человека на основе теории солитонов, в частности с помощью уравнения Кортевега де Фриза. С помощью метода Хироты получено 5-солитонное решение. Проведены расчёты в среде Maple 8, построены график и фазовый портрет по параметрам реальной пульсовой волны.

Ключевые слова: моделирование пульсовой волны, уравнение Кортевега де Фриза, теория солитонов, пульсовая диагностика.

T.G. Darmaev, A.S. Tsybikov, B.V. Khabituev

MATHEMATICAL SIMULATION OF PULSE WAVES BASED ON THE THEORY OF SOLITONS AND KORTEWEG-DE VRIES EQUATION

This article discusses one of the approaches to modeling human pulse waves based on the theory of solitons, in particular the approach that uses Korteweg–de Vries equation. Using the Hirota method a 5-soliton solution has been obtained. The calculations in the Maple 8 environment have been performed, a chart and phase portrait according to parameters of real pulse wave have been constructed.

Keywords: simulation of pulse wave, Korteweg-de Vries equation, theory of solitons, pulse diagnostics.

Введение. С точки зрения восточной медицины пульс – источник, в котором закодирована информация о состоянии всего организма в целом. Используя методы восточной медицины, можно быстро, но при этом довольно качественно провести исследование пациента. В упрощенном варианте данный процесс можно представить так [2]:

1) варьируя силу нажатия и участок соприкосновения попеременно на левой, правой и обеих руках, пульсодиагност поочерёдно опрашивает 12 внутренних органов (сердце, тонкая кишка, лёгкие, толстая кишка, селезёнка, желудок, левая почка, половые органы, печень, желчный пузырь, правая почка, мочевого пузыря);

2) результаты опроса соотносятся с "врождённым пульсом" пациента, сезонными, суточными особенностями пульса и его психофизиологическим типом по восточной системе;

3) выносится диагноз.

Учитывая тенденции развития медицины превентивного действия, данный подход вызывает большой практический интерес.

С точки зрения физики течение крови – довольно сложный процесс, многие исследователи даже называют его третьим режимом течения. Сложности при моделировании данного процесса обуславливаются множеством факторов: как «чисто физическими» (например тем, что кровь сама по себе является неньютоновской жидкостью, течение крови происходит по сосудам и венам), так и тем, что приходится учитывать различные регуляционные функции организма. По этой причине большинство моделей, основанных на теории математической гемодинамики, довольно сложны и трудно применимы.

В настоящее время известны попытки математического моделирования пульсовой волны, например модель Волобуева на основе нелинейного уравнения Шредингера (Волобуев А.Н., 1995, 3), модель Акулова, представляющая собой произведение экспоненциальной и тригонометрической функции с тремя параметрами (Акулов В.А., 2006), модель Самарского, основанного на законе сохранения энергии и импульса (Самарский А.А. с соавт., 1996), модели на основе численных методов (Бороноев В.В., 1999) и др. (Астраханцева Е.В., Гидаспов В.Ю, Ревизников Д.Л., 2005). Каждая из этих моделей и подходов имеет свои достоинства и недостатки, и все же они остаются далеко несовершенными по сравнению со сложностью данного биофизического явления в организме человека, которая, возможно, и оправдывает его информативность.

В данной работе рассматривается возможность моделирования пульсовой волны при помощи теории солитонов, поскольку характер реальной пульсовой волны во многом схож со свойствами соли-

тонов. Напомним, что *солитонами* называются любые локализованные нелинейные волны, которые взаимодействуют с произвольными локальными возмущениями и всегда восстанавливают асимптотически свою точную первоначальную форму с некоторым сдвигом фазы [4]. Другими словами, основное предположение заключается в том, что по природе пульсовая волна состоит из комбинации определенного количества импульсов (единичных волн), исходящих из различных органов и систем организма и являющихся взаимодействующими компонентами пульсовой волны. Таким образом, математическое представление одного импульса – это один солитон. Следовательно, математическая модель пульсовой волны – это система из определенного количества солитонов, взаимодействующих между собой и имеющих набор параметров, определяющих все возможные его состояния. И центральную роль в предлагаемой модели играют свойства упругого взаимодействия между солитонами и солитонов с локальными возмущениями. Мы рассматриваем пульсовую волну, не принимая во внимание процессы регуляции кровотока, как распространение уединённых волн (пульсовой) в эластичной тонкостенной трубке. В результате анализа научной литературы по теории солитонов наиболее подходящим по классу моделируемых систем выбрано уравнение Кортевега де Фриза, имеющее солитонные решения, состоящие из солитонной и несолитонной части [1,4,5,6,7].

Солитонное решение уравнения Кортевега де Фриза (далее КдФ). Итак, рассматривается уравнение КдФ следующего вида:

$$K(u) = u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0, \tag{1}$$

где $u(x, t)$ – потенциал пульса; t – глобальное время одной моделируемой волны; x – локальное время одного моделируемого сердечного цикла.

В работе [1] представлен способ формирования N -солитонного решения данного уравнения методом Хироты. Общее решение уравнения КдФ состоит из солитонной и несолитонной части. В нашем случае рассматривается решение, в котором локальные возмущения (несолитонная часть) пренебрежимо малы. То есть мы строим в некоторой степени идеализированную модель, в которой не учитываются малые локальные возмущения [7,5]. Хирота показал, что в общем виде N -солитонное решение уравнения (1) имеет вид:

$$u(x, t) = 2 \frac{d^2}{dx^2} \ln F, \tag{2}$$

где F – определитель некоторой матрицы.

Получение 5-солитонного решения уравнения КдФ. Опуская промежуточные выкладки процесса получения N -солитонного решения, представим результат получения функции F в общем виде [1]:

$$F_N = \sum_{\mu=0,1} \exp \left(\sum_{i=1}^N \mu_i \eta_i + \sum_{1 \leq i < j}^N \mu_i \mu_j A_{ij} \right), \tag{3}$$

где $\mu_i = 0$ или 1 ; $e^{A_{ij}} = \left(\frac{k_i - k_j}{k_i + k_j} \right)^2$; $\eta_i = k_i x + \omega_i t - h_i^0$; $k_i, \omega_i, \eta_i^0, i = 1, N$ – параметры системы.

В результате подстановки (3) в (2) и определенных упрощений получаем следующий вид потенциала $u(x, t)$:

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^N u_i(x, t) + \sigma(x, t), \tag{4}$$

где $u_i(x, t) = \frac{1}{2} k_i^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{k_i x - \omega_i t + h_i}{2} \right)$, $\sigma(x, t)$ – сумма локальных возмущений (несолитонная часть решения). Функция $\sigma(x, t)$ имеет достаточно громоздкий вид, однако согласно [1] она оказывает несущественное влияние на форму волны:

$$|\sigma(x, t)| \ll \sum_{i=1}^N u_i(x, t).$$

При этом локальные возмущения достаточно сильно усложняют систему, получается довольно громоздкое решение. Поэтому предлагается рассмотреть потенциал (4) в следующем виде:

$$u(x,t) \approx \sum_{i=1}^N u_i(x,t)$$

Соответственно система (3) принимает вид при $t=0$:

$$u(x) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} k_i^2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{k_i x + h_i}{2} \right)$$

В результате расчетов при $N=5$ получено 5-солитонное решение:

$$u(x,t) = 2 \frac{d^2}{dx^2} \ln F_5 \quad (5)$$

где F_5 получаем из формулы (2), при $N=5$. Потенциал u (напряжение пульсовой волны) представляет собой сложную функцию из комбинаций показательных функций с основанием $\exp(e)$.

Идентификация параметров, входящих в решение. В полученное решение (5) входит ровно $3 \times N$ параметров, т.е. при $N=5$ ровно 15 параметров, через которые определяются переменные $\eta_i = k_i x + \omega_i t - h_i^0$, где $k_i, \omega_i, \eta_i^0, i = 1..5$ – параметры данной системы. В результате различных расчетов были получены следующие соотношения:

1. Амплитуда i -го солитона, плотно не взаимодействующего с другими солитонами, прямо пропорционально зависит от соответствующего параметра k_i , а именно $u_{\max i} = \frac{1}{2} k_i^2$. При плотном взаимодействии i -го, допустим, с $i+1$ солитоном амплитуды i и $i+1$ солитонов возрастают на величину $r_i = g(k_i, k_{i+1})$ и $r_{i+1} = g(k_{i+1}, k_i)$, где g - неизвестная функция;

2. Аргумент точки максимума i -го солитона определяется следующим выражением:

$$x_{\max i} = -\frac{-\omega_i t + h_i^{(0)}}{k_i}$$

3. Скорость по фазе (c) определяется как отношение коэффициентов при x и t . Для i -го солитона она равна $c_i = \frac{\omega_i}{k_i}$. В данном случае целесообразно брать все фазовые скорости одинаковыми, так как реальную пульсовую волну предполагаем не меняющейся во времени или хотя бы на некотором промежутке времени. То есть рассматривается частный случай: $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = c_5$. Отсюда получаем, что график модели пульсовой волны не меняется со временем, а просто осуществляется перенос графика на величину $c \Delta t$. Например, 3-солитонное решение, где фазовые скорости солитонов равны, наглядно представлено на рисунке 1.

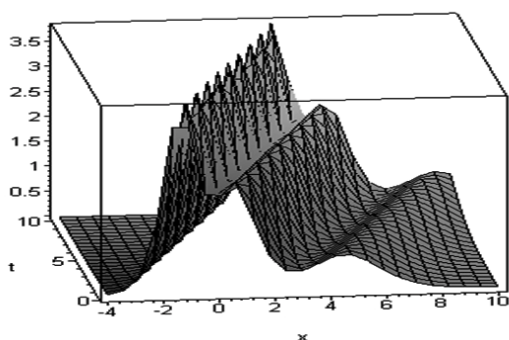


Рис. 1. Реализация 3-солитонного решения по времени с равными скоростями

Построение солитонного решения с параметрами реальной пульсовой волны

Если известны численные значения локальных максимумов, т. е. значение координат вершин каждого «горба» реальной пульсовой волны, то можно построить модель, соответствующую данной пульсовой волне. Для этого значения всех пяти вершин заносятся в приведенную ниже таблицу исходных данных.

Потенциал (u)	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
Фазовая координата пиков (x)	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5

Далее, используя соотношения, полученные при идентификации параметров, построена система уравнений следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} k_i^2 = u_i, & i = \overline{1,5}; \\ -\frac{\omega_i t + h_i^{(0)}}{k_i} = x_i, & i = \overline{1,5}; \\ \frac{\omega_i}{k_i} = \frac{\omega_{i+1}}{k_{i+1}}, & i = \overline{1,4}; \end{cases}$$

Данная система состоит из 14-ти уравнений и имеет 15 неизвестных. Для получения единственного решения предлагается задать произвольное значение одного из неизвестных параметров. Например, $\omega_1 = 1$, тогда данная система должна иметь единственное решение в виде числовых значений всех параметров модели. Подставив параметры в решение, мы получаем функцию $u=u(x)$ (из-за довольно громоздкого аналитического вида функции здесь она не приводится). Ниже представлены график этой функции с параметрами реальной пульсовой волны здорового человека и его фазовый портрет (рис. 2 и 3).

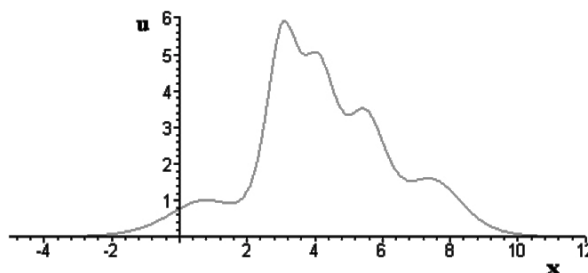


Рис. 2. Потенциал с параметрами реальной пульсовой волны здорового человека

Построенный график на рисунке 2 в достаточной степени точно повторяет контур реальной пульсовой волны. Из ранее проведенных исследований в данной области [2] известно, что фазовый портрет пульсовой волны здорового человека должен иметь вид, напоминающий форму сердца, что соответствует полученному графику на рисунке 3.

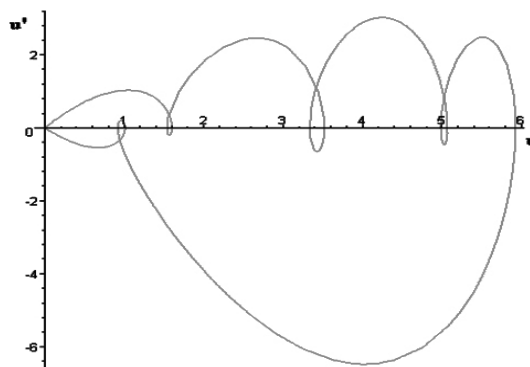


Рис. 3. Фазовый портрет функции $u=u(x)$

Заключение. В работе рассмотрен один из возможных подходов моделирования пульсовых волн человека на основе солитонного решения уравнения Кортевега де Фриза. С помощью метода Хироты получено 5-солитонное решение. Проведены расчёты в среде Maple 8, построены график и фазовый портрет по параметрам реальной пульсовой волны.

Таким образом, данный подход заслуживает более глубокого исследования. Детального изучения требуют параметры и характеристики данной системы, а также их связь с физиологическими процессами. В перспективе возможно введение в модель локальных возмущений для моделирования высокочастотных составляющих пульсовой волны.

Литература

1. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987. 480 с.
2. Бороноев В.В. Пульсовая диагностика заболеваний в тибетской медицине: физические и технические аспекты. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2005.
3. Волобуев А.Н. Течение жидкости в трубках с эластичными стенками // Успехи физических наук. 1995. Т.165, №2. С. 177-186.
4. Лэм Дж. Л. Введение в теорию солитонов. Череповец: Меркурий-ПРЕСС, 2000. 294 с.
5. Новокшенов В.Ю. Введение в теорию солитонов. М.: Ижевск: РХД, 2002. 96 с.
6. Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике. М.: Мир, 1989. 324 с.
7. Теория солитонов: метод обратной задачи / Б.Е. Захаров [и др.]. М.: Наука, 1980. 320 с.

Дармаев Тумэн Гомбоцыренович, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией вычислительных и геоинформационных технологий Научно-образовательного центра системных исследований и автоматизации Института математики и информатики Бурятского государственного университета. Тел. +7 (3012) 221215, e-mail: dtg@bsu.ru.

Цыбиков Анатолий Сергеевич, кандидат педагогических наук, старший научный сотрудник Научно-образовательного инновационного центра системных исследований и автоматизации Института математики и информатики Бурятского государственного университета. Тел. +7 (3012) 221215, e-mail: cas313@rambler.ru

Хабитиев Баир Викторович, научный сотрудник Научно-образовательного инновационного центра системных исследований и автоматизации Института математики и информатики Бурятского государственного университета. Тел. +7 (3012) 421665, e-mail: bairinc0@mail.ru

Darmaev Tumen Gombotsyrenovich, candidate of physical and mathematical sciences, head of laboratory of calculation and geoinformational technologies, scientific and educational center of system researches and automation, Institute of Mathematics and Computer Science, Buryat State University, e-mail: dtg@bsu.ru

Tsybikov Anatoly Sergeevich, candidate of pedagogical sciences, research associate, scientific and educational center of system researches and automation, Institute of Mathematics and Computer Science, Buryat State University, e-mail: cas313@rambler.ru

Khabituev Bair Viktorovich, research associate, scientific and educational center of system researches and automation, Institute of Mathematics and Computer Science, Buryat State University, e-mail: bairinc0@mail.ru

УДК 517.977

© Е.В. Дрыганова

МАГИСТРАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ В ДИСКРЕТНОЙ МОДЕЛИ РЕГИОНАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ,
гранты 12-01-00914-а, 12-01-98011-р_сибирь_a, 13-01-92200-Монг_a

Рассматривается схема поиска магистральных решений для дискретных управляемых систем и их последовательного уточнения. Магистральное решение находится при переходе от исходной задачи к задаче меньшего порядка выявлением и исключением пассивных дискретных цепочек. Эффективность данного подхода демонстрируется на моделях социо-эколого-экономических систем, связанных с решением актуальных проблем устойчивого развития.

Ключевые слова: магистральное решение, дискретная система, социо-эколого-экономическая система.

E.V. Dryganova

TURNPIKE SOLUTION IN THE DISCRETE MODEL OF REGIONAL DEVELOPMENT

The article copnsiders the scheme of turnpike research for discrete control systems and their sequential elaboration. A turnpike solution is while the transition from basic problem to the problem of lower degree by identification and

exception of passive discrete chains. The efficiency of this approach is demonstrated on models of socio-ecological-economic systems which are concerned with actual problem solution of stable development.

Keywords: turnpike solution, discrete system, socio-ecological-economic system.

Введение

В настоящее время многие прикладные задачи оптимального управления из различных областей оказываются вырожденными, имеющими точные или приближенные магистральные решения. Магистральное решение находится в результате исследования задачи меньшего порядка, получающейся из исходной выявлением и исключением пассивных дифференциальных связей или дискретных цепочек.

В статье определяется магистральное решение задачи оптимизации стратегии развития региона на основе дискретной эколого-экономической модели с учетом инновационного фактора.

1. Схема поиска магистральных решений

В работах [1,2,3] рассматривается эколого-экономическая модель оптимизации стратегии развития региона. В дискретной форме модель представляет собой управляемую систему с неограниченным линейным управлением вида

$$x(t+1) = g(t, x(t), u) + h(t)v, \quad t \in T = \{t_I, t_I + 1, \dots, t_F\}, u \in U(t, x), v \in R^k, \tag{1}$$

здесь $k \leq n, h - n \times k$ – матрица, имеющая ранг k .

Будем рассматривать задачу оптимального управления в стандартной форме как задачу (D, I) поиска минимизирующей последовательности функционала $I = F(t_I, x(t_I), t_F, x(t_F))$ на множестве D решений системы (1), удовлетворяющем дополнительным ограничениям и граничным условиям

$$x \in X(t) \subset R^n, (t_I, x(t_I), t_F, x(t_F)) \in \Gamma. \tag{2}$$

При некоторых дополнительных предположениях система (1) может быть преобразована в эквивалентную ей с точки зрения поставленной задачи систему меньшего порядка. Для этого строится вспомогательная система, называемая производной посредством линейного преобразования $y = \Lambda(t)x$, где $\Lambda(t)$ задается так, что $\Lambda(t+1)h(t) = 0$. Производная система имеет вид

$$y(t+1) = \Lambda(t+1)g(t, x, u), u \in U(t, x), x \in \{x : y = \Lambda(t)x\}. \tag{3}$$

По построению любое решение исходной системы $x(t)$ удовлетворяет производной, но не наоборот, причем производная система допускает разрывы $x(t)$, которая играет роль управляющей функции наряду с $u(t)$ со значениями на множестве $Q(t, y)$. Иными словами, множество решений производной системы шире, чем исходной.

Тем не менее исходная и производная системы эквивалентны в том смысле, что любая траектория производной системы в пространстве (t, x) аппроксимируется последовательностью траекторий исходной $x_s(t)$ почти всюду на заданном отрезке $[t_I, t_F]$.

Перейдя к новым переменным $y = \eta(t, x), z = \zeta(t, x)$ (по взаимно однозначному преобразованию как показано), исходная система (1) имеет вид

$$y(t+1) = g^y(t, y, z, u), \tag{4}$$

$$z(t+1) = g^z(t, y, z, u) + h^z(t, y, z)v, \tag{5}$$

а производная система в новых переменных получается исключением уравнения (5).

Решение производной системы в пространстве $(t, x), x(t)$ рассматривается как обобщенное решение исходной системы, называемое импульсным режимом. Каждый непрерывный участок $x(t)$ называется магистралью.

Заменим дискретную цепочку в (1) соответствующей производной системой. Тем самым множество D заменяется некоторым более широким множеством E , поскольку при этом происходит исключение цепочки (5). Соответствующую задачу о минимуме рассматриваемого функционала I на E назовем производной задачей.

Из того, что $D \subset E$ и из аппроксимируемости любого элемента из E последовательностью из D следует, что в (2) имеет место равенство, исходная задача эквивалентна производной и ее решение является магистральным.

Таким образом, для рассматриваемого класса дискретных управляемых систем с неограниченным линейным управлением она заведомо вырождена: имеется пассивная дискретная цепочка, выявленная в ходе преобразований и которая как раз и исключается. В итоге исходная задача заменяется точно или приближенно производной задачей, имеющей меньший порядок, что означает упрощение исходной. В свою очередь, если производная задача вырождена, то она вновь может быть преобразована к производной задаче и т.д. до тех пор, пока такая процедура возможна.

2. Пример

Рассматривается дискретная версия модели региона с инновационным сектором, подробно описанная в [1]. Временной шаг равен одному году.

$$k(t+1) = k(t) + u - \delta k(t), \quad (6)$$

$$r(t+1) = r(t) + \bar{r} + N(r(t) - \bar{r}) - Cy + z, \quad 0 \leq y \leq g(k, L), \quad (7)$$

$$\theta(t+1) = \theta(t) + (d + H \frac{u}{k})(\bar{\theta} - \theta(t)), \quad \theta(0) = 0, \quad (8)$$

$$\Pi(t+1) = \Pi(t) + (1 - A)y - Bu - A^z z - A^d kd - s(r - \bar{r})^2. \quad (9)$$

Здесь y, z, d – выпуск продукции, темп активного природовосстановления и темп активных инноваций; c – конечное потребление; $k, g(k, L), u, \delta$ – соответственно основные фонды, мощность, инвестиции и темп амортизации; L – население (предполагается, что трудовые ресурсы, от которых фактически зависит мощность, пропорциональны населению); A, A^z, A^d – коэффициенты прямых затрат в производственном, природовосстановительном и инновационном секторах; B – коэффициент фондообразующих затрат; r – индекс состояния природной среды и ресурсов; $\bar{r}(t)$ – заданная функция (опорная), например, получаемая из статистического прогноза; N, C – коэффициенты самовосстановления и прямого воздействия экономики на природную подсистему; θ – инновационный индекс, имеющий смысл среднего процента инновационных изменений некоторой группы параметров (в данном случае A и C) относительно их значений в начальный момент времени; $\bar{\theta}(t)$ – значение θ , соответствующее мировому уровню в данный момент; H – коэффициент, отражающий влияние инвестиций, связанных с расширением производства; Π имеет смысл дохода за вычетом штрафа $s(r)$ за экологические нарушения на заданном временном интервале.

Предполагается, что $g(k, L)$ – классическая вогнутая производственная функция, а коэффициент прямых затрат A может быть снижен за счет инноваций вместе с другим важным параметром – коэффициентом C , т.е. будем рассматривать эти коэффициенты как функции $A(\theta)$ и $C(\theta)$ с указанными свойствами. Учитывается удорожание инвестиций с ростом их «инновационности» посредством возрастающей зависимости $B(H)$. Остальные коэффициенты для простоты принимаются константами.

Предполагается также, что природо-восстановительная и текущая инновационная деятельность ведется на существующих мощностях и требует лишь дополнительных текущих затрат. При этом переменные y, z, u и d рассматриваются как управления, подчиненные ограничениям:

$$\dot{k} \geq 0, \dot{r} \geq 0, 0 \leq y \leq g(k, L), d \geq 0. \quad (10)$$

В [1,2] при идеализирующих допущениях находится магистральное решение, не зависящее непосредственно от граничных условий. Опишем кратко процедуру его нахождения.

Для удобства θ заменяется новой переменной $\gamma = H \ln k + \ln(\bar{\theta} - \theta)$, тем самым упрощая связь (8):

$$\gamma(t+1) = \gamma(t) - (d + H\delta), \gamma(0) = H \ln k_0 + \ln \bar{\theta}. \quad (11)$$

Нетрудно видеть, что в силу заданных дифференциальных связей и ограничений получаются естественные верхняя $(\cdot)_u$ и нижняя $(\cdot)_l$ границы изменений искомых функций $k(t), r(t)$ и $\gamma(t)$:

$$k_u = k_F \geq k(t) \geq k_l = k_0, r_u = r_F \geq r(t) \geq r_l = r_0, \gamma_u = \gamma_0 - H\delta t \geq \gamma_t \geq \gamma_l = \gamma_F - H\delta(t - t_F).$$

В соответствии с теорией вырожденных задач управления u, z принимаются неограниченными и производится двукратный переход к эквивалентной производной задаче первого порядка о максимуме функционала Π посредством преобразований $x = \Pi + p(A^z r + Bk), \xi = x - pA^d k_0 \gamma$.

Коэффициенты A и C задаются следующим образом:

$$A = (1 - a\theta)A_0, C = (1 - (1 - a)\theta)C_0, 0 \leq a \leq 1,$$

Положим $g(k, L) = mk^\alpha L^{1-\alpha}$ (это известная функция Кобба-Дугласа), $L = const$ (при этом $g(k, L) = qk^\alpha$), $s(r) = s(r - \bar{r})^2$, где s – коэффициент штрафа. С учетом этих предположений и при естественном условии рентабельности экономики дело сводится к максимизации суммы

$$\Pi = \sum_{t_1}^{t_F-1} ((\lambda(r) + \mu(r)\bar{\theta})qk^\alpha - \mu(r)e^{\gamma} qk^{\alpha-H} - B\delta k + A^z N(r - \bar{r}) - s(r - \bar{r})^2) - B(k_F - k_0) - A^z (r_F - r_0) + A^d k_0 (\gamma_F - \gamma_0 + H\delta t_F), \tag{12}$$

где $\lambda(r) = 1 - b(r)A_0 - A^z C_0$, $\mu(r) = \max(b(r)A_0, A^z C_0)$.

Последняя сводится к серии конечномерных задач при каждом t . Из решения (9) находится магистраль, по которой определяется верхняя граница функционала.

Расчеты проводились для условного Байкальского региона при следующих исходных данных:

$t_F = 20, A_0 = 0.5, \delta = 0.05, C_0 = 0.7 \cdot 10^{-5}, B = 1, A^z = 8000, k_0 = 400, k_F = 800, r_0 = 0.8, r_F = 0.9, \bar{r} = 1, N = -0.01, q = 12, \alpha = 0.7, s = 1200, H = 0.5, A^d = 1, b_1 = 0, b_2 = 0$.

Для решения производной задачи применялся метод проекции градиента.

Приведем результаты вычислительных экспериментов, в которых исследовалась зависимость значения Π от шага дискретизации, который менялся в диапазоне от 10^{-1} до 10^{-4} . В таблице 1 приведены результирующие значения целевого функционала.

Δt	Π_F
10^{-1}	14693,924
10^{-2}	14694,48
10^{-3}	14694,5355
10^{-4}	14694,5416

На рисунках 1-3 представлено магистральное решение

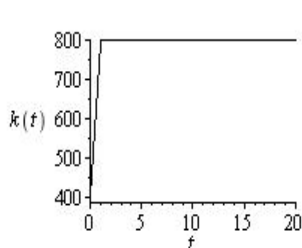


Рис 1.

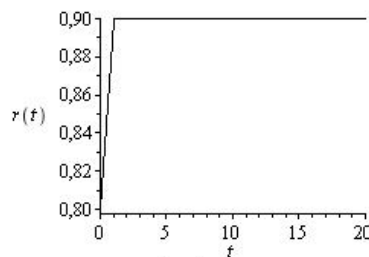


Рис 2.

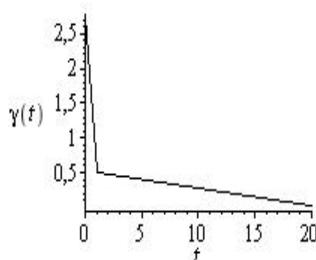


Рис 3.

Заключение

В работе [3] магистральное решение в задаче оптимизации стратегии развития на примере Байкальского региона находится на основе непрерывной модели. При этом значение функционала $P_F \approx 14694,542$. В данной работе в ходе проведенных вычислительных экспериментов показано, что предлагаемый подход позволяет найти сравнимое по точности приближенное решение. При этом трудоемкость рассматриваемого метода существенно меньше, поскольку вычисление решения производится в конечном числе точек. Результирующие значения целевого функционала, как и следовало ожидать, при уменьшении шага дискретизации приближаются к расчетному значению на непрерывной модели и при $\Delta t < 10^{-2}$ целевой функционал перестает практически меняться. Таким образом, предлагаемый подход может быть достаточно эффективен для расчета приближенно-оптимальных (магистральных) решений задач рассматриваемого класса.

Найденное магистральное решение может служить хорошим начальным приближением для итерационных процессов, используемых для дальнейшего уточнения оптимального решения в модели оптимизации стратегии развития на примере Байкальского региона

Литература

1. Гурман В.И., Ухин М.Ю. Магистральные решения в задачах оптимизации стратегий развития регионов // Автоматика и телемеханика. 2004. №4. С. 108-117.
2. Бельшев Д.В., Соловьева О.В. Анализ инновационных эффектов развития региона на социо-эколого-экономической модели // Программные системы: теория и приложения. М.: Наука, Физматлит, 2004. Т. 2. С. 37-444.
3. Будаева Д.Ц., Гусева И.С., Насатуева С.Н. Влияние инвестиций и прямых инновационных затрат на оптимальные стратегии развития региона // Программные системы: теория и приложения: электрон. науч. журн. 2012. Т.3, №5(14). С. 23-32.

Дрыганова Екатерина Вячеславовна, аспирант Бурятского государственного университета, тел. 89148312588, e-mail: dev8@mail.ru

Dryganova Ekaterina Vyacheslavovna, postgraduate student, Buryat State University.

УДК 517.977.5

© Л.М. Макшанова, Н.З. Злыгостева, Д.Ц. Митупова, М.С. Содномова

ОПТИМИЗАЦИЯ ТКС ПО КРИТЕРИЮ МАКСИМУМА РЕНТАБЕЛЬНОСТИ ПРЕДОСТАВЛЕНИЯ ИНФОТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ УСЛУГ ПРОВАЙДЕРА

В работе представлена математическая постановка задачи синтеза структуры ТКС согласно максимума рентабельности. Решена задача оптимального размещения контент и кэш-серверов, для локализации внутреннего трафика и уменьшения затрат на закупку внешнего трафика провайдера. Моделирование и решение поставленных задач производится с помощью методов теории графов и гиперсетей. Предложенный алгоритм может быть использован операторами и провайдерами для эффективного использования ресурсов сети.

Ключевые слова: *мультисервисная сеть, пропускная способность, контент и кэш-сервер, рентабельность, целевая функция.*

L.M. Makshanova, N.Z. Zlygosteva, D.Ts. Mitupova, M.S. Sodnomova

OPTIMIZATION OF TKS BY CRITERION OF PROFITABILITY MAXIMUM OF PROVIDING INFOTELECOMMUNICATION SERVICES OF PROVIDER

The article presents the mathematical statement of a problem of TKS structure synthesis according to profitability maximum. The problem of optimum placement of content and cache servers has been solved for localization of internal traffic and reduction of expenses on purchase of provider's external traffic. The modeling and solution of objectives is done by means of methods of the theory of graphs and hyper networks. The proposed algorithm can be used by operators and providers for effective use of network resources.

Keywords: *multiservice network, bandwidth, content and cache server, profitability, objective function.*

Введение

Телекоммуникационный рынок характеризуется конкуренцией между провайдерами услуг, где абоненты сети мигрируют к другому оператору при лучших условиях предоставления услуг. Как правило, предоставление широкого спектра услуг требует значительных капиталовложений в развитие инфраструктуры передачи данных, что не всегда возможно с экономической точки зрения предприятия. Поэтому требуются новые и эффективные подходы модернизации и оптимизации операторских сетей. Оптимизационной задачей является определение структуры и параметров элементов сети, удовлетворяющие критерию качества услуг и обслуживания при минимальных затратах. Экономическим критерием данной задачи выбрана рентабельность услуги, которая комплексно отражает степень эффективности использования материальных, трудовых и денежных затрат. Решая задачу оптимизации ТКС, подчеркнем, что фиксированными параметрами являются: количество абонентов, объемы предоставляемых услуг и их качество. Варьируемыми – структура сети и параметры ее элементов.

Одним из наиболее действенных мероприятий, направленных на достижение заданных показателей экономической эффективности является повышение доли трафика, локализуемого внутри сети Оператора. Для этого размещаются различные серверы (почтовый, игровой, файловый и т.д.), объединенные локальной сетью Оператора.

Для уменьшения расходов на внешний трафик могут реализовываться один или два кэш-сервера. Вместо того чтобы посылать новый запрос по восходящему каналу к Web-серверу, локальная сеть интернет-провайдера просто пошлет новую копию странички, сохраненной в кэше. Это делает загрузку Web-странички более быстрой для пользователя и сохраняет пропускную способность восходящего канала Оператора.

Необходимо решить задачу оптимального размещения контент-серверов. Размещать нужно по принципу резервирования наиболее загруженных каналов и оборудования, учитывая экономическую составляющую и спрос будущих потребителей контент-услуг.

Впервые в качестве целевой функции предлагается максимизация рентабельности, как показатель эффективности деятельности оператора, учитывающий весь перечень варьируемых параметров, используемых для технической оптимизации сети с учетом экономической теории. При анализе телекоммуникационных сетей используется теория гиперсетей описанная в работах Попкова В.К. [4], свободная от ряда недостатков, присущих графам.

Задача размещения контент-серверов

Математическая постановка задачи размещения определяется конфигурацией области обслуживаемых точек и способом размещения. Задачи такого рода моделируются и решаются с помощью методов теории графов и гиперсетей.

Будем считать, что первичная сеть гиперсети N задана графом $PS = (X, V)$, где X – множество вершин: $|X| = n$; V – множество каналов связи: $|V| = m$. Каждый канал характеризуется нагрузкой и пропускной способностью.

Вторичная сеть задана множеством тяготеющих пар X' , на котором возможны различные соединения между вершинами.

Математическая модель и постановка задачи

Рассмотрим постановку задачи синтеза топологической структуры и параметрического синтеза ТКС по критерию максимума рентабельности провайдера инфотелекоммуникационных услуг.

Синтезируемая ТКС имеет иерархическую структуру и содержит топооснову, первичную (магистральную) и вторичную сеть (сеть доступа). Магистральный сегмент соединяет каналами связи (КС) узлы доступа (УД). УД обеспечивают передачу информации через магистральный сегмент между абонентами сети (АС), закрепленными за разными УД. Магистральный сегмент помимо УД содержит узлы управления, узлы предоставления услуг и шлюзы в вышестоящую сеть.

- Сведение задачи к известной путем преобразования гиперсети любого типа (в зависимости от вида маршрутов) к графу или к ориентированному графу.

- Применение алгоритма Дейкстры к полученному графу с целью поиска дерева кратчайших цепей.

- Нахождение места положения контент-серверов по алгоритмам соответствующим поставленным задачам. Для каждой задачи здесь необходимо построить собственный алгоритм.

Первый этап задачи – осуществление синтеза гиперсети с учетом пропускных способностей каналов. При решении этой задачи для каждой пары вершин множества X' ищется кратчайший маршрут соединения по ветвям первичной сети с учетом ограничений на пропускные способности. Для синтеза гиперсети воспользуемся модификацией алгоритма Флойда, в результате которого получим вложение вторичной сети в первичную.

Второй этап – поиск наиболее загруженных контент-серверов. В качестве веса вершины возьмем величину обратно пропорциональную пропускной способности линии, выбор критерия объясняется тем, что при любых мощностях серверов «узким местом» является пропускная способность линии. В качестве веса ребра возьмем реальную загруженность линии (Гб/с).

Третий этап – составление целевой функции.

Целевая функция является критерием оптимальности решения задачи. Различают ряд видов целевых функций: линейная, нелинейная, целочисленная, булева, выпуклая, квадратичная и др. – в соответствии с формой математической зависимости, которую они отображают.

Целевая функция обязательно содержит существенные параметры δ_i , относительно которых находится оптимальное решение (*min* или *max*) задачи.

$$\Psi(\delta_i) \rightarrow opt \quad (1)$$

В частности, задача поиска проектных решений для сетей связи в целевой функции, как правило, содержит параметры, влияющие на величину капитальных затрат.

Например,

$$\psi = \sum_{i \in L'} C_i x_i + \sum \rho_{L'}(x_i, x_j) \cdot S_k \rightarrow \min \quad (2)$$

S_k – цена 1 км кабеля, $\rho_{L'}(x_i, x_j)$ – длина кабеля между станциями x_i и x_j в сети кабельной канализации L' , C_i – стоимость i -го участка сети L' ,

Составим целевую функцию для решения задачи оптимального размещения контент и кэш-серверов.

Затраты на организацию и эксплуатацию ЛС (линии связи) длиной P_{ij} , опишем формулой:

$$W^{ЛС} = \rho_{L'}(x_i, x_j) \cdot S_k, \quad (3)$$

Затраты на организацию КС (канала связи) заданной пропускной представим в виде:

$$W^{КС} = \alpha \cdot c_{ij}^{\beta} \quad (4)$$

где c_{ij} – пропускная способность КС между пунктами i и j , бит/с;

α – удельные расходы на единицу пропускной способности;

β – степенной коэффициент $0 < \beta \leq 1$.

В работе [1] предлагалось решение задачи синтеза топологии сети по критерию максимума прибыли оператора связи. В данной работе в качестве целевой функции предлагается максимизация рентабельности. Так как этот показатель эффективности деятельности оператора учитывает весь перечень варьируемых параметров, используемых для технической оптимизации сети с учетом экономической теории.

Необходимо найти оптимальную структуру сети и определить пропускные способности КС (каналов связи) при которых обеспечивается передача заданных информационных потоков H между узлами Z^S , так, чтобы рентабельность оператора связи была максимальной. Характеристики качества предоставления услуг абонентам не должны быть хуже требуемых.

Целевая функция максимизации рентабельности имеет следующий вид:

$$\max \left(\frac{E}{W_{CAP} + W_{OP}} \right), \quad (5)$$

где E – доход, получаемый оператором от предоставления услуг:

$$E = \sum_m \sum_k q_k(m) \cdot v_{mk} \cdot E(s_k), \tag{6}$$

где $E(s_k)$ – доход, получаемый оператором связи при предоставлении абоненту услуги s_k в единичном объеме;

$\bar{q}(m) = (q_k(m))$ – вектор объемов услуг, от абонента a_m ;

$V = \parallel v_{mk} \parallel$ матрица услуг $v_{mk} = 1$, если услуга s_k предоставляется абоненту a_m в полном объеме, иначе $v_{mk} = 0$.

W_{CAP} - затраты оператора на приобретение и установку серверов запишем в виде:

$$W_{CAP} = \sum_{r=1}^N [D(Z_r^S) b_r], \tag{7}$$

где $Z^S = \{z_r^S\}$ – множество узлов, где установлены сервера. Данные узлы сети являются источниками или получателями информационных потоков, возникающих при предоставлении услуг абонентам;

$D(z_r^S)$ – затраты на установку сервера.

W_{OP} - затраты оператора на организацию магистральных каналов связи и эксплуатацию серверов:

$$W_{OP} = \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N [\omega^Z(c_{rs}) + d_{rs}^Z] \cdot b_{rs}^Z, \tag{8}$$

где: $\omega^Z(c_{rs})$ – затраты на организацию КС пропускной способностью c на магистральном участке сети;

$F = \parallel f_{rs} \parallel$ – матрица информационных потоков в сети, бит/с;

$C = \parallel c_{rs} \parallel$ – матрица пропускных способностей каналов связи, бит/с;

d_{rs}^Z - затраты на организацию ЛС между узлами на магистральном участке сети;

$B^Z = \parallel b_{rs}^Z \parallel$ – матрица смежности на магистральном участке сети, где

$b_{rs}^Z = \begin{cases} 1, & \text{если узел } r \text{ связан с узлом } s \text{ канала связи магистрального сегмента,} \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$

Формула затрат примет вид:

$$W = \sum_{r=1}^N [D(Z_r^S) b_r] + \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^N [\omega^Z(c_{rs}) + d_{rs}^Z] \cdot b_{rs}^Z. \tag{9}$$

Сформулируем требования и ограничения накладываемые на гиперсеть:

- на качество предоставления услуг;
- на пропускную способность каналов связи: $f_{rs} < c_{rs}, \forall r, s, b_{rs}^Z \neq 0$;
- множества трасс линейных сооружений реализованы по независимым путям в топооснове;
- количество серверов в сети.

Решение поставленной задачи

Анализ математической модели задачи синтеза мультисервисной ТКС в приведенной выше постановке показал, что данная задача относится к NP – сложным.

Целевой функцией данной оптимизационной задачи является рентабельность, которая находится, как отношение дохода получаемого при оказании инфотелекоммуникационных услуг и расходов, ко-

торые несет оператор при оказании абоненту перечня услуг, оплачиваемого им. Для увеличения значения целевой функции необходимо увеличить первую составляющую и добиться минимума второй. В данной работе для решения поставленной задачи предлагается использовать эвристический алгоритм, который состоит из следующих этапов:

1. Синтез топологии мультисервисной ТКС согласно критерию минимума стоимости, при условии полного удовлетворения заявок абонентов $v_{ik} = 1, \forall i, k \quad q_k(i) > 0$.

2. Решение задачи выбора оптимальных значений параметров структурных элементов ТКС согласно критерию минимума стоимости.

3. Повторяем этапы 1 и 2 пока все возможные кандидаты на удаление не будут просмотрены.

Заключение

При использовании данного критерия в процессе проектирования дополнительно появляется такой варьируемый параметр как перечень предоставляемых услуг и множество абонентов, которым предоставляются услуги. В результате решаемая оптимизационная задача является более близкой к задачам, решаемым при создании бизнес-планов операторов связи.

По результатам решения задачи в БФ ОАО «Ростелеком» были определены места размещения серверов и получены следующие результаты:

- увеличение доли внутреннего трафика в сети с 64 до 71%;
- снижение внешнего трафика и экономия полосы пропускания до 15%

Предложенная модель позволяет осуществлять эффективное использование и распределение телекоммуникационных ресурсов. Развитие собственных внутренних сервисов позволило снизить затраты на закупку магистрального трафика и улучшить скоростные параметры раздачи файлов, несмотря на рост абонентской базы.

Литература

1. Агеев Д.В. Синтез структуры мультисервисной телекоммуникационной системы согласно критерию максимума прибыли оператора связи // Наукові Записки Українського Науково-дослідного Інституту Зв'язку, 1(13). 2010. С.84–88.

2. Зайченко Ю.П., Гонга Ю.В. Структурная оптимизация сетей ЭВМ. – Киев: Техника, 1986. 168 с.

3. Кучерявый А.Е., Кучерявый Е.А. Иерархические и молекулярные сети связи общего пользования / А.Е. Кучерявый // Электросвязь. – 2008. – № 2. – С. 16-18.

4. Попков В.К. Гиперсети и структурные модели сложных систем. СМ–6. Новосибирск, 1981. С. 26–48.

Макишанова Лариса Михайловна, кандидат технических наук, начальник отдела по работе с операторами связи БФ ОАО «Ростелеком», тел.: 83012217617, e-mail: Larisa.M.Makshanova@sibir.rt.ru

Злыгостева Наталья Зориктуевна, аспирант Сибирского государственного университета телекоммуникации и информатики, ведущий инженер станционного участка №4 СЦ ГЦТЭТ ГЦТ БФ ОАО «Ростелеком», тел.: 89243952231, e-mail: nnadmitova@mail.ru

Митупова Дарима Цыреновна, инженер группы ЭКО ООО "Хуавэй Текнолоджис Сервисез" в Республике Бурятия, тел. 89644000026, e-mail: darima_mtp@mail.ru

Содномова Марина Станиславовна, инженер группы ЭКП ОАО МТС в Республике Бурятия, тел.: 89140536956, e-mail: sodnomova86@gmail.com

Makshanova Larisa Mikhailovna, candidate of technical sciences, head of department for work with communication providers, Buryat branch of Rostelecom.

Zlygosteva Natalia Zoriktuевна, postgraduate student, Siberian State University of Telecommunication and Informatics, leading engineer of digital exchange № 4, Buryat branch of Rostelecom.

Mitupova Darima Tsyrenovna, engineer of switching systems, Irkutish branch of Huawei Technologies Co., Ltd.

Sodnomova Marina Stanislavovna, engineer of switching systems MTS in the Republic of Buryatia.

ЗАДАЧА ДЕКОМПОЗИЦИИ ПОКАЗАТЕЛЯ IPDV, УСТАНОВЛЕННОГО ДЛЯ СЕТИ СЛЕДУЮЩЕГО ПОКОЛЕНИЯ

В статье рассматривается задача декомпозиции показателя IPDV, определяющего вариацию задержки пакетов в сети следующего поколения. Предложена математическая модель тракта обмена пакетами между интерфейсами пользователь-сеть в виде многофазной системы массового обслуживания. Для этой модели получены соотношения, позволяющие выполнить декомпозицию исследуемого показателя по отдельным фазам в зависимости от их количества и уровня загрузки. Оценена точность предлагаемого метода для декомпозиции вариации задержки пакетов в сети следующего поколения.

Ключевые слова: сеть следующего поколения, вариация задержки пакетов, интерфейс пользователь-сеть, декомпозиция, система массового обслуживания.

A.A.S. Mohammed

DECOMPOSITION PROBLEM OF THE IPDV INDEX ESTABLISHED FOR THE NEXT GENERATION NETWORK

This article considers a decomposition problem of the IPDV index that defines variation of packet delay in the next generation network. A model of packet connection between user-network interfaces as a multistage queuing system is proposed. For this model, equations have been derived that allow to decompose the studied index on different stages depending on their number and level of load. An accuracy of proposed method for decomposition of packet delay variation in the next generation network has been estimated.

Keywords: next generation network, packet delay variation, user-network interface, decomposition, queuing system.

Введение

Показатели качества обслуживания мультисервисного трафика в сети следующего поколения (она известна по аббревиатуре NGN) определяются в основном рекомендациями Международного союза электросвязи (МСЭ) Y.1540, Y.1541 и Y.1542 [1 – 3]. Эти показатели нормированы между интерфейсами пользователь-сеть (UNI – в технической литературе на английском языке). Для проектирования сети класса NGN и ее эксплуатации необходимо провести декомпозицию показателей качества обслуживания по основным элементам телекоммуникационной системы, в качестве которых уместно выбрать узлы коммутации (УК) или их совокупность.

Основная сложность проведения декомпозиции возникает для показателя IPDV, который назван вариацией времени задержки IP-пакетов, а в ряде публикаций – джиттером. Значение IPDV равно разности двух величин. Первая величина представляет собой квантиль распределения времени задержки IP-пакетов между двумя интерфейсами UNI – t_p . Вторая величина представляет собой минимально возможное время доставки IP-пакетов между двумя интерфейсами UNI – t_{min} . В текущих версиях рекомендаций МСЭ величина p (значение функции распределения) установлена на уровне 0,999, а IPDV – 50мс. Эти значения будут уточняться по мере накопления опыта эксплуатации сетей класса NGN.

Оценка величины t_{min} для интерфейсов UNI представляет собой тривиальную задачу. Декомпозиция этой величины по элементам сети осуществляется при помощи простых процедур [3]. Иная ситуация складывается с декомпозицией квантиля t_p . Для этого необходим анализ многофазной системы массового обслуживания. Решению этой задачи посвящена данная статья.

1. Математическая модель

Тракт обмена IP-пакетами между интерфейсами UNI в общем случае включает m УК. Это позволяет в качестве объекта исследования выбрать m -фазную систему массового обслуживания. Для изучения процессов задержки IP-пакетов время распространения сигналов между двумя интерфейсами UNI можно учитывать отдельно, так как данная величина является постоянной. При вычислении показателя IPDV значение величины не существенно.

Тогда исследуемая модель включает m фаз. На i -ю фазу ($i = \overline{1, m}$) поступает поток заявок (ими становятся IP-пакеты) с интенсивностью λ_i . Интенсивность обработки заявок на i -й фазе модели обозначается греческой буквой μ_i . Для получения приближенных оценок будем полагать, что поток заявок на входе каждой фазы является пуассоновским, а время обслуживания заявок – случайная величина, распределенная по экспоненциальному закону.

Каждая фаза предложенной модели представляет собой однолинейную систему массового обслуживания, обозначаемую в классификации Кендалла [4] следующими символами $M/M/1$. Следует отметить, что упрощенная модель вида $M/M/1$ используется только для выявления ряда общих закономерностей, касающихся изменения показателя IPDV. Далее будет предполагаться, что все величины λ_i равны между собой. В этом случае нижний индекс i можно не использовать. Аналогичная гипотеза принимается для величин μ_i .

2. Исследование предложенной модели

Отношение λ к μ , которое называется нагрузкой (или загрузкой) системы и обычно обозначается буквой ρ , при использовании дисциплины обслуживания заявок с возможностью ожидания в очереди должно быть меньше единицы [1]. Для принятых выше допущений функция распределения времени задержки заявок $S(m, t)$ может быть представлена в такой форме [5]:

$$S(m, t) = 1 - e^{-(1-\rho)\mu t} \cdot \sum_{k=0}^{m-1} \frac{[(1-\rho)\mu t]^{m-k-1}}{(m-k-1)!} \quad (1)$$

Значение квантиля t_p находится численно из этого соотношения при условии, что $S(m, t) = p$. На рис. 1 показана зависимость квантиля t_p для $p = 0,999$ от нагрузки каждой фазы ρ и количества фаз обслуживания m . Графики построены при условии, что $\mu=1$. Количество фаз меняется от 1 до 7, а нагрузка – в диапазоне от 0,1 до 0,9. Величина квантиля, отложенная по оси ординат, нормирована к среднему времени обслуживания заявок, которое для принятых допущений равно единице.

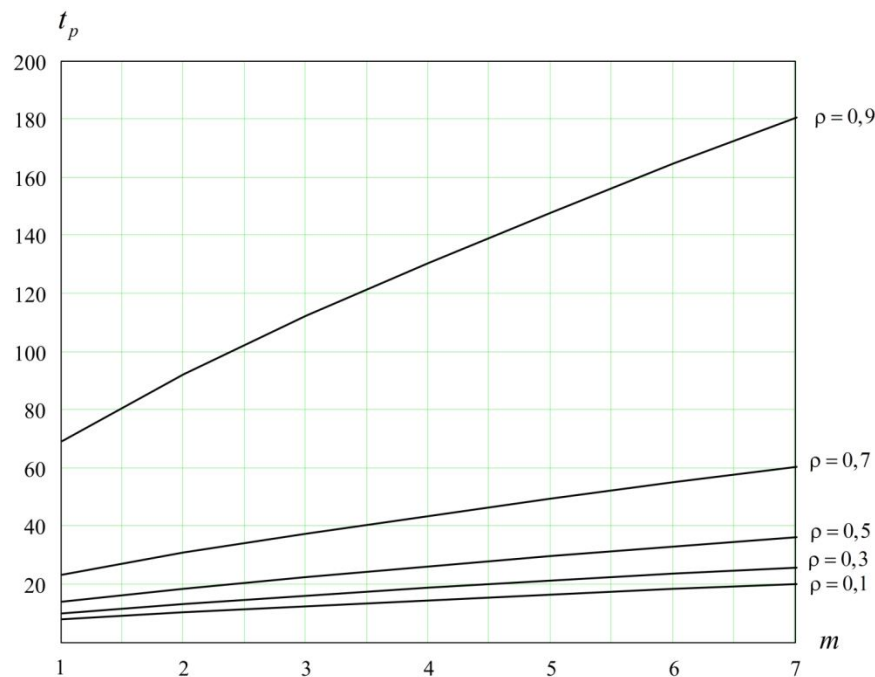


Рис. 1. Зависимость квантиля t_p от нагрузки и количества фаз

Характер кривых свидетельствует о том, что величина квантиля по мере роста количества фаз обслуживания меняется линейно. Этот факт позволяет оценивать квантиль при помощи функции от m и ρ , обозначаемой ниже как $t_p(m, \rho)$:

$$t_p(m, \rho) = a(m, \rho) \cdot m + b(m, \rho) \quad (2)$$

Коэффициенты $a(m, \rho)$ и $b(m, \rho)$ вычисляются методом наименьших квадратов. Анализ характера изменений этих коэффициентов позволил получить следующее приближение:

$$t_p(m, \rho) \approx \frac{1,838 \cdot m + 5,468}{1 - \rho} \quad (3)$$

Точность полученного приближения оценивается ошибкой в расчете исследуемого квантиля. При $0,1 \leq \rho \leq 0,9$ и $2 \leq m \leq 7$ относительная ошибка в расчете квантиля по приближенной формуле не превышает 6%, что вполне приемлемо для большей части задач, связанных с декомпозицией показателя IPDV. Обозначим значение квантиля распределения времени задержки заявок на одной фазе через x . Линейная зависимость $t_p(m, \rho)$ от m позволяет подставить в левую часть полученного приближения произведение $m \cdot x$. Тогда величина x оценивается по простой формуле:

$$x = \frac{1,838 \cdot m + 5,468}{(1 - \rho) \cdot m} \quad (4)$$

Величина показателя IPDV с точностью до константы, вычисление которой не представляется сложной проблемой, определяется квантилем. Это позволяет считать, что поставленная задача решена.

Заключение

Полученное соотношение для оценки квантиля распределения времени задержки IP-пакетов между интерфейсами UNI позволяет решить задачу декомпозиции показателя IPDV по элементам сети NGN. Правда, приведенные в статье результаты можно считать справедливыми только для предложенной модели, которая базируется на ряде весьма существенных допущений. Направлением дальнейших исследований становится изучение применимости столь же простых приближений для моделей сети класса NGN более сложного вида.

Литература

1. ITU-T. Internet Protocol Data Communication Service – IP Packet Transfer and Availability Performance Parameters.Recommendation Y.1540. – Geneva, 2011.
2. ITU-T. Network performance objectives for IP-based services.Recommendation Y.1541. – Geneva, 2011.
3. ITU-T. Framework for achieving end-to-end IP performance objectives.Recommendation Y.1542. – Geneva, 2010.
4. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. – М.: Машиностроение, 1979.
5. Соколов А.Н., Соколов Н.А. Однолинейные системы массового обслуживания: учеб. пособие. СПб.: Изд-во СПбГУТ, 2010.

Мохаммед Ала Абдулрахман Саид, аспирант кафедры инфокоммуникационных систем Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича. Тел.: 8-911-260-51-99, e-mail: ala_fath@mail.ru.

Mohammed Ala Abdulrahman Saeed, Ph.d student, infocommunication systems department, Saint-Petersburg State University of Telecommunications named after prof. M.A. Bonch-Bruevich, tel.: +79112605799, e-mail: ala_fath@mail.ru

УДК 517.977

© С.Н. Насатуева, П.С. Ильичева

ВЛИЯНИЕ ИНВЕСТИЦИЙ И ПРЯМЫХ ИННОВАЦИОННЫХ ЗАТРАТ НА ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ РАЗВИТИЯ РЕГИОНА С УЧЕТОМ ЭКОНОМИЧЕСКИХ УЩЕРБОВ ОТ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ НАРУШЕНИЙ

Работа выполнена при финансовой поддержке РГНФ (проект 11-02-00171-а)
и РФФИ (проект 12-01-00256, 12-01-98011-р_сибирь_a, 13-01-92200-Монг_a).

В настоящее время по имеющейся статистике проблематично оценивать инновационные процессы в регионе в терминах «затраты-результаты», что затрудняет стратегическое планирование развития. В статье предлагается нормативный подход к этой проблеме с использованием концептуальной модели региона – определять приемлемые значения важнейших инновационных параметров путем организации целенаправленных вычислительных экспериментов с этой моделью.

Ключевые слова: оптимальное управление, ресурсы, магистрали, инновации.

INFLUENCE OF INVESTMENT AND DIRECT INNOVATIVE EXPENDITURES
ON OPTIMAL STRATEGIES OF REGION DEVELOPMENT
IN VIEW OF ECONOMIC LOSS FROM ENVIRONMENTAL VIOLATIONS

Currently it is difficult to estimate from available statistics innovative processes in the region in terms of “expenditures-results”, which impedes strategic planning of development. The paper proposes a kind of regulatory approach to this problem with the use of conceptual model of the region, that is to determine the acceptable values of the most important innovative parameters by properly oriented computational experiments with this model.

Keywords: optimal control, resources, turnpikes, innovations.

Введение

В настоящее время инновационная деятельность представляет собой важнейший фактор развития, который должен находить отражение во всех расчетах, связанных со стратегическим планированием. Однако по имеющейся официальной статистике практически невозможно оценивать инновационные процессы в регионе в терминах «затраты-результаты», что необходимо для подобных расчетов.

В типичных официальных документах, отражающих инновационную деятельность в том или ином регионе РФ, она оценивается в таких показателях, как «количество инновационно активных предприятий с общей численностью персонала», «объем инновационной продукции», «процент инновационной продукции, осваиваемой промышленностью», «затраты на инновации разных видов» (технологические, маркетинговые, организационные) (см., например, [1]), что больше подходит для качественной оценки картины, чем для конкретных прогнозных и оптимизационных расчетов. Более полезными в этом плане могли бы быть отчеты предприятий о проведенных инновационных мероприятиях, однако систематизированной информации по ним нет, а изучение разрозненных случайных источников с этой точки зрения требует трудоемких исследовательских работ, тем более что пока не существует общепринятых измерителей инновационной деятельности и даже установившейся терминологии в этой области.

Это затрудняет стратегическое планирование развития даже в чисто экономическом плане, не говоря уже об устойчивом развитии с обоснованным учетом экологических и социальных факторов. В статье предлагается своего рода нормативный подход к этой проблеме с использованием концептуальной модели региона [2,3]. Он состоит в том, что по имеющимся надежным эмпирическим оценкам одних параметров и балансовым и оптимизационным соотношениям модели можно получить оценки предельных значений других параметров.

Модель отражает инновации через видоизменение созданной ранее, в каком-то смысле традиционной, модели региона [4] путем дополнения ее специальным блоком, описывающим инновационные процессы. При этом понятие «инновация» трактуется формально как любое целенаправленное изменение параметров исходной модели, которые прежде рассматривались как константы. Такая схема была предложена в работе [5] и успешно использована при практическом моделировании развития ряда конкретных регионов [2].

Данная статья является продолжением работы [6] и посвящена поиску предельных значений важнейших параметров, относящихся к инновационным процессам, или их приемлемых диапазонов путем организации целенаправленных вычислительных экспериментов с этой моделью. Ее специфика позволяет получить путем специальных преобразований простые соотношения, что важно при проведении серийных расчетов. Эта процедура применяется к агрегированной версии модели [7], которая, с одной стороны, вполне отвечает поставленной цели, а с другой — достаточно наглядна. Однако при естественных предположениях она может быть распространена на региональные модели того же типа любой размерности.

1. Агрегированная модель и магистральное решение

Рассматривается модель с инновационным блоком, которая выражается следующими соотношениями:

$$c = (1 - A)y - Bu - A^z z - A^d kd, \quad (1)$$

$$\dot{k} = u - \delta k, \quad 0 \leq y \leq g(k, L), \tag{2}$$

$$\dot{r} = \dot{\bar{r}} + N(r - \bar{r}(t)) - Cy + z, \tag{3}$$

$$\dot{\theta} = \left(d + H \frac{u}{k} \right) (\bar{\theta}(t) - \theta), \quad \theta(0) = 0. \tag{4}$$

Здесь y, z, d – соответственно выпуск продукции, темп активного природовосстановления и темп активных инноваций; c – конечное потребление; $k, g(k, L), u, \delta$ – соответственно основные фонды, мощность, инвестиции и темп амортизации; L – население (предполагается, что трудовые ресурсы, от которых фактически зависит мощность, пропорциональны населению); A, A^z, A^d – соответственно коэффициенты прямых затрат в производственном, природовосстановительном и инновационном секторах; B – коэффициент фондообразующих затрат; r – индекс состояния природной среды и ресурсов; $\bar{r}(t)$ – заданная функция (опорная), например, получаемая из статистического прогноза; N, C – коэффициенты самовосстановления и прямого воздействия экономики на природную подсистему; θ – инновационный индекс, имеющий смысл среднего процента инновационных изменений некоторой группы параметров (в данном случае A и C) относительно их значений в начальный момент времени; $\bar{\theta}(t)$ – значение θ , соответствующее мировому уровню в данный момент; H – коэффициент, отражающий влияние инвестиций, связанных с расширением производства.

Его смысл легко выясняется, если положить $d = 0$. Это процентное изменение в среднем рассматриваемой группы параметров при изменении основных фондов на 1%. Аналогично выясняется смысл величины d как скорости процентного изменения рассматриваемой группы параметров при отсутствии инвестиций и затем — параметра A^d как затрат на 1% инновационных изменений, приходящихся на единицу основных фондов.

Предполагается, что $g(k, L)$ – классическая вогнутая по k, L – производственная функция, $\dot{k} \geq 0, \dot{r} \geq 0, d \geq 0$, природовосстановительная и инновационная деятельность ведется на существующих мощностях с неограниченной интенсивностью и требует лишь дополнительных прямых затрат.

Предполагается также, что коэффициент прямых затрат A растет с ухудшением экологической ситуации (уменьшением r), однако может быть снижен за счет инноваций (роста θ) вместе с другим важным параметром – коэффициентом отрицательного воздействия производства на природную среду C , т.е. будем эти коэффициенты рассматривать как функции $A(r, \theta)$ и $C(\theta)$ с указанными свойствами. Остальные коэффициенты для простоты принимаются константами.

Поставим задачу оптимального управления, в которой переменные y, u, z и d играют роли управлений, а в качестве критерия оптимальности (называемого функционалом благосостояния) рассматривается максимум накопленного регионального дохода за вычетом штрафа $s(r)$ за экологические нарушения на заданном временном интервале при заданных начальных условиях:

$$\Pi = \int_0^{t_F} (pc - s(r)) e^{-\rho t} dt, \quad k(0) = k_0, \quad r(0) = r_0, \quad \theta(0) = 0 \tag{5}$$

где p – прогнозируемая цена (ценовая поправка), ρ – коэффициент дисконтирования. Величина штрафа характеризует предпочтения в критерии благосостояния.

В [7] находится магистральное решение как простое идеализированное при указанных предположениях, которое затем и исследуется в вычислительных экспериментах. Приведем кратко процедуру его нахождения.

Для удобства θ заменяется новой переменной $\gamma = H \ln k + \ln(\bar{\theta} - \theta)$, тем самым упрощается связь (4):

$$\dot{\gamma} = -(d + H\delta), \quad \gamma(0) = H \ln k_0 + \ln(\bar{\theta}), \tag{6}$$

Вначале получается семейство решений при любых фиксированных конечных значениях $k(t_F) = k_F$, $r(t_F) = r_F$, $\gamma(t_F) = \gamma_F = H \ln k_F + \ln(\bar{\theta} - \theta_F)$, а затем эти значения варьируются и тем самым находится окончательное решение. В силу заданных дифференциальных связей и ограничений на d и \dot{k} получаются естественные верхняя $()_u$ и нижняя $()_l$ границы изменения искомых функций $k(t)$, $r(t)$ и $\gamma(t)$: $k_u = k_F \geq k(t) \geq k_l = k_0$, $r_u = r_F \geq r_l = r_0$, $\gamma_u = \gamma_0 - H\delta t \geq \gamma(t) \geq \gamma_l = \gamma_F - H\delta(t - t_F)$ (рис. 1).

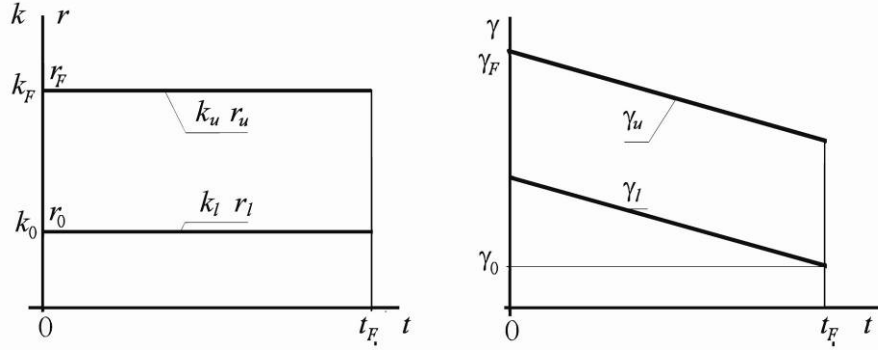


Рис. 1.

В соответствии с теорией вырожденных задач [8] управления u, z принимаются неограниченными и производится двукратный переход к эквивалентной производной задаче первого порядка о максимуме функционала Π_F с использованием преобразований $x = \Pi + p(A^z r + Bk)$, $\xi = x - pA^d k_0 \gamma$. Функционал максимизируется вначале при любых фиксированных граничных значениях k_F , r_F , и γ_F , а затем дополнительно максимизируется по этим значениям.

Коэффициенты A, B и C задаются следующим образом:

$$A = (1 - a\theta)b(r)A_0, \quad C = (1 - (1 - a)\theta)C_0, \quad 0 \leq a \leq 1,$$

$$b(r) = 1 - b_1(r - \bar{r}) + b_2(r - \bar{r})^2, \quad b_1, b_2 \geq 0,$$

a выбирается из условия максимума Π_F , $B = B_0 + b_3 H$. Предполагается $L = const$, при этом $g(k, L) = qk^\alpha$ (функция Кобба-Дугласа), $s(r) = s(r - \bar{r})^2$, $\bar{\theta} = const$, $\rho = 0$, $p = const = 1$.

С учетом этих предположений и при естественном условии рентабельности экономики дело сводится к задаче максимизации выражения:

$$\Pi_F = t_F(\kappa_1 q k^\alpha - B\delta k) - B(k_F - k_0) + \mu q k^{\alpha-H} e^\gamma \frac{1 - e^{H\delta t_F}}{H\delta} + \quad (7)$$

$$+ A^d k_0(\gamma_F - \gamma_0 + H\delta t_F) + t_F(A^z N(r - \bar{r}) - s(r - \bar{r})^2) - A^z(r - r_0)$$

при условии $k \geq k_0$, $r \geq r_0$, $\gamma \leq \gamma_0 - H\delta t_F$ относительно k, r и γ , которые в данном случае обозначают конечные значения k_F, r_F и γ_F (индекс F для краткости опущен). Здесь $\kappa_1 = \lambda + \mu\bar{\theta}$, $\lambda = 1 - A_0 - A^z C_0$, $\mu = \max(A_0, A^z C_0)$.

Рассматриваемая функция вогнута относительно k, r, γ . Ее максимум по этим переменным достигается в стационарной точке, определяемой условиями

$$\frac{\partial \Pi}{\partial k} = \frac{\partial \Pi}{\partial r} = \frac{\partial \Pi}{\partial \gamma} = 0$$

либо на границе.

В общем случае для произвольных значений α и H и ненулевых коэффициентов b_1 и b_2 решение в аналитической форме найти не удастся. Однако его нетрудно получить численно посредством несложных дополнительных улучшающих итераций для исходного выражения (7). Поскольку функционал (7) рассматривается без дифференциальных связей, то процедура его улучшения оказывается

по существу конечномерной. В общем случае решение нетрудно получить численно перебором по трем переменным.

2. Вычислительные эксперименты

Расчеты проводились для условного региона со значениями параметров, генерированными по данным Байкальского региона (табл. 1).

Таблица 1

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
t_F	20	p	1	A_0	0.5
$A(r, \theta)$	$(1 - a\theta)b(r)A_0$	C_0	$0.7 \cdot 10^{-5}$	$C(\theta)$	$(1 - (1 - a)\theta)C_0$
B_0	1	A^z	8000	δ	0.05
k_0	400	k_F	800	θ_0	0
θ_F	0.75	$\bar{\theta}$	0.8	r_0	0.8
r_F	0.9	\bar{r}	1	N	-0.001
s	100, 1200, 1500	α	0.5, 0.7, 0.8	q	10, 2.2, 1.1

Рассматривались максимальные значения Π_F при различных значениях параметров A^d , H , B , b_1 и b_2 , нескольких вариантов параметров экономики α и штрафа s . Расчеты проводились с помощью программного пакета Maple 15 на ПК с 32-разрядным ЦП с частотой 2.7 Гц, ОЗУ 4 Гб. Результаты представлены в форме семейств зависимостей $\Pi_F(A^d)$ и $\Pi_F(b_1)$.

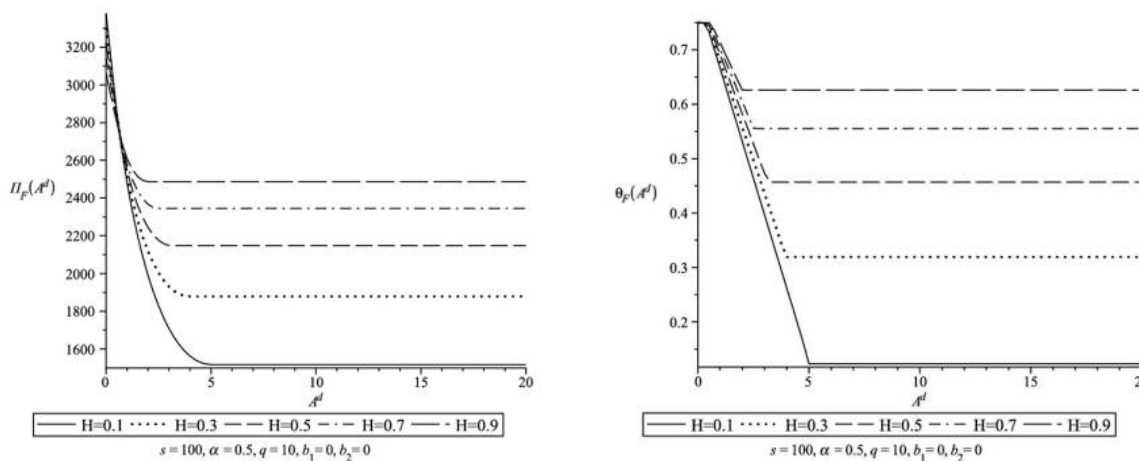


Рис. 2.

Из результатов, представленных на рис. 2-7, можно сделать следующие выводы:

- 1) определяются предельные значения удельных текущих инновационных затрат A^d , при превышении которых инновационная деятельность становится неэффективной и прекращается (функционал благосостояния не меняется);

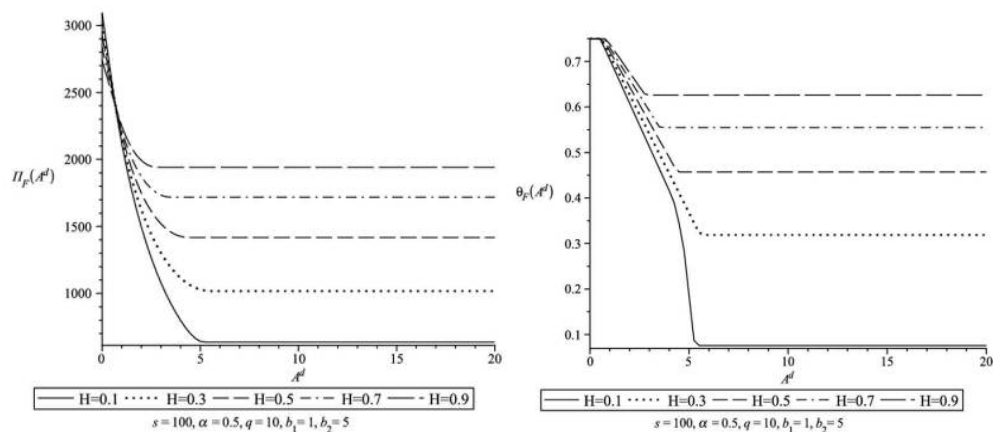


Рис. 3.

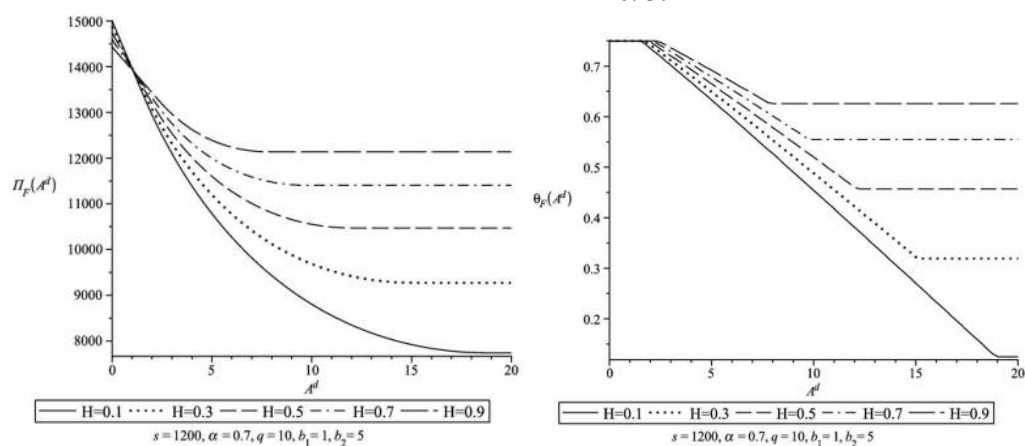


Рис. 4.

2) приемлемые значения существенно зависят от фондоотдачи, характеризуемой параметром α , и мало зависят от коэффициента s , характеризующего предпочтения в критерии благосостояния;

3) существует критическое значение A^d (единое для всего семейства как точка пересечения соответствующих графиков), ниже которого более выгодна текущая инновационная деятельность, а выше – инновационная деятельность, связанная с инвестициями;

4) результирующие значения целевого функционала Π_F и инновационного индекса θ растут с увеличением H ;

5) с ростом A^d отмечается резкое падение эффективности инноваций: снижение инновационного индекса θ и Π_F ;

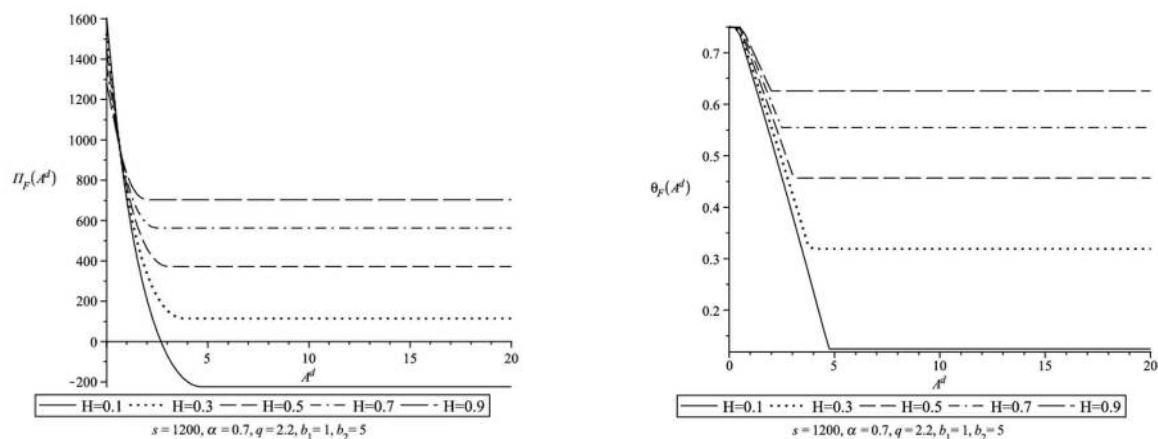


Рис. 5.

б) при усилении зависимости A от r (рост b_1) результирующее значение функционала благосостояния Π_F уменьшается, а инновационный индекс θ растет.

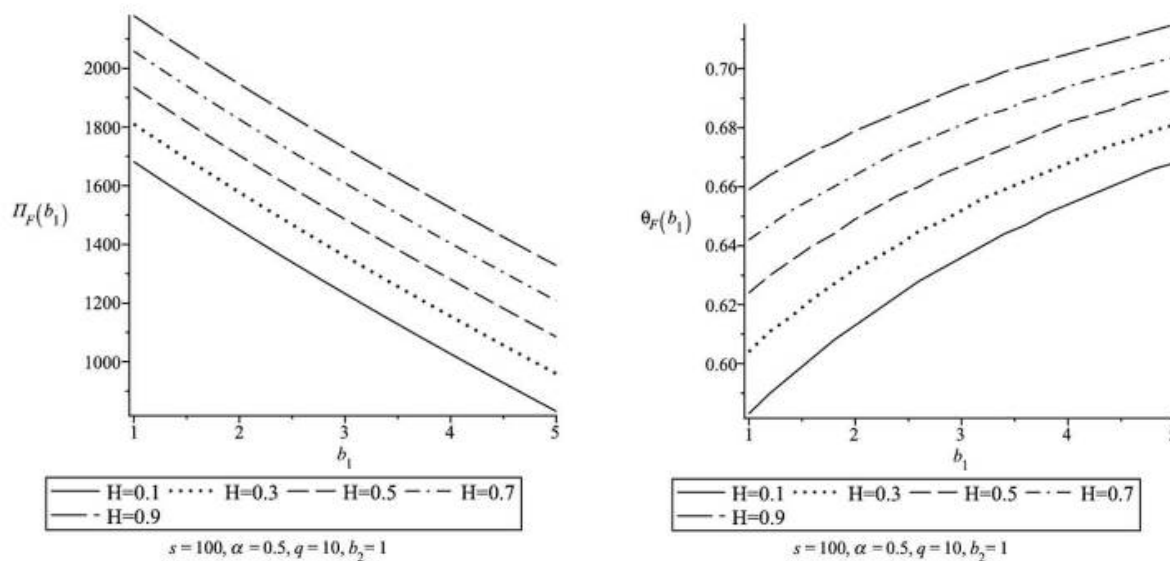


Рис. 6.

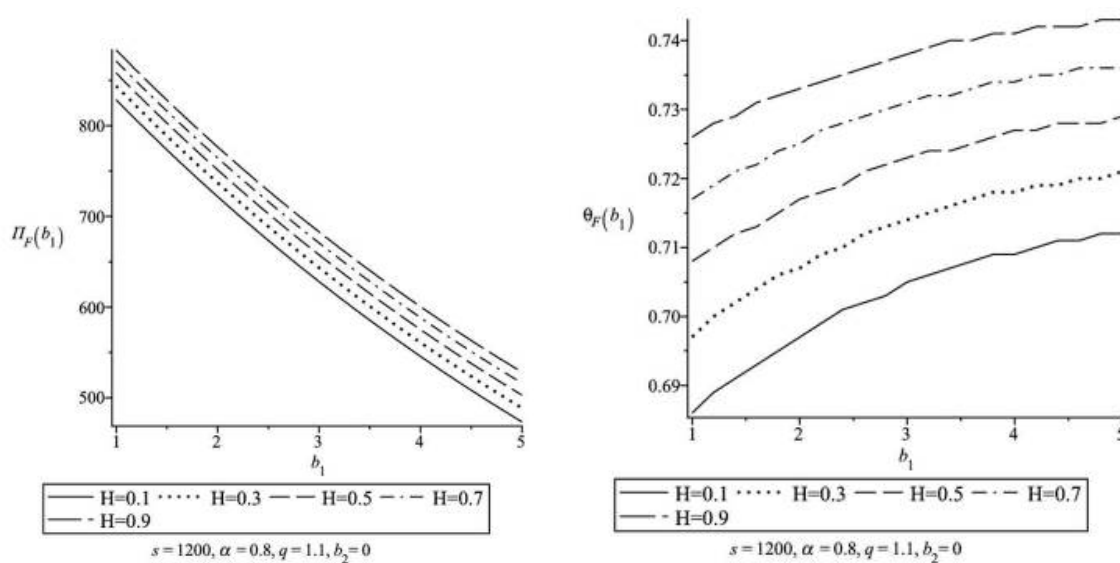


Рис. 7.

Заключение

В целом можно утверждать, что предложенный нормативный подход к оценке экономической эффективности инновационных процессов себя оправдал. При этом важную роль играет именно наиболее агрегированная версия региональной модели, в которой матричные коэффициенты, содержащие большое число параметров, сводятся к числовым коэффициентам, допускающим достаточно простую содержательную интерпретацию.

Другой важный методический аспект — возможность получения простых расчетных соотношений для быстрых серийных вычислительных экспериментов исходя из специфики рассматриваемой задачи как вырожденной задачи оптимального управления. Соответствующая процедура преобразований непосредственно распространяется на многокомпонентные модели любой размерности, что дает возможность получить эффективный инструментарий для более детальных оценок с использованием данного опыта.

Литература

1. Регионы России. Социально-экономические показатели. М. : Росстат, 2011. 990 с.
2. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона / В.И. Гурман, Е.В. Рюмина. М.: Наука, 2001. 175 с.
3. Расина И. В., Блинов А. О., Гусева И. С. Магистралы в задаче оптимизации стратегии развития региона на многокомпонентной модели // Вестник Бурятского государственного университета. 2011. № 6. С. 36–42.
4. Модели управления природными ресурсами / В.И. Гурман. М.: Наука, 1981. 264 с.
5. Gurman V. I. Modeling and Optimization Sustainable Strategies on Regional Level // Proceedings of LI Int. Conference Econometrics of Environment and Transdisciplinarity. – Lisbon, Portugal, April 1996. Vol. 5.
6. Будаева Д. Ц., Гусева И. С., Насатуева С. Н. Влияние инвестиций и прямых инновационных затрат на оптимальные стратегии развития региона // Программные системы: теория и приложения : электрон. научн. журн. 2012. Т. 3, № 5(14). С. 23–32.
7. Гурман В. И., Ухин М. Ю. Магистральные решения в задачах оптимизации стратегий развития регионов // Автоматика и телемеханика. 2004. № 4. С. 108–117.
8. Гурман В. И. Вырожденные задачи оптимального управления. М.: Наука, 1977. 304 с.

Насатуева Соелма Номтоевна, аспирант кафедры прикладной математики Бурятского государственного университета. E-mail: soelmann@mail.ru.

Ильичева Полина Сергеевна, магистр прикладной математики Бурятского государственного университета. E-mail: polly70690@mail.ru.

Nasatueva Soelma Nomtoevna, postgraduate student, applied mathematics department, Buryat State University.

Ilicheva Polina Sergeevna, master of applied mathematics, Buryat State University.

УДК 004.42

© Г.В. Попков

МОДЕЛЬ ПЕРСПЕКТИВНОЙ ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ СВЯЗИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

В статье рассматриваются вопросы, связанные с модификацией структуры транспортных сетей электросвязи Российской Федерации. Предлагается новый концептуальный принцип организации и эксплуатации транспортных сетей в интересах населения и всех операторов связи, использующих кабельные и другие сети связи на выделенной территории для оказания телекоммуникационных услуг.

Ключевые слова: проектирование, транспортные сети связи, графы, гиперсети, S – гиперсети.

G.V. Popkov

A PERSPECTIVE MODEL FOR TRANSPORT COMMUNICATION NETWORK OF THE RUSSIAN FEDERATION

The article considers the issues connected with modification of the structure of transport networks of telecommunications of the Russian Federation. A new conceptual principle for organization and operation of transport networks is proposed in the interests of population and all telecommunication operators who use cable and other communication networks on the allocated site for provision of telecommunication services.

Keywords: enginnering, transport communication networks, graphs, hyper networks, S – hyper networks.

1. Актуальность. Постоянный рост числа операторов связи, непрерывное увеличение контента, развитие и внедрение новых систем передачи при ограниченном пространственном ресурсе населенных пунктов влекут за собой трудноразрешимые задачи использования городской территории для размещения систем передачи различной природы. Сети для предоставления услуг кабельного телевидения и Интернета опутали дома и улицы городов и сел. Развитие новых сетей связи за счет возрастающего числа операторов связи только усугубляет данную ситуацию, так как на канальном уровне происходит многократное дублирование сетей связи.

2. Замечания к существующей ситуации. Есть ряд обстоятельств, не позволяющих оптимально и корректно организовать всевозможные услуги электросвязи на всей территории России.

В частности:

2.1. Имеет место пониженное внимание хозяйствующих субъектов к обслуживанию отдалённых малонаселённых пунктов в регионах РФ.

2.2. Практически нет мотивации проведения социальной политики у операторов связи по предоставлению телекоммуникационных услуг широкого спектра в так называемые «нерентабельные районы».

2.3. Отсутствуют жесткие требования или их не учитывают при строительстве линейных сооружений операторы связи различных уровней.

2.4. В некоторых случаях отсутствуют единая техническая политика и контроль при строительстве сетей доступа (особенно абонентского) у различных операторов, поэтому возникает сложность контроля и управления. Страдает такой важный аспект городского сетевого хозяйства, как «эстетика».

2.5. Отсутствует системный подход при развитии транспортных сетей связи России, что накладывает негативный отпечаток на реализацию технологического рывка в предоставлении телекоммуникационных услуг на всей территории РФ.

2.6. Транспортные сети связи, как правило, принадлежат операторам, занимающим существенное положение в сети связи общего пользования, поэтому альтернативные операторы не всегда могут свободно распоряжаться этим важным ресурсом.

Предлагается создать «Единую транспортную сеть связи» (ЕТСС), охватывающую все субъекты Федерации, которая работает по единым принципам. Данная сеть должна обладать единой системой управления ресурсами сети, эффективным менеджментом по развитию и эксплуатации сети, а также государственным регулированием по взаимодействию этих сетей с другими инженерными сооружениями и сетями. Планирование, проектирование, строительство данной сети должно осуществляться системно, планомерно, учитывая политико-экономическую ситуацию в стране. Такого рода сеть должна быть социальной, позволяющей любому пользователю, проживающему на территории РФ, получить любой вид телекоммуникационных услуг в любом месте, в любое время и за относительно небольшие деньги. В регионах ЕТСС принадлежит и эксплуатируется зонавым оператором транспортной сети РФ (ЗОТСС). Сеть должна масштабироваться по горизонтали и по вертикали, ровно столько, сколько существует потребность в телекоммуникационных услугах у субъекта Федерации, города или села и, вообще говоря, любого населённого пункта или единичного жилого помещения. Непременен при проектировании и строительстве ЕТСС должен быть заложен резерв на всех уровнях, где это возможно, как для расширения государственных ЕТСС, так и ведомственных или частных транспортных сетей при наличии соответствующих лицензий.

В концепцию такой сети должны укладываться все современные и перспективные системы связи наземного базирования. Кроме того, вызывают большой интерес технологии, позволяющие объединять все коммуникации в единую систему инженерных сетей [1].

3. Структура ЕТСС

Если декомпонировать предлагаемую сеть на уровни, то получим следующую иерархию.

3.1. Уровень потребителей услуг связи.

На этом уровне предполагается определить структуру и состав пользователей предполагаемых услуг связи, распределить ресурсы ЕТСС между операторами связи. На этом уровне необходимо изучить территорию размещения возможных абонентов и, следовательно, сетевого оборудования.

Определение состава и структуры пользователей ЕТСС.

Найти разбиение заданной территории на классы пользователей (задача кластеризации) и определить оптимальный состав услуг для каждого класса, вычислить матрицу тяготения по каждой услуге связи. Вообще говоря, для построения ЕТСС знание состава услуг связи не является необходимым условием, однако верхнюю границу пропускной способности каналов связи более точно можно определить, зная экспертную оценку нагрузки по всем услугам на соответствующей территории.

Территория, как правило, разбита на сельские и городские районы. В свою очередь город разбивается на районы, численность в городском районе примерно составляет 100 000 человек. Районы города делятся административно, помимо этого существует определённая активность населения в бизнес центре города (назовём эту область города административным районом с большим голосовым трафиком, трафиком передачи данных). Около 80% населения города пользуется мобильной связью, 30% пользуется этой связью очень активно.

Для оценки мощности ЕТСС требуется примерно определить потребность в услугах электросвязи по районам области и города в части телефонной сети общего пользования, услуг сети передачи дан-

ных, услуг кабельного телевидения. Услуги мобильной связи для определения мощности ЕТСС не учитываются.

Для определения количества необходимых сервисов можно воспользоваться услугами социологических опросов, телеголосованием, опросом в социальных сетях Интернет, обращениями в офисы операторов связи по районам города. Параллельно необходимо формировать рынок потребления услуг связи в городе путём проведения рекламных компаний по всем медийным каналам, доступным операторам связи.

После этапа определения карт нагрузки по разным видам услуг электросвязи можно определить примерные направления ситуационных трасс прохождения транспортной сети по области и районам городов, а также определить примерные места установки оконечного оборудования по типам оказываемых услуг для транспортной сети в её пассивной части.

Требуется составить генеральную матрицу тяготений по всем типам нагрузки, циркулирующей внутри заданной территории.

3.2. Уровень определения матрицы тяготений и мест размещения точек входа в ЕТСС (узловая основа).

На этом уровне рассматриваются задачи определения мест расположения сетевых узлов (СУ) и распределительных узлов (РУ) ЕТСС и соответствующей матрицы тяготений между ними.

На этом уровне также осуществляется предварительное определение структуры каналов связи и их мощности для всех видов услуг на заданной территории.

Для решения этих задач необходимо знать места расположения абонентов и их потребности в телекоммуникационных услугах. Кроме того, могут быть известны места расположения оборудования вторичных сетей, принадлежащих различным операторам связи. В общем случае в городе или на территории сельских районов уже могут существовать какие-то каналы связи, поэтому при проектировании расширения сети (для новых услуг электросвязи: интернет, кабельное телевидение и др.) необходимо учитывать существующие первичные сети. Следовательно, на этом уровне имеют место три варианта развития ЕТСС:

1) на соответствующей территории уже существует полноценная транспортная сеть на базе, которой оказывают услуги связи различные операторы связи. В этом случае необходимо оптимальным образом выделить из общих сетей составляющую, входящую в ЕТСС, и затем организовать систему управления этой сетью согласно предлагаемых концепции развития и эксплуатации зонных (региональных) сетей связи.

2) на территории практически отсутствуют каналы связи. В этом случае необходимо создать достаточную и оптимальную ЕТСС.

3) самый вероятный вариант, очевидно, заключается в том, что существует некоторая сеть связи, которая предоставляет телефонную связь, а также некоторые телематические услуги с небольшим объёмом трафика.

Очевидно, что последний вариант наиболее общий, в то время как два предыдущих варианта фактически являются частными случаями третьего варианта.

Таким образом, с учётом карты потребностей в услугах необходимо определить общую мощность каналов связи по направлениям ситуационных трасс по районам области или города, также необходимо определить суммарную пропускную способность в Мб/с каналов связи, имеющих выход на междугородную, международную связь за пределы области/района/субъекта Федерации.

3.3. Уровень среды распространения сигнала (СРС).

На этом уровне необходимо будет определить состав линий связи транспортной сети (предоставление радиоканала, оптического кабеля, медного симметричного/коаксиального кабеля и т.п.). Надо также перечислить характеристики и систему взаимодействия между различными СРС, например оптические или медные линии связи (коаксиальные или симметричные). Необходимо рассмотреть проблему реализации и совместимости таких систем для конкретных типов кабельных линий, стволов РЛС, направляющих систем.

Таким образом, на этом уровне надо найти оптимальное определение состава СРС для заданной территории и их совместимость.

Принимая во внимание рельеф местности, градостроительные факторы, необходимо определить применение различных СРС в заданных районах.

Для организации кабельных линий связи на транспортном уровне целесообразно использовать оптические кабели связи, в случае реконструкции существующих транспортных сетей можно использо-

вать существующие медные кабели на участках абонентского доступа. В условиях болотистых, горных, труднодоступных районов целесообразно использовать радиорелейные линии связи (РРЛ) различных типов и назначения.

Применение радиосредств оправдано как на магистральном участке транспортной сети (междугородная сеть связи), так и на сети доступа в крупном мегаполисе.

В случае использования радиорелейных систем связи в крупных мегаполисах необходимо точно знать радиообстановку в районах установки РРЛ, дабы исключить возможность частотного наложения соседних радиосистем.

Транспортные сети связи предназначены для организации различных услуг электросвязи (здесь прежде всего имеется в виду предоставление в аренду кабельных и радиорелейных линий связи). На базе арендованных каналов транспортных сетей (как уже отмечалось ранее), принадлежащих одному оператору связи, организуются всевозможные вторичные сети, возможно, принадлежащие различным операторам связи. На этом уровне в качестве узлов выступают сетевые узлы (СУ) и сетевые станции (СС), распределительные шкафы, соединительные муфты, ретрансляционные вышки и т.п.

Необходим поиск оптимального набора линейного оборудования для организации эффективной структуры транспортной сети, предназначенной для удовлетворения всевозможных услуг связи на заданной территории с учетом существующих и предполагаемых операторов услуг связи.

Таким образом, на этом уровне с учетом найденной узловой основы транспортной сети необходимо определить структуру ЕТСС, номенклатуру линий связи и соответствующую мощность по каждому направлению, которая бы отвечала потребностям в конкретных видах услуг на зональном (региональном) уровне населенных пунктов или мегаполиса.

Требуется также определить, какие технологии транспортной сети связи мы будем применять на том или ином участке сети.

3.4. Уровень каналов (труб) кабельной канализации, систем подвески кабеля (линейные сооружения).

Линейные инженерные сооружения являются основой этого уровня. Фактически этот уровень обеспечивает безопасность и реализацию кабельных систем в выделенном пространстве. Сюда входят трубы кабельной канализации, системы подвески кабелей и другие возможные инженерные сооружения. Обычно в качестве узловой основы на этом уровне выступают колодцы или столбы линии ВЛС и т.д.

Оптимизация линейных сооружений на этом уровне осуществляется с учетом живучести, качества функционирования и мест расположения СУ и РУ, а также возможных мест расположения оборудования операторов связи вторичных сетей. Таким образом, на базе найденной узловой основы необходимо оптимально спроектировать участки транспортной сети и сети доступа для организации точек подключения оборудования операторов вторичной сети связи. Точное определение расположения в пространстве элементов линейных сооружений транспортной сети позволит перейти к непосредственному проектированию. При решении этой задачи, впрочем, как и предыдущих, всегда используется цифровая карта местности, на которой отмечены ситуационные трассы возможной реализации соответствующих линий связи.

3.5. Уровень траншей, коллекторов или воздушных линий связи (инженерные сооружения).

Поскольку одними из самых ограниченных ресурсов при создании и эксплуатации транспортных сетей связи являются земля, траншеи и опорные столбы (сеть подвески кабеля), то их правильное использование позволит, с одной стороны, удовлетворить всех потребителей в услугах связи, а с другой – оптимизировать этот городской ресурс с учетом возможных ограничений и требований. На этом уровне одним из эффективных подходов является создание коллектора, позволяющего легко реализовывать и эксплуатировать различные линейные сооружения ЕТСС.

Оптимизация инженерных сооружений связи для реализации линий связи осуществляется с учетом всех градостроительных факторов и найденных решений по всем возможным линейным сооружениям, найденным на предыдущем уровне.

Следовательно, на базе существующих ситуационных трасс необходимо получить оптимальное решение для проектирования траншей, коллекторов и путей прокладки воздушного кабеля.

3.6. Уровень трасс транспортных магистралей сетей связи и их взаимосвязь с другими инженерными сооружениями.

На этом уровне реализуются трассы прокладки кабельной канализации с учетом других инженерных сооружений и возможных коллизий, возникающих в процессе строительства. Так, например, по

некоторым участкам может быть реализовано несколько трасс кабельной канализации или сеть опорных столбов. В других случаях может быть наложен запрет на проведение работ по строительству линейных сооружений в последний момент. Практически этот этап является не сколько оптимизационным, а диалоговым, на котором проектировщик с помощью ЭВМ проверяет и модифицирует проект в условиях реального взаимодействия с соответствующими службами сторонних организаций данного населенного пункта и/или территории района, области.

3.7. Уровень ситуационных трасс для возможной реализации кабельных и подвесных линий по улицам населенных пунктов или сельской территории. Этот уровень охватывает все возможные трассы, пригодные для построения линейных сооружений сетей связи на заданной территории.

Здесь решается задача оптимального построения сети ситуационных трасс с учетом градостроительных факторов. Этот уровень в основном решается проектировщиком вручную. Однако на зонавом (региональном) уровне, да и в мегаполисе вариантов может быть так много, что необходимы машинные вычисления. Формулировку задачи определим следующим образом. Пусть задан план местности, характеристики грунтов, наличие водных преград, топография горной местности, а для мегаполисов дана подробная карта городской застройки и иных градостроительных факторов.

Необходимо определить все возможные (максимально большое количество вариантов) прокладки, подвески кабельных линий связи, учитывая ограничения, возникающие при проектировании линейных сооружений.

3.8. Уровень карты-схемы территории, охватываемой услугами ЕТСС. Данный уровень является базовым для любых задач, связанных с информатизацией населения. Обычно этот уровень заданный и существует в виде планшетов с генсхемами территории.

Таким образом, каждому уровню можно поставить в соответствие некоторый граф или гиперграф (вторичную сеть S-гиперсети) так, чтобы формально можно было бы описать соответствующий уровень S-гиперсети, представляющий транспортную сеть, сети связи России [2]. Здесь следует отметить, что двудольный граф $WS_1(PY, Аб., Y)$ из первого уровня соответствует распределительным сетям (реализуется на графе первичной сети, а его вершины присоединяются через кроссы к вершинам третьего уровня).

В дальнейшем все уровни в данной работе будут рассматриваться как ресурсы ЕТСС. Для задач размещения сетей связи в пространстве, кроме подземного и наземного размещения кабельных линий, потребуются и координаты элементов этих сетей на поверхности.

4. Математическая модель ЕТСС.

Из приведённого содержательного описания задач построения (проектирования) ЕТСС следует, что в процессе создания линейных сооружений потребуются математическая модель, способная описать все возможные структуры, участвующие в создании математической модели сети. Для этой цели воспользуемся применением математического объекта, нестационарной S-гиперсетью [2]

Дадим формальное определение S – гиперсети. Пусть задано множество графов (гиперграфов) $G_0 = (X^0, V), G_1 = (X^1, U^1), \dots, G_k = (X^k, U^k)$ и корневое дерево $T_0 = (Z, R)$, где $Z = z_0, z_1, \dots, z_k, R = r_1, \dots, r_k$, что определяет вложение графов G_j в G_i ($i < j$), аналогично вложениям, определяемым в гиперсетях [1], за тем лишь исключением, что вершины x_k^i и x_l^j графов G_i и G_j не тождественны, а инцидентны. Если в графе G_j отображено несколько графов $\{G_i\}$, то те вершины этих графов, отображенные в вершину (узел) u графа G_j , будут инцидентны узлу u и слабо инцидентны между собой. Т. е. вершины из разных графов вторичных сетей, являясь, по сути, прообразами элементов из моделируемых систем, будут различными по типу элементами и в S-гиперсети. Следовательно, они будут слабо инцидентными в узлах первичной сети G_0 или в вершинах сети, в которую они отображаются. В дальнейшем граф G_j , который отображается в граф G_i будем называть вторичной сетью, а G_i – первичной сетью. Очевидно, что одной и той же вершине x_k^i может быть инцидентно несколько вершин $X_k^j = \{x_{k_1}^j, x_{k_2}^j, \dots, x_{k_l}^j\}$ из графов $\{G_{j_s}\}, s = 1, \dots, l$. На множестве вершин X_k^j можно определить граф $L^j = (X_k^j, E)$. Вершины $x_{k_j}^{j_i}$ и $x_{k_s}^{j_s}$ квазисмежные в L^j , если соответствующие графы G_{j_i} и G_{j_s} в вершине x_k^j имеют некоторую системообразующую связь $l(x^{j_i}, x^{j_s})$.

В противном случае эти вершины только слабо инцидентны. Так же, как в гиперсетях, ребру $u_i^j \in G_j$ в графе G_i сопоставляется цепь или некоторая связная часть между соответствующими вершинами из G_i .

На рис.1. приведен пример такой S-гиперсети. Здесь необходимо отметить, что системообразующие связи типа $\{(x,y)\}$, вообще говоря, могут иметь разную природу и, как правило, существенно зависят от времени. В некоторых случаях, например в системе транспортных сетей разного типа (канализация, кабель, проводник и т.п), такими связями в транспортных узлах будут колодцы, кроссы или кабельные муфты. В этом случае имеет смысл рассматривать объединение всех вторичных сетей. Однако иногда имеет смысл рассматривать сумму всех графов S-гиперсети H , включая и первичную сеть PS, т.е. $\underline{G} = G_0 + G_1 + \dots + G_n + \{L\}$.

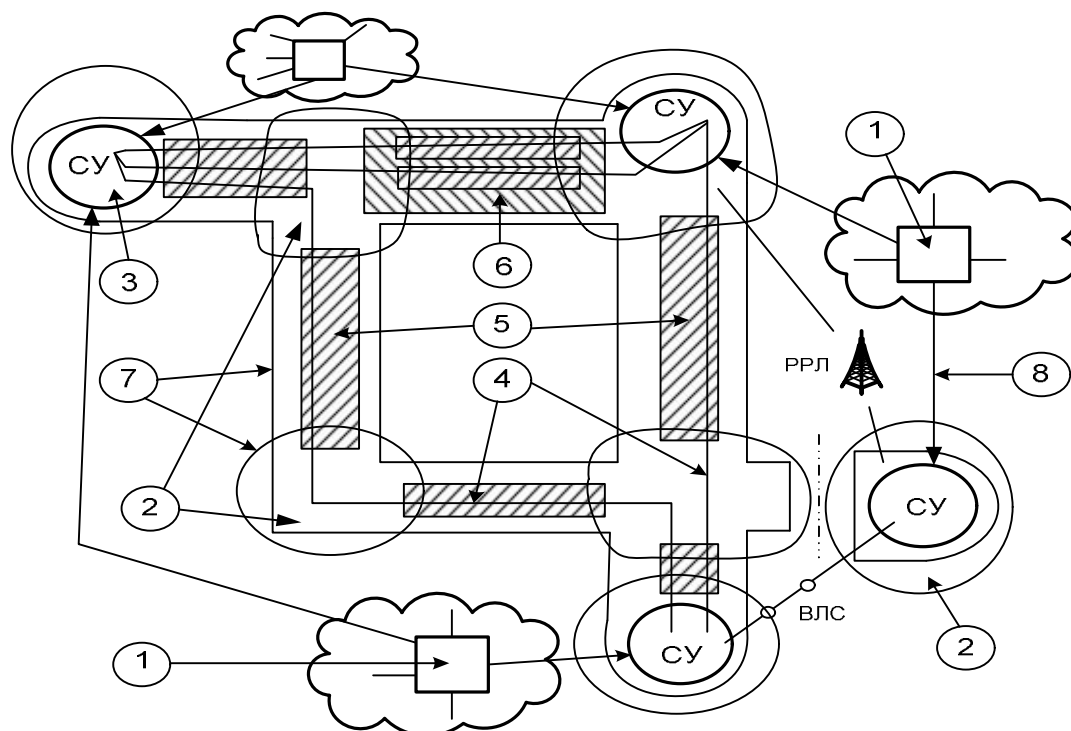


Рис. 1. S – гиперсетевая структура ETCC

Согласно описанию 8-уровневой модели ETCC, мы имеем следующие элементы S-гиперсети, которые можно положить в основу системы моделирования внутризоновых, городских и сельских первичных сетей связи:

1. Первый уровень иерархической S-гиперсети представляет собой множество строений и/или замкнутых комплексов домов, от которых абонентские (частные) линии идут в распределительные узлы. Задача заключается в том, что на заданной территории необходимо найти множество РУ так, чтобы затраты на абонентские линии были минимальными. При этом каждый абонент мог бы получить весь спектр услуг связи. Очевидно, что данная структура WS_1 опирается на граф первичной сети $PS(X,U) = WS_8$.

2. Второй уровень WS_2 содержит в качестве вершин возможные места расположения СУ и РУ, а также транзитные вершины, соответствующие вершинам графа ситуационных трасс. Ребра этого уровня соответствуют возможным трассам каналов связи в графе ситуационных трасс.

3. На уровне WS_3 определяются места расположения СУ и структура связей между СУ и РУ, здесь возможны и транзитные узлы без выхода на кроссовое оборудование. Затем каждое направление исследуется на предмет практической реализации (по типу линий связи) в графе ситуационных трасс.

4. Следующий уровень WS_4 задает структуру системы труб кабельной канализации с целью упаковки в них кабельных линий. На этом же уровне и определяются трассы для подвески воздушных и радиорелейных линий связи.

5. Строительный уровень WS_5 является определяющим для строительства линейных сооружений. Здесь реализуются решения для прокладки кабельной канализации, формируются постоянные кроссы между кабелями, лежащими в различных а/ц трубах, осуществляется оптимизация линейных сооружений.

6. Уровень WS_6 , на котором определяются трассы линий связи на графе ситуационных трасс. На этом уровне окончательно решается задача трассировки кабельной канализации, включая и воздушные линии связи.

7. Седьмой уровень WS_7 – это, по сути, граф ситуационных трасс (суграф графа города или другой территории), в котором реализуется магистральная сеть.

8. Последний уровень WS_8 объединяет распределительную и магистральную части общей транспортной сети.

Таким образом, построенная иерархия структур полностью задаёт транспортную сеть связи на заданной территории. Кроме того, локальная оптимизация на каждом уровне позволяет снизить издержки для строительства допустимых сетей связи, предназначенных для получения всего спектра информационных услуг.

Литература

1. Конин М.В., Лепнер Э.Ю., Попков Г.В. Применение гиперсетей для автоматизированного проектирования инженерной инфраструктуры предприятия // Проблемы информатики. 2013. №2. С. 65-72.

2. Попков Г.В., Попков В.К. Вопросы проектирования, строительства и эксплуатации первичных сетей связи // Проблемы информатики. 2013. №4. С. 60-65.

Попков Глеб Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры безопасности и управления в телекоммуникациях (БиУТ) Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики (СибГУТИ), e-mail: glebpopkov@rambler.ru

Popkov Gleb Vladimirovich, candidate of technical sciences, associate professor, Siberian State University of Telecommunication and Information Sciences, e-mail: glebpopkov@rambler.ru

УДК 654.924; 621.38.019.3

© А.А. Рогожин, В.А. Дурденко, Б.О. Баторов

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИНТЕГРИРОВАННЫХ СИСТЕМ БЕЗОПАСНОСТИ

В статье рассмотрена проблема подготовки исходных данных при моделировании оценки надежности интегрированных систем безопасности. Систематизированы и доведены до программной реализации расчетные математические модели показателей надежности некоторых элементов интегрированных систем безопасности.

Ключевые слова: интегрированная система безопасности, надежность, показатель надежности, вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, программный комплекс.

A.A. Rogozhin, V.A. Durdenko, B.O. Batorov

DEVELOPMENT OF PROGRAM COMPLEX OF AUTOMATED CALCULATION FOR RELIABILITY INDICATORS OF SOME ELEMENTS IN INTEGRATED SECURITY SYSTEMS

In the article the problem of preparation of basic data while modeling an assessment of the integrated security systems reliability is considered. The calculated mathematical models for reliability indicators of some elements of the integrated systems safety are systematized and prepared for program implementation.

Keywords: integrated security system, reliability, reliability indicator, reliability function, failure rate, program complex.

Введение

В настоящее время проблема количественной оценки надежности интегрированных систем безопасности (ИСБ), функционирующих в условиях воздействия нарушителей и других дестабилизирующих факторов, является достаточно актуальной и на стадии проектирования предусмотрена требованиями государственного стандарта [1], а также рассмотрена в ряде научных публикаций [2,3,6].

В публикациях [4-9] для оценки надежности ИСБ авторы используют методику общего логико-вероятностного метода моделирования (ОЛВМ) [10] структурно-сложных технических систем (ССТС), которая характеризуется следующими основными этапами:

- принятие и формулировка основных ограничений и допущений;
- формирование перечня оцениваемых показателей надежности ИСБ;
- определение структурной схемы ИСБ в минимальной конфигурации для формализованной постановки задачи моделирования оценки ее надежности;
- формализованная постановка задачи моделирования и расчета, включающая в себя разработку структурно-логической модели (схемы функциональной целостности) ИСБ и задание логического критерия ее функционирования (ЛКФ);
- построение логической математической модели (логической функции) работоспособности ИСБ (прямой подход);
- построение расчетной вероятностной модели, позволяющей количественно оценить исследуемое свойство надежности ИСБ;
- определение исходных данных (вероятностных, временных параметров элементов ИСБ) и расчет оцениваемых показателей надежности с помощью программного комплекса «АРБИТР» [11], анализ полученных данных.

Предметом рассмотрения в настоящей статье является последний из этапов методики общего логико-вероятностного метода моделирования (ОЛВМ) структурно-сложных технических систем – этап определения исходных данных (вероятностных, временных параметров элементов ИСБ). Целью статьи является разработка программного комплекса, предназначенного для автоматизированного расчета показателей надежности некоторых элементов интегрированных систем безопасности.

1. Краткая характеристика проблемы исходных данных при моделировании оценки надежности ИСБ

Определение числовых значений исходных вероятностных (и других) параметров элементов является важной составной частью общей постановки задачи, т.е. первичного структурно-логического моделирования. В практике применения ЛВМ вообще и ОЛВМ в частности разрешимость проблемы исходных данных достигается тогда, когда требуемые параметры P_i элементов системы удовлетворяют следующим трем условиям:

1. Являются принципиально определяемыми (теоретически или экспериментально) и соответствуют физическому и смысловому содержанию сформулированных исходных бинарных событий.
2. Обладают безусловной статистической устойчивостью на рассматриваемом интервале времени функционирования системы.
3. Обеспечивают правильность комплексирования разных параметров элементов и характеристик элементов средствами вычисления вероятностей сумм, произведений и дополнений множеств случайных событий.

Решение проблемы исходных данных при моделировании оценки надежности ИСБ требует выполнения специальных работ по их поиску, добыванию, определению и т.п. В большинстве случаев на предельном элементном уровне исходные параметры могут быть определены только экспериментально или при проведении специальных исследований на основе сбора и обработки эксплуатационных данных. Если в качестве элементов используются сложные системные объекты или процессы, то определение соответствующих параметров может осуществляться с использованием любых известных методов анализа на предварительных этапах подготовки к логико-вероятностному моделированию системы в целом.

При задании и определении исходных вероятностных параметров P_i очень важно обеспечить их точное соответствие физическому и смысловому содержанию тех бинарных событий i , которыми представляются собственные характеристики элементов ИСБ. Здесь необходимо, прежде всего, четко различать собственные i и функциональные u_i события, сопоставляемые каждому элементу ИСБ. Ве-

роятностная характеристика P_i собственного события i является условной в том смысле, что определяет работоспособность данного элемента (элементарного процесса) в заданных, конкретных условиях его работы в системе. В разрабатываемой структурно-логической модели – схеме функциональной целостности (СФЦ) ИСБ такое событие всегда считается простым (бинарным), а вероятность его свершения P_i – известным числовым параметром, например вероятность безотказной работы.

В некоторых случаях собственные параметры P_i элементов могут задаваться не непосредственно, а косвенно, с помощью, например, дополнительных параметров и соответствующих расчетных процедур. Необходимым условием такого задания исходных данных является вычислимость значения собственных вероятностных параметров P_i элементов системы.

Четкое определение и уяснение физического смысла собственных и функциональных событий является обязательным условием правильного задания исходных вероятностных параметров элементов и, следовательно, корректности формируемых структурных, логических и вероятностных моделей исследуемых ИСБ.

2. Программный комплекс автоматизированного расчета показателей надежности элементов интегрированных систем безопасности – ПК «АРПНЭИСБ»

При моделировании и оценке надежности ИСБ на стадии проектирования в публикациях [5,9] возник вопрос о нахождении количественных показателей надежности кабельных изделий, оконечных элементов (резисторов) в шлейфах сигнализации и вероятности воздействия нарушителя на технические средства ИСБ.

Учитывая громоздкость проведения расчетов показателей надежностей элементов ИСБ по моделям (2,4) вручную, было принято решение о разработке соответствующего программного комплекса (ПК) «АРПНЭИСБ». Для этого использован язык программирования – Delphi (компилятор – Borland Delphi 7.0).

Внешний вид интерфейса ПК «АРПНЭИСБ» представлен на рис. 1.

Приведем результаты систематизации математических моделей, реализованных в программном комплексе «АРПНЭИСБ».

Математическая модель для расчета вероятности воздействия нарушителя на технические средства охраны, установленные на объектах, охраняемых подразделениями вневедомственной охраны, с целью кражи (или другого криминального воздействия) за требуемый период времени:

$$P_{нар}(t) = \frac{N_{краж}(t)}{N_{попыток}(t)}, \quad (1)$$

где

$P_{нар}$ – вероятность воздействия нарушителя на технические средства охраны, установленные на объектах, охраняемых подразделениями вневедомственной охраны, с целью кражи (или другого криминального воздействия) за требуемый период времени t ;

$N_{краж}$ – общее количество краж, совершенных нарушителями на объектах, охраняемых подразделениями вневедомственной охраны с помощью технических средств, за период времени t ;

$N_{попыток}$ – общее количество попыток проникновений нарушителей, зафиксированных на объектах, охраняемых подразделениями вневедомственной охраны с помощью технических средств, за период времени t ;

t – рассматриваемый период времени, как правило, $t = 1 \text{ год}$.

Накопленные ГУВО МВД России статистические данные о количестве краж и попыток проникновений нарушителей на охраняемые объекты ежегодно отражаются в соответствующих Обзорах служебной деятельности [13, 14].

Приведем математическую модель для расчета вероятности безотказной работы резистора:

$$P(t) = \exp(-\lambda_{\sigma} \cdot K_p \cdot K_R \cdot K_M \cdot K_{\Delta} \cdot K_{\sigma} \cdot K_n \cdot t), \quad (2)$$

где

$$\lambda_{\vartheta} = \lambda_{\vartheta_0} \cdot K_P \cdot K_R \cdot K_M \cdot K_{\Delta} \cdot K_{\vartheta} \cdot K_n,$$

где λ_{ϑ_0} – базовая интенсивность отказов резисторов при $T=25$ °С, приходящаяся на 1 м длины, [1/ч·м];
 K_P – коэффициент режима работы, зависящий от электрической нагрузки (коэффициента K_H) и температуры корпуса элемента;

K_R – коэффициент, зависящий от номинального сопротивления;

K_M – коэффициент, зависящий от номинальной мощности;

K_{Δ} – коэффициент, зависящий от значения допуска на сопротивление;

K_{ϑ} – коэффициент эксплуатации, зависящий от жесткости условий эксплуатации;

K_n – коэффициент приемки, учитывающий степень жесткости требований к контролю качества и правила приемки элементов в условиях производства.

Численные значения базовой интенсивности отказов резисторов и коэффициентов $K_R, K_M, K_{\Delta}, K_{\vartheta}, K_n$ выбираются из соответствующей справочной литературы [12].

Численное значение K_P рассчитывается по математической модели:

$$K_P = A \exp \left[B \left(\frac{t_{окр} + 273}{N_T} \right)^G \right] \exp \left\{ \left[\left(\frac{K_{нагр}}{N_S} \right) \left(\frac{t_{окр} + 273}{273} \right)^J \right]^H \right\}, \quad (3)$$

где $K_{нагр}$ – коэффициент электрической нагрузки резистора по мощности;

$t_{окр}$ – температура окружающей среды (корпуса элемента), °С;

A, B, N_T, G, N_S, J, H – постоянные коэффициенты, которые принимают значения согласно табл. 1.

Таблица 1

Постоянные коэффициенты модели K_P (3)

Виды резисторов постоянных	A	B	N_T	G	N_S	J	H
Металлодиэлектрические, металлизированные	0,26	0,5078	343	9,278	0,878	1	0,886
Композиционные пленочные	0,06	1,616	328	2,746	0,622	1,198	0,77
Композиционные объемные	0,093	2,194	358	2,019	1,245	1,2	1,362

Математическая модель для расчета вероятности безотказной работы кабельного изделия:

$$P(t) = \exp(-\lambda_{\vartheta} \cdot L_{лс} \cdot K_t \cdot K_{\vartheta} \cdot K_n \cdot t), \quad (4)$$

где

$$\lambda_{\vartheta} = \lambda_{\vartheta_0} \cdot L_{лс} \cdot K_t \cdot K_{\vartheta} \cdot K_n,$$

где λ_{ϑ_0} – базовая интенсивность отказов кабельных изделий при $T=25$ °С, приходящаяся на 1 м длины, [1/ч·м];

$L_{лс}$ – длина линии связи, [м];

K_t – коэффициент, зависящий от рабочей температуры материала, конструкции изоляции и оболочки;

K_{ϑ} – коэффициент эксплуатации, зависящий от жесткости условий эксплуатации;

K_n – коэффициент приемки, учитывающий степень жесткости требований к контролю качества и правила приемки элементов в условиях производства.

Численные значения базовой интенсивности отказов кабельных изделий и коэффициентов K_{ϑ}, K_n выбираются из соответствующей справочной литературы [12]. Значение длины линии связи

$L_{лс}$ рассчитывается как можно более точно при проектировании ИСБ, что возможно при тщательном обследовании объекта, выявлении особенностей строительных конструкций, мест установки приборов и прокладки трасс электропроводок.

Численное значение коэффициента K_t рассчитывается по математической модели:

$$K_t = \exp \left[E \cdot \left(\frac{1}{298} - \frac{1}{t_{окр} + \frac{1}{j_{max}^2 \cdot \rho^2} \cdot \frac{(t_{max} - 25) \cdot U^2}{L_{лс}^2} + 273} \right) \right], \quad (5)$$

где E – коэффициент, определяемый материалом изоляции кабельного изделия, см. в [6];

$t_{окр}$ – температура окружающей среды, °С;

t_{max} – максимальная рабочая температура кабельного изделия по ТУ, °С, может быть выбрана из [12];

j_{max} – максимально допустимая по ТУ плотность тока (можно принять 3,5 А/мм²);

U – напряжение в линии связи, В;

ρ – удельное сопротивление проводника кабельного изделия [Ом·мм²/м].

Таким образом, созданный ПК «АРПНЭИСБ» позволяет производить автоматизированный расчет:

– вероятности воздействия нарушителя на технические средства охраны, установленные на объектах, охраняемых подразделениями вневедомственной охраны полиции, с целью кражи (или другого криминального воздействия) за период времени t;

– вероятности безотказной работы резисторов с учетом факторов, влияющих на изменения интенсивности их отказов за период времени t;

– вероятности безотказной работы кабельных изделий с учетом факторов, влияющих на изменения интенсивности их отказов за период времени t.

Это позволяет существенно сэкономить временные и трудозатраты при осуществлении оценки надежности ИСБ на стадии проектирования.

The screenshot displays the ARPNESB software interface, organized into several calculation modules:

- Вероятность безотказной работы резистора:** Includes the formula $P(t) = \exp(-\lambda_R \cdot K_R \cdot K_M \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_n \cdot t)$ and input fields for $P(t)$, K_R , K_M , K_A , K_V , K_n , λ_R , and t . A "Расчитать P(t)" button is present.
- Вероятность безотказной работы кабельного изделия:** Includes the formula $P(t) = \exp(-\lambda_c \cdot L_{лс} \cdot K_I \cdot K_V \cdot K_n \cdot t)$ and input fields for $P(t)$, $L_{лс}$, K_I , K_V , K_n , and t . A "Расчитать P(t)" button is present.
- Вероятность воздействия нарушителя на технические средства охраны...:** Includes the formula $P_{впр}(t) = \frac{N_{краж}(t)}{N_{попыток}(t)}$ and input fields for $P_{впр}(t)$, $N_{краж}$, and $N_{попыток}$. A "Расчитать P_{впр}(t)" button is present.
- Кэффициент режима работы, зависящий от электрической (коэффициента КН) и температуры корпуса элемента:** Includes the formula $K_R = A \exp \left[B \left(\frac{t_{оп} + 273}{N_T} \right)^G \right] \exp \left[\left(\frac{K_{взр}}{N_S} \right) \left(\frac{t_{оп} + 273}{273} \right)^H \right]$ and input fields for K_R , $K_{(нагр)}$, $\vartheta_{(окр)}$, and parameters A, B, G, N_T , N_S , J, H. A "Расчитать Kp" button is present.
- Кэффициент, зависящий от рабочей температуры материала, конструкции изоляции и оболочки:** Includes the formula $K_t = \exp \left[E \cdot \left(\frac{1}{298} - \frac{1}{t_{оп} + \frac{1}{j_{max}^2 \cdot \rho^2} \cdot \frac{(t_{max} - 25) \cdot U^2}{L_{лс}^2} + 273} \right) \right]$ and input fields for K_t , L, E, $\vartheta_{(окр)}$, $\vartheta_{(max)}$, $j_{(max)}$, U, and ρ . A "Расчитать Kt" button is present.

Рис. 1. Внешний вид интерфейса ПК «АРПНЭИСБ»

Литература

1. ГОСТ Р 53704-2009. Системы безопасности, комплексные и интегрированные. Общие технические требования.
2. Дурденко В.А., Рогожин А.А., Яковлев А.В. Оценка структурной и параметрической надежности интегрированных систем безопасности охраняемых объектов // Вестник Воронежского государственного университета. Системный анализ и информационные технологии. 2012. №1. С. 61-68.
3. Дурденко В.А., Рогожин А.А. Критериальное моделирование оценки качества функционирования и надежности интегрированных систем безопасности охраняемых объектов // Вестник Воронежского института МВД России. 2012. №1. С. 205-214.
4. Рогожин А.А. Применение технологии автоматизированного структурно-логического моделирования для количественной оценки надежности интегрированных систем безопасности: формализованная постановка задачи // Вестник Воронежского института МВД России. 2013. №2. С. 195-206.
5. Дурденко В.А., Рогожин А.А. Количественная оценка надежности интегрированной системы безопасности на основе логико-вероятностного моделирования // Вестник Воронежского института МВД России. 2013. №2. С. 207-215.
6. Рогожин А.А. Основы построения интегрированных систем безопасности: учеб. пособие. Воронеж: Изд-во Воронеж. ин-та МВД России, 2012. 74 с.
7. Дурденко В.А., Рогожин А.А. Разработка классификации и архитектуры построения интегрированных систем безопасности // Вестник Воронежского государственного университета. Системный анализ и информационные технологии. 2013. №1. С. 61-70.
8. Рогожин А.А., Дурденко В.А., Баторов Б.О. Логико-вероятностное математическое моделирование и оценка надежности системы контроля и управления доступом // Вестник Воронежского государственного университета. Системный анализ и информационные технологии. 2014. №1. С. 5-17.
9. Рогожин А.А., Дурденко В.А., Баторов Б.О. Математическое моделирование и оценка надежности интегрированной системы безопасности при воздействии дестабилизирующих факторов // Вестник Воронежского института МВД России. 2014. №1. С. 79-90.
10. Можаяев А.С., Громов В.Н. Теоретические основы общего логико-вероятностного метода автоматизированного моделирования систем. СПб.: ВИТУ, 2000. 145 с.
11. Можаяев А.С. Отчет о верификации программного средства «Программный комплекс автоматизированного структурно-логического моделирования и расчета надежности и безопасности систем» (АРБИТР, ПК АСМ СЗМА, базовая версия 1.0). СПб.: СПИК СЗМА, 2007. 1031 с.
12. Боровиков С.М., Цырельчук И.Н., Троян Ф.Д. Расчет показателей надежности радиоэлектронных средств: учеб.-метод. пособие / под ред. С.М. Боровикова. Минск: БГУИР, 2010. 68 с.
13. Обзор основных результатов служебной деятельности подразделений вневедомственной охраны полиции за 2012 год: письмо ГУВО МВД России от 23 января 2013 г. № 36/183.
14. Обзор основных результатов служебной деятельности подразделений вневедомственной охраны полиции за 2013 год: письмо ГУВО МВД России от 14 февраля 2014 г. № 36/471.

Рогожин Александр Александрович, преподаватель кафедры технических систем безопасности Воронежского института МВД России. E-mail: raa_tsbs@list.ru, тел. (473) 200-52-84.

Дурденко Владимир Андреевич, доктор технических наук, профессор кафедры менеджмента Воронежского института инновационных систем, e-mail: dva_viis@mail.ru, тел.(473) 2-354-898.

Баторов Батор Октябрьевич, начальник Пункта централизованной охраны управления вневедомственной охраны по г. Улан-Удэ – ФГКУ УВО МВД России по Республике Бурятия, e-mail: 03bator@rambler.ru, тел. (983) 435-31-33.

Rogozhin Alexander Alexandrovich, lecturer, security of technical systems department, Voronezh Institute of the Ministry of Interior of Russia. E-mail: raa_tsbs@list.ru, tel. (473) 200-52-84.

Durdenko Vladimir Andreevich, professor, management department, doctor of technical sciences, Voronezh Institute of Innovation Systems. E-mail: dva_viis@mail.ru, tel. (473) 2-354-898.

Batorov Bator Oktyabryevich, chief of the center of centralized security control of non-departmental security unit of Ulan-Ude. Ministry of Interior of Russia in the Republic of Buryatia. E-mail: 03bator@rambler.ru, tel. (983) 435-31-33.

ГИБРИДНЫЙ МЕТОД ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ ПОИСКА С ЗАПРЕТАМИ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Бурятского государственного университета

В работе излагается описание нового прямого метода глобальной оптимизации, созданного на основе поиска с запретами и дифференциальной эволюции.

Ключевые слова: глобальная оптимизация, поиск с запретами, дифференциальная эволюция.

F.V. Khandarov, T.G. Darmaev

A HYBRID METHOD OF GLOBAL OPTIMIZATION BASED ON TABOO SEARCH AND DIFFERENTIAL EVOLUTION

The paper deals with description of a new direct method of global optimization, designed on the basis of tabu search and differential evolution.

Keywords: global optimization, tabu search, differential evolution.

Введение

При решении оптимизационных задач большой размерности с «нехорошим» поведением целевой функции на практике часто используются прямые методы глобальной оптимизации, в некоторых случаях показывающие более высокую скорость сходимости по сравнению с традиционными градиентными методами. В данной работе излагается новый прямой гибридный метод на основе методов поиска с запретами и дифференциальной эволюции.

1. Поиск с запретами и дифференциальная эволюция

Поиск с запретами [1-7] представляет собой эвристический метод глобальной безусловной оптимизации. Как и для всех подобных методов, целью поиска с запретами является построение последовательности $\{w_t\} \rightarrow w_{\min}$ при $t \rightarrow \infty$. Заметим, что при этом в общем случае не требуется выполнения условия $w_t \leq w_{t+1}$, но требуется $\{\tilde{w}_k\} \rightarrow w_{\min}$ при $t \rightarrow \infty$, где $\{\tilde{w}_k\}$ – некоторая подпоследовательность $\{w_t\}$. Очевидно, что возможны случаи перехода к точке, ухудшающей текущее состояние, поэтому на протяжении всей работы метода требуется хранить информацию о рекорде w^* – лучшей по значению ЦФ точки, посещенной во время работы метода.

Основная идея итерационного механизма поиска с запретами основывается на выборе новой точки последовательности из конечного подмножества точек окрестности – «соседей» – предыдущей точки и ведении списка запретов $tabu_t$, представляющего собой набор подмножеств поискового пространства, содержащих просмотренные ранее точки вместе со своими окрестностями. Тогда при попадании поиска в локальный минимум запреты «вытаскивают» текущую точку из его окрестности, и поиск продолжает спуск к следующему локальному минимуму.

«Соседние» точки выбираются в окрестности равновероятно. В ситуации, когда не удастся сформировать множество соседей (в силу покрытия запретами допустимой на t -й итерации для формирования соседей области пространства поиска), как правило, производится рестарт метода из новой начальной точки (с сохранением данных о точке w^* и значении ЦФ в ней y^*) [1; 7].

Дифференциальная эволюция [8] относится к классу *популяционных методов*, которые на каждой итерации оперируют *популяцией* – множеством точек: $P_t = \left\{ w_k^{(t)} \right\}_{k=1, n_p} = \left\{ (w_{k,1}^{(t)}, w_{k,2}^{(t)}, \dots, w_{k,n}^{(t)}), w_{k,j}^{(t)} \in D_j \right\}_{k=1, n_p}$, где n_p – размер популяции (фиксированный или изменяющийся по определенным правилам на протяжении всей работы алгоритма), $D_1 \times \dots \times D_n = D \subset \mathbb{R}^n$ – пространство поиска.

Схема популяционных методов является достаточно общей и отличается от одноточечной схемы лишь тем, что оперирует не с одной точкой, а с некоторым множеством, а также способом генерации пробных точек. Для каждой точки популяции, т.е. для любого $k \in [1, p]$ случайным и равновероятным образом выбираем три различных точки $a_k, b_k, c_k = \text{uniform}\{W_i / w_i^{(k)}\}$, далее генерируем так называемый *мутантный* вектор $m_k = a_k + \alpha(b_k - c_k)$, где α – задана; затем, заменяя в m_k некоторые координаты координатами точки предыдущей итерации $w_i^{(k)}$ с некоторой заданной вероятностью β , получаем точку $\tilde{w}_i^{(k)}$. Затем определяем точки следующей популяции:

$$\forall k \in [1, p]: w_{i+1}^{(k)} = \begin{cases} \tilde{w}_i^{(k)} & \text{если } \tilde{y}_i^{(k)} < y_i^{(k)} \\ w_i^{(k)} & \text{если } y_i^{(k)} < \tilde{y}_i^{(k)} \end{cases}$$

Метод отличается небольшим числом настраиваемых параметров: p – размер популяции, α – коэффициент взвешивания, β – вероятность замены координаты при скрещивании.

Одной из проблем, возникающих при использовании метода на практике, может стать выход поиска за границы при решении задачи с ограничениями. Впрочем, проблема легко разрешается, в простейшем случае – приравниванием вышедшей за пределы координаты ближайшему граничному значению.

2. Набор тестовых функций

В качестве минимального тестового набора будем работать со следующими функциями [9]:

Таблица 2

Описание тестовых функций

Функция	Область определения
f1. Sphere: $f(w) = \sum_{i=1}^n w_i^2$	-5,12; 5,12
f2. Rosenbrock: $f(w) = \sum_{i=1}^{n-1} (100 \cdot (w_{i+1} - w_i^2)^2 + (w_i - 1)^2)$	-2,048; 2,048
f3. Rastrigin: $f(w) = 10 \cdot n + \sum_{i=1}^n (w_i^2 - 10 \cdot \cos(2\pi w_i))$	-5,12; 5,12
f4. Schwefel: $f(w) = 418,9829 \cdot n + \sum_{i=1}^n (-w_i \cdot \sin(\sqrt{ w_i }))$	-500; 500
f5. Griewank: $f(w) = 1 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{w_i^2}{4000} \right) - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{w_i}{\sqrt{i}}\right)$	-600; 600
f6. Ackley: $f(w) = 20 + e - 20 \cdot e^{-0,2 \cdot \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n w_i^2}} - e^{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \cos(2\pi w_i)}$	-30; 30

Для всех функций $f^* = 0$, кроме Rastrigin, где $f^* = 10$, а также $w_i^* = 0.0$, кроме Rosenbrock, где $w_i^* = 1.0$, и Schwefel, где $w_i^* = 420,9687$.

Графики функций (при N=2), приведенные на рисунке 1, дают представление о характере тестовых функций: как видно, представлены различные классы: одно- и многоэкстремальные, с различными окрестностями локальных минимумов.

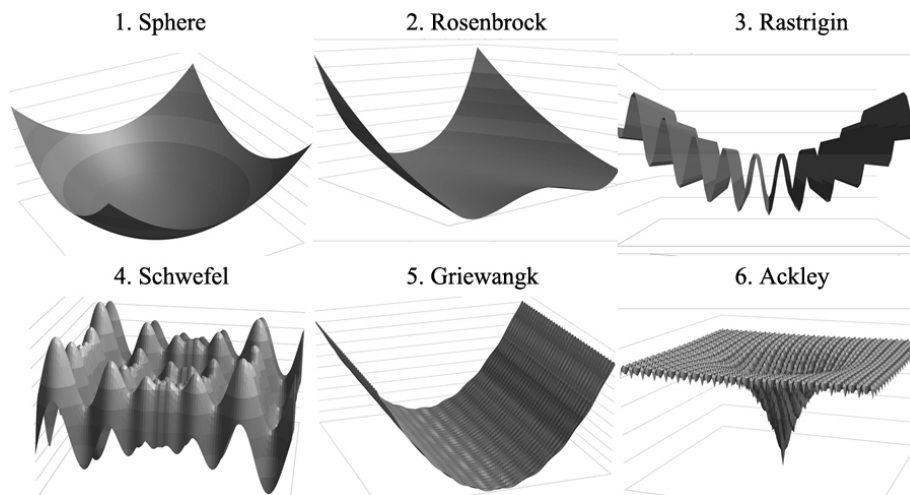


Рис. 1. Графики тестовых функций (при N=2)

3. Гибридный метод

Далее будем обозначать поиск с запретами как TS, дифференциальную эволюцию как DE, гибридный метод как TS_DE.

Работа TS подразделяется на этапы спуска к локальным минимумам и подъема из окрестностей уже посещенных локальных минимумов. Если на этапе спуска метод действует сравнительно эффективно, достаточно быстро спускаясь в направлении поиска, то на этапах подъема эффективность поиска заметно снижается. Таким образом, желательным улучшением представляется более быстрый переход в окрестность другого локального минимума, минуя длительный процесс подъема. В настоящей работе попробуем для организации подобного перехода использовать механизм DE. Будем различать шаги глобального поиска по правилам TS (*ts*-шаг) и по правилам DE (*de*-шаг) (рис. 2).

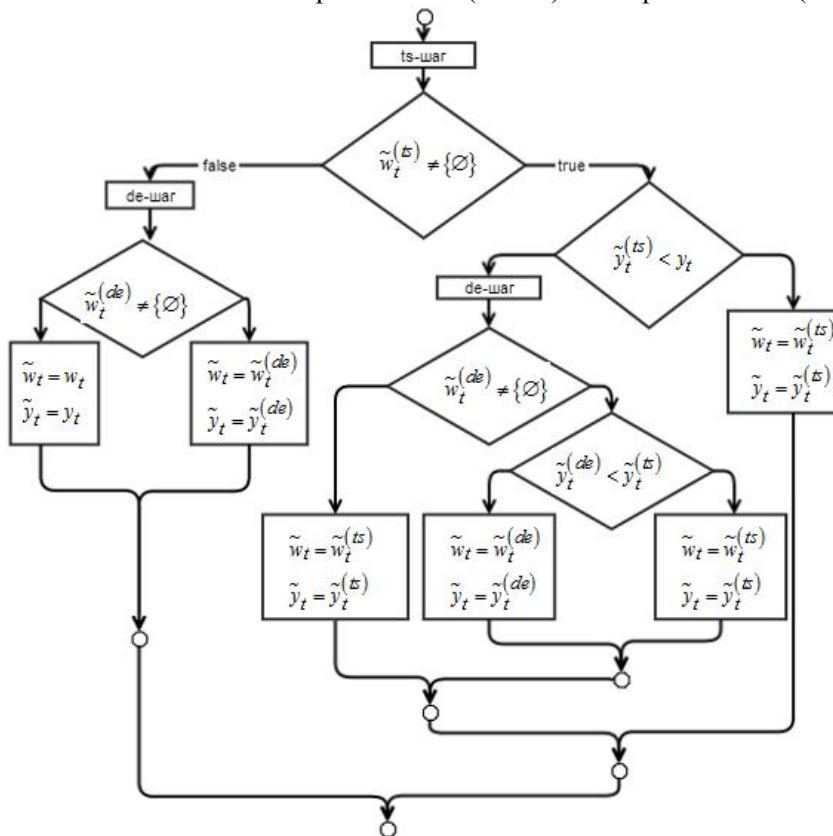


Рис. 2. Схема выбора шага

Будем далее обозначать точки $\tilde{w}^{(de)}$ и $\tilde{w}^{(ts)}$, полученные в результате совершения ts-шага и de-шага, как *ts-точки* и *de-точки* соответственно; $\tilde{y}^{(de)}$ и $\tilde{y}^{(ts)}$ – значения ЦФ в этих точках.

Заметим, что совершение de-шага имеет смысл производить лишь в случаях, когда последовательность ts-шагов привела поиск на дно окрестности локального минимума, показателем чего является либо невозможность формирования *ts-точки* $\tilde{w}^{(ts)}$, либо ухудшение значения $\tilde{y}^{(ts)}$ по сравнению с текущей точкой $y_t < \tilde{y}^{(ts)}$ (рис.2).

Очевидно, структура списка запретов в таком случае будет иметь сегментированный вид, где переход к каждому новому сегменту будет означать совершение de-шага, а сам сегмент – последовательность точек, полученных произведенными подряд ts-шагами. Таким образом, список запретов будет иметь вид: $tabu_t = \bigcup_{j=0}^S tabu_{t,j}$, где S – число его сегментов.

В качестве точек популяции для совершения de-шага будем брать точки, принадлежащие различным сегментам списка запретов – по одной от каждого сегмента. Случайным и равновероятным образом будем выбирать три различных номера сегментов $v_0, v_1, v_2 \in [0, S - 1]$, в каждом из которых также равновероятно выберем по одной точке: $p_j = choose\{tabu_{t,v_j}\}$ ($j \in [0, 2]$). Далее из координат выбранных точек сгенерируем мутантный вектор: $t = p_0 + \alpha(p_1 - p_2)$. Некоторые координаты полученного мутантного вектора заместим координатами точки, выбираемой из последнего сегмента списка запретов $x = choose_{last}\{tabu_{t,S}\}$.

Описанный способ совершения de-шага возможен при $S \geq 4$ (поскольку нам необходимо не менее 4-х точек и, соответственно, 4-х сегментов), а при $S < 4$ будем выбирать точку начала нового сегмента случайным образом равновероятно по всему пространству поиска, за исключением уже запрещенных к этому моменту областей.

Заметим, что возможна потеря хороших решений в результате резких «скачков» на de-шаге. Попробуем исправить ситуацию, предложив способ, сохраняющий координаты рекордного решения. Для этого воспользуемся необходимостью определения действия в случае выхода за границы параллелепипедных ограничений, которые часто возникают в задаче обучения ИНС в качестве ограничений на изменение весов связей.

Будем считать, что на веса связей ИНС и, следовательно, на координаты точек в оптимизационной задаче наложены параллелепипедные ограничения вида $\forall t : b_l \leq w_{t,j}, \tilde{w}_{t,j} \leq b_r$.

В случае применения de-шага возможна ситуация, когда какие-либо координаты полученной точки выходят за указанные границы $\tilde{w}_{t,j} < b_l$ или $\tilde{w}_{t,j} > b_r$. Воспользуемся ситуацией и будем изменять эти координаты на случайные значения, полученные моделированием нормального распределения в окрестности соответствующих координат рекордной точки: $\tilde{w}_{t,j} = normal(w_j^*, \tau)$. Если же j -тая координата и после этого «выскакивает» за границы, то приравняем $\tilde{w}_{t,j}$ ближайшему граничному значению.

Параметр $\tau > 0$ в данном случае можно выбирать достаточно небольшим. В работе использовалось значение $\tau = (b_r - b_l) / 10^3$.

Далее требуется определить $choose_{last}$ и $choose$ – процедуры выбора точек из сегментов. Очевидно, следует различать следующие варианты:

- 0) выбирается последняя точка сегмента (предполагаемое дно исследованной окрестности локального минимума);
- 1) выбирается первая точка сегмента (одна из наиболее удаленных от предполагаемого локального минимума точек в его окрестности);
- 2) из сегмента равновероятно выбирается случайная точка.

Также нас интересует использование параметра α при генерации мутантного вектора – мы располагаем двумя вариантами:

- 0) новое значение α для каждого мутантного вектора (α);
- 1) новое значение α для каждой координаты мутантного вектора.

Далее произведем вычислительный эксперимент, с помощью которого определим оптимальный набор трех параметров. Для каждой ЦФ многократно выберем стартовую точку случайным образом, равновероятно по всему пространству поиска и произведем запуск метода на каждой комбинации (наборе) параметров, затем по каждой функции и набору параметров подсчитаем простейшую статистику: минимальное, максимальное, среднее значения и стандартное отклонение. Полученные результаты сведены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты выбора процедур $choise_{last}$, $choise$ и значения α

P1	P2	α	f1	f2	f3	f4	f5	f6
0	0	0	4,05	354,78	467,37	12954,8	16,75	18,21
0	1	1	1,20	247,20	447,85	12788,7	5,51	18,25
0	2	0	4,56	390,88	458,45	12914,6	18,36	17,90
0	0	1	1,60	285,18	467,99	12907	6,20	17,80
0	1	0	4,41	375,59	471,96	12627,6	17,19	18,06
0	2	1	1,34	255,69	450,69	12436,4	6,33	17,89
1	0	0	59,51	1776,66	563,33	16131,7	199,62	18,74
1	1	1	48,28	1466,05	551,16	15626,8	164,34	18,36
1	2	0	89,60	2492,44	593,75	17240,7	316,28	18,45
1	0	1	87,32	2410,02	593,44	16667,9	296,29	18,16
1	1	0	64,35	1885,19	588,83	16329,9	212,06	18,62
1	2	1	55,01	1665,89	563,57	15982,8	202,74	18,27
2	0	0	10,48	563,23	471,75	13393,6	38,68	18,31
2	1	1	4,30	416,50	470,64	13154,8	17,02	18,32
2	2	0	11,63	586,00	488,82	13679,3	45,91	18,19
2	0	1	5,07	422,57	453,58	13352,2	20,46	17,95
2	1	0	9,95	565,05	467,74	13423,6	36,20	18,39
2	2	1	4,97	451,66	460,16	13051,2	19,56	18,19

Проведенные эксперименты показывают, что лучшие показатели среднего значения получаются при выборе в процедуре $choise_{last}$ последней точки сегмента. Наилучшие результаты получены при коде 0-2-1, т. е. когда в процедуре $choise_{last}$ выбирается последняя точка сегмента, в процедуре $choise$ – случайная точка сегмента, а α выбирается для каждого нового мутантного вектора (одинаково для каждой координаты).

4. Тестирование разработанного метода

Теперь, когда мы определили различные параметры разработанного алгоритма, проведем его сравнение с базовыми методами. Усредненные по 100 запускам результаты представлены на рисунке 3. Как видно из графиков, во всех задачах показано улучшение по сравнению с родительскими методами.

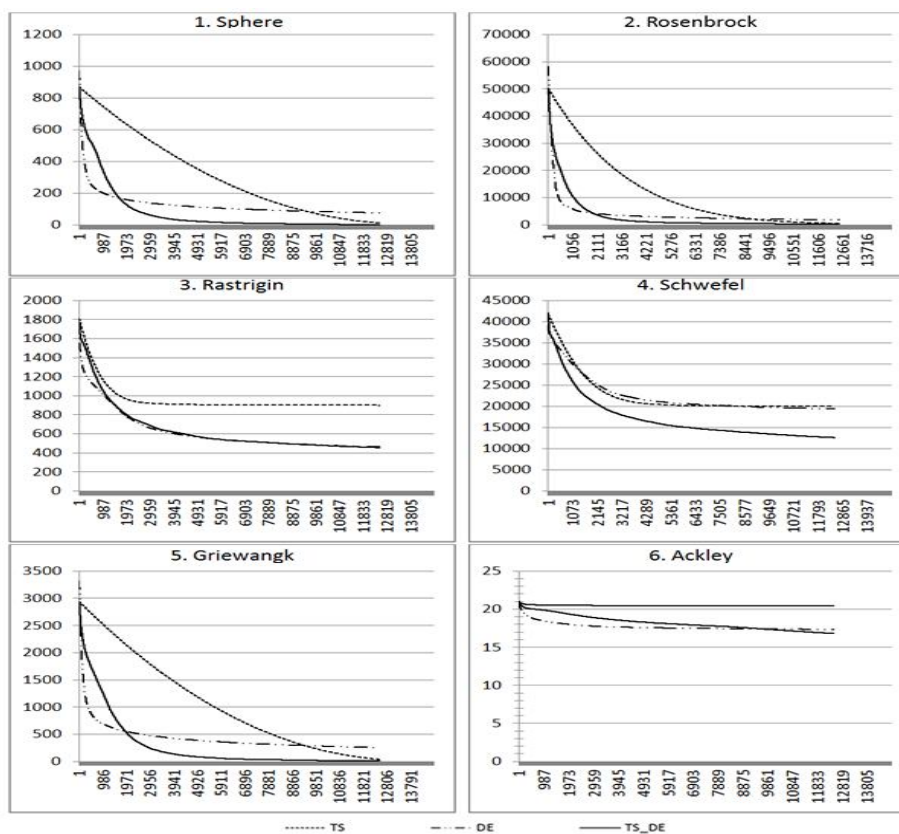


Рис. 3. Сравнение методов TS, DE и TS_DE (при N=100)

Полученный таким образом гибридный алгоритм сочетает в себе «исследовательские» способности метода дифференциальной эволюции и скорость сходимости поиска с запретами при спуске в окрестности локального минимума.

Заключение

Разработан новый прямой метод глобального поиска на основе методов поиска с запретами и дифференциальной эволюции. На представительном наборе тестовых функций показано преимущество разработанного метода по сравнению с базовыми.

Литература

1. Chelouah R., Siarry P. Tabu search applied to global optimization // European journal of operational research. 2000. Vol. 123, № 2. P. 256-270.
2. Glover F., Taillard E. A user's guide to tabu search // Annals of operations research. 1993. Vol. 41, № 1. P. 1-28.
3. Glover F. Future paths for integer programming and links to artificial intelligence // Computers & operations research. 1986. Vol. 13, № 5. P. 533-549.
4. Glover F., Laguna M. Tabu Search / F. Glover. Springer New York, 2013. 3359 p.
5. Glover F. Tabu search: part I // ORSA Journal on computing. 1989. Vol. 1, № 3. P. 190-206.
6. Glover F. Tabu search: part II // ORSA Journal on computing. 1990. Vol. 2, № 1. P. 4-32.
7. Siarry P., Berthiau G. Fitting of tabu search to optimize functions of continuous variables // International journal for numerical methods in engineering. 1997. Vol. 40, № 13. P. 2449-2457.
8. Storn R., Price K.V. Differential evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces: technical report TR-95-012. Berkeley, ICSI, 1995. 15 p.
9. Adorio E.P., & Diliman U.P. MVF – Multivariate Test Functions Library in C for Unconstrained Global Optimization (2005) <http://www.geocities.ws/eadorio/mvf.pdf>

Хандаров Фёдор Владимирович, научный сотрудник Научно-образовательного инновационного центра системных исследований и автоматизации Института математики и информатики Бурятского госуниверситета, тел. (+79244) 563112, fedor.khandarov@gmail.com

Дармаев Тумэн Гомбоцыренович, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий лабораторией вычислительных и геоинформационных технологий Научно-образовательного инновационного центра системных исследований и автоматизации Института математики и информатики Бурятского госуниверситета, тел. (+73012) 221215, dtg@bsu.ru

Khandarov Fedor Vladimirovich, research associate, scientific and educational innovation center of system research and automation, Institute of Mathematics and Computer Science, Buryat State University.

Darmaev Tumen Gombotsyrenovich, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, head of laboratory of calculation and geoinformational technologies, scientific and educational innovation center of system research and automation, Institute of Mathematics and Computer Science, Buryat State University.

УДК 004.942

© Т.В. Якубайлик

АДАПТАЦИЯ И ВЕРИФИКАЦИЯ ТРЕХМЕРНОГО ЧИСЛЕННОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЙ В НЕГЛУБОКИХ ЗАМКНУТЫХ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ВОДОЕМАХ

Работа выполнена при финансовой поддержке междисциплинарного интеграционного проекта №56, грант РФФИ №13-05-00853

Проведена адаптация известной модели GETM [1] для расчета течений в неглубоких замкнутых стратифицированных водоемах. Данная программа была написана для моделирования течений в морях и заливах, но в силу универсальности позволяет рассчитывать течения практически в любых водоемах. Для этого требуется соответствующая настройка модели, так как процесс моделирования конкретного объекта подразумевает выбор из большого набора параметров. При помощи GETM проводились расчеты для Северного моря [2], Балтийского моря [3], озера Альпах (Швейцария) [4], водоемов-охладителей Шатурской ГРЭС [5] и многих других водоемов [6].

Ключевые слова: численный алгоритм, неглубокий водоем, стратифицированная жидкость.

T.V. Yakubaylik

ADAPTATION AND VERIFICATION OF THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL ALGORITHM FOR CALCULATION OF FLOWS IN SHALLOW CLOSED STRATIFIED RESERVOIRS

The model GETM [1] has been adapted for calculation of flows in shallow closed stratified reservoirs. This program has been written for simulation of flows in seas and bays, but because of its versatility it allows to calculate the flow in various basins. It requires a corresponding adjustment of the model, as the simulation of specific object implies a choice of large set of parameters. GETM was used for the calculations in the North Sea [2], in the Baltic Sea [3], in Lake Alpnach (Switzerland) [4], for cooling ponds of Shaturskaya power station [5] and in many other water bodies [6].

Keywords: numerical algorithm, shallow water body, stratified fluid.

Введение

Для моделирования течений в неглубоких соленых замкнутых стратифицированных озерах использовалась модель GETM. Сейчас это наиболее динамично развивающаяся модель, специализированная для расчета течений в различных водоемах (в отличие, например, от универсальной MITgsm, которая позволяет наряду с водоемами рассчитывать и движение в атмосфере и за счет этого имеет некоторые ограничения в вариативности). В GETM возможен выбор из четырех вариантов сетки для дискретизации по вертикали, достаточно большой выбор разностных аппроксимаций для расчета адвекции (по сравнению, например, с POM). Также она позволяет подключать много разных моделей вертикального турбулентного перемешивания (для расчета коэффициента вертикального турбулентного обмена).

1. Описание алгоритма

Система уравнений, используемая в этой программе, является модификацией хорошо известной и часто используемой для расчетов российскими и зарубежными учеными, системой уравнений гидро-

физики, основанной на приближениях Буссинеска и гидростатики. По сравнению с системой уравнений, выписанной, например, в [7], из уравнений не исключается вертикальная молекулярная вязкость.

Для построения численного алгоритма используется метод расщепления на моды [8], который позволяет рассчитать свободную поверхность с наименьшими затратами машинного времени, вычисляя скорости переноса отдельно от трехмерного расчета скорости и термодинамики. Уравнения для внешней моды скорости получаются интегрированием по глубине уравнений для внутренней моды. Вычисление по явным разностным схемам ограничено шагами дискретизации по пространству Δx и времени Δt . Уравнения импульса, усредненного по глубине, вычисляются с маленьким шагом по времени во внешней моде и полные уравнения рассчитываются с более длинными шагами по времени при расчете внутренней моды. Для внешней моды решаются уравнения мелкой воды, которые описаны для модели в σ – координатах в [8]. Модель, использующая расщепление на моды, способна охватить более широкий спектр пространственных и временных масштабов при одинаковой стоимости вычислительных ресурсов.

Для дискретизации по вертикали используются общие вертикальные координаты. Для пространственной дискретизации используется ступенчатая C-сетка Аракавы. Дискретизация проводится на основе метода конечных объемов. Члены горизонтальной и вертикальной диффузии аппроксимируются схемами второго порядка с центральными разностями. Пакет GETM дает большую возможность выбора схем для членов переноса. Для расчета адвекции во внешней моде запрограммировано девять конечно-разностных схем: от простой схемы первого порядка с разностями против потока до нелинейных монотонных схем третьего порядка аппроксимации. Те же самые схемы доступны для расчета горизонтального переноса во внутренней моде. Для расчета вертикальной адвекции во внутренней моде есть возможность выбора только из пяти схем (первого, второго и третьего порядка аппроксимации), большинство из которых являются монотонными.

Коэффициент вертикального турбулентного обмена рассчитывается с использованием моделей турбулентного замыкания разного уровня сложности. Существует возможность расчета с постоянным коэффициентом вертикального турбулентного обмена. Запрограммировано несколько вариантов $k-\epsilon$ модели. Также присутствует возможность расчета по моделям второго порядка. Коэффициенты горизонтальной турбулентной диффузии берутся постоянными. Также присутствует возможность выбора из нескольких различных вариантов уравнения состояния, включающих линейное уравнение состояния и уравнение состояния по формуле ЮНЕСКО.

2. Выбор сеток и разностных аппроксимаций членов переноса на основе тестовых расчетов

Для тестирования программы были проведены расчеты при постоянном коэффициенте вертикального турбулентного обмена в случае однородной жидкости, в процессе которых определились параметры сеток по горизонтали и вертикали. Расчеты проводились для бассейна прямоугольной формы с ровным дном глубиной 50 м и 25 м при западном ветре 5 м/с. На рис. 1 представлен годограф скорости в центре бассейна, (а) полученный для аналитического решения [9] и (б) полученный в результате расчета в программе GETM для бассейна глубиной 25 м. Расчеты проводились до выхода на стационар. Получено не только качественное, но и неплохое количественное совпадение при шаге по пространству 200 м как по оси Ox , так и по оси Oy . По вертикали оптимальное количество слоев оказалось равным шестидесяти.

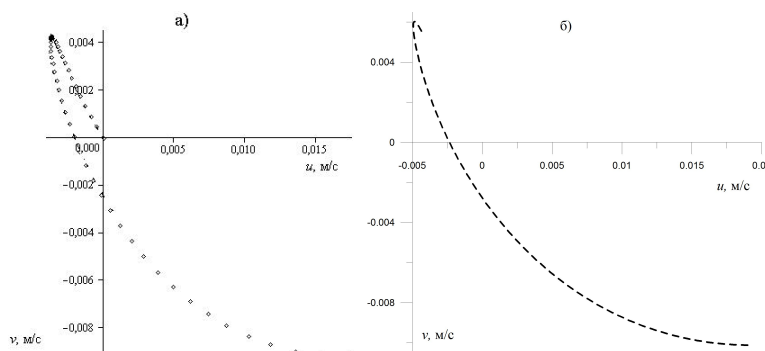


Рис. 1. Сравнение аналитического и численного решений для однородной жидкости: а) модель с учетом бокового обмена [9], б) численное решение

В целях экономии машинного времени для расчета переноса в уравнениях движения была взята наиболее простая схема первого порядка с разностями против потока. В озерах с устойчивой стратификацией в летний период профили температуры и солёности несильно изменяются на небольших масштабах времени (менее полусуток). Так как стратификация в летний период достаточно сильная, профили имеют вид «ступеньки». Для адекватного описания данного физического процесса была выбрана схема, наилучшим образом сохраняющая профили со временем. Для расчета полей температуры и солёности после ряда тестов была выбрана схема TVD-P2-PDM (третьего порядка, монотонная), наиболее адекватно отражающая картину распределения рассчитываемых величин по глубине. Более простые схемы «размазывали» профиль со временем. Более сложные схемы сильно увеличивали время счета.

3. Адаптация алгоритма на тестовых расчетах в бассейнах различной геометрии

Для адаптации численного алгоритма был проведен ряд тестовых расчетов для модельных водоемов простой формы: прямоугольного бассейна с ровным дном, цилиндрического бассейна с ровным дном, параболического бассейна и бассейна с береговой линией реального озера (с линейными размерами примерно 4 км на 9 км) и ровным дном. Известно из натуральных наблюдений, что при постоянном ветре скоростью 5 м/с скорости течения воды на поверхности водоема имеют величину на два порядка меньше (около 5 см/с). Не должно быть сильного перемешивания, так как предполагается устойчивая стратификация. При постоянном ветре с наветренной стороны должен наблюдаться апвеллинг (поднятие на поверхность холодной воды). При переменном ветре ожидается появление внутренних волн. Все эти эффекты были определяющими при адаптации пакета GETM к расчету течений в неглубоком стратифицированном замкнутом водоеме.

На рис. 2 представлены профили восточной и северной компонент вектора скорости при расчете в прямоугольном бассейне длиной 10 км, шириной 7 км, глубиной 25 м, при постоянном ветре 6 м/с. В этом случае на поверхности величина вектора горизонтальной скорости составляет около 5,6 см/с. Сохранение стратификации подтверждается приведенным ниже рис. 3. Эффект апвеллинга проиллюстрирован на рис. 4 (при северо-западном и юго-западном ветре). Как и ожидалось, подъем холодной воды происходит с подветренной стороны.

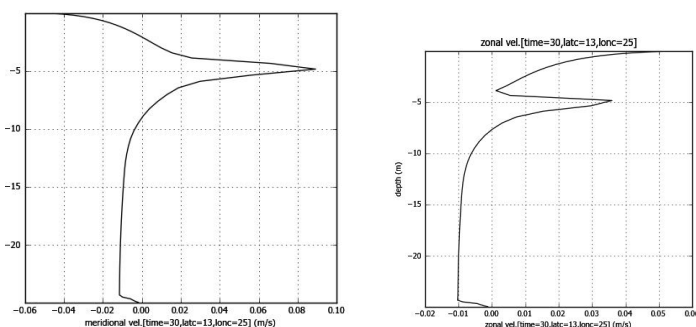


Рис. 2. Профили скорости в прямоугольном бассейне после шести часов расчета с северо-западным ветром величиной 6 м/с:
а) восточная скорость, б) северная скорость

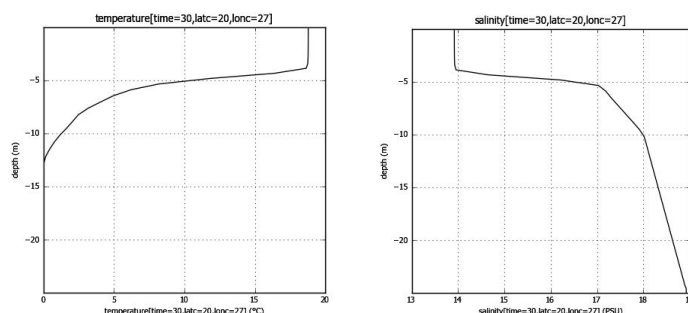


Рис. 3. Профиль температуры (слева) и солёности (справа) в середине прямоугольного бассейна после 6 часов расчета (квазистационарное течение)

На рис. 5 приведено распределение горизонтального вектора скорости на поверхности бассейна при северо-западном и юго-восточном ветре.

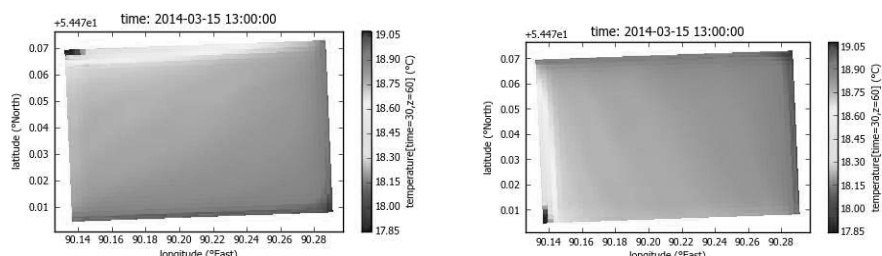


Рис. 4. Эффект апвеллинга: слева при северо-западном ветре, справа при юго-западном ветре

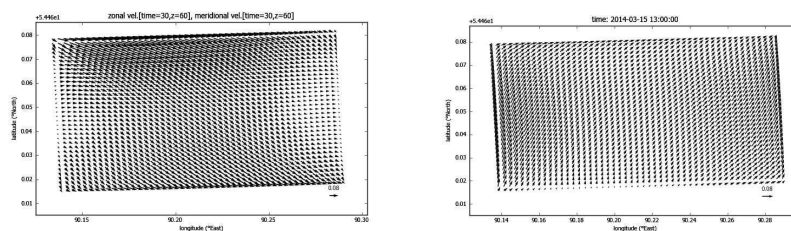


Рис. 5. Распределение горизонтального вектора скорости на поверхности бассейна: слева при северо-западном, справа при юго-западном ветре 6 м/с

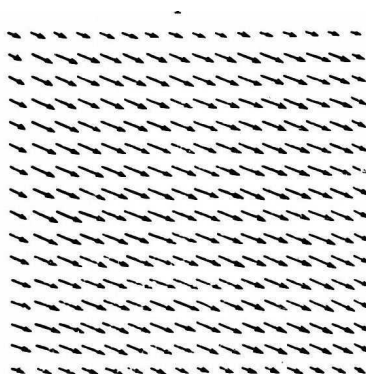


Рис. 6. Распределение горизонтального вектора скорости на поверхности бассейна при постоянном западном ветре 7 м/с, действующем на всей поверхности квадратного бассейна 100 на 100 км глубиной 100 м, по данным расчетов из [10]

Эти результаты сравнивались с расчетами из работы [10], выполненными для прямоугольного бассейна 100 на 100 км с ровным дном, глубиной 100 м, при постоянном западном ветре 7 м/с (рис. 6). Картина поля скоростей на поверхности бассейна в наших расчетах аналогична картине, полученной в расчетах других авторов.

Далее приведены результаты расчетов в прямоугольном бассейне с ровным дном при переменном ветре. На присутствие внутренних волн указывает и рис. 7, на котором представлено изменение изотерм в фиксированной точке бассейна с течением времени.

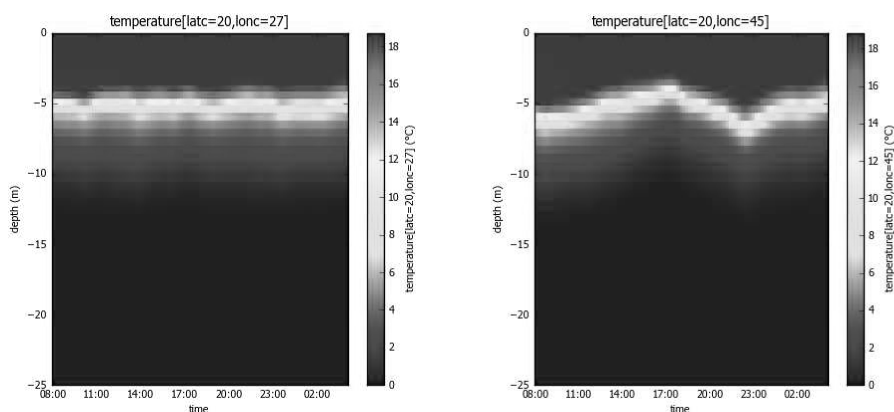


Рис. 7. Изотермы в фиксированной точке бассейна с течением времени (первый момент времени – начало штиля после переменного ветра): слева – в центральной и справа – в прибрежной

На рис. 8, 9 представлены изотермы на поверхности и в зоне термоклина (на глубине 6 м) при расчете в прямоугольном бассейне при переменном ветре. Ветер был запрограммирован по следующему сценарию: северо-западный, сначала 6 м/с в течение шести часов, затем 11 м/с в течение часа или двух, затем полное отсутствие ветра (штиль) в течение двенадцати часов. Изотермы приведены, начиная с момента отключения ветра (начало штиля) с интервалом в два часа. Видно, что при отсутствии ветра температура на поверхности быстро выравнивается, в то время как в области термоклина продолжается движение теплых и холодных водных масс, что говорит о возможности образования внутренних волн.

Для адаптации алгоритма к непрямоугольной береговой линии проведены расчеты в цилиндрическом бассейне с ровным дном и в бассейне с береговой линией реального озера и ровным дном.

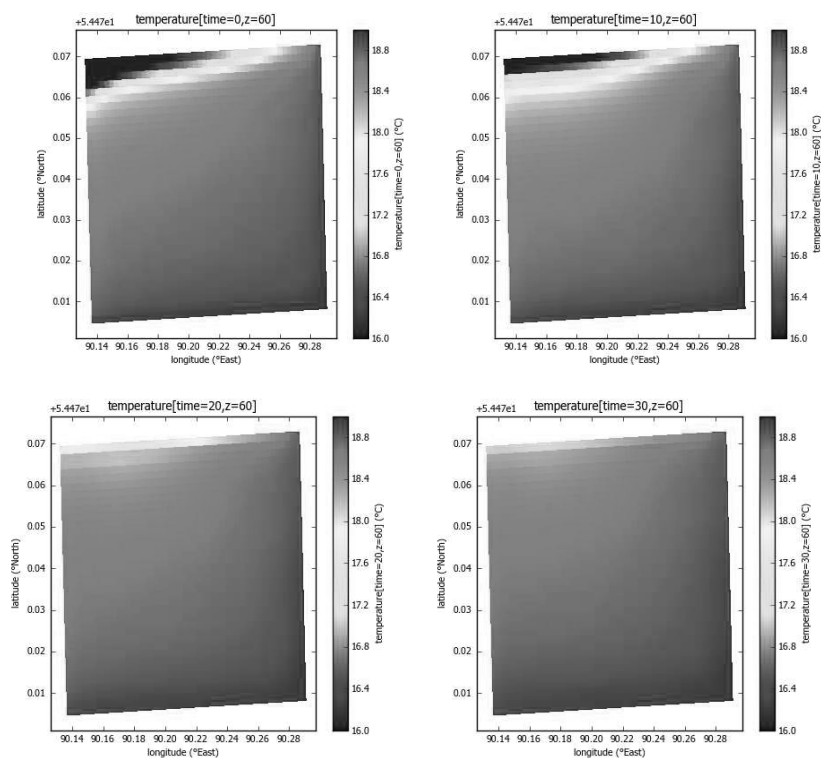


Рис. 8. Изотермы в прямоугольном бассейне глубиной 25 м на поверхности при переменном северо-западном ветре (изменение со временем с интервалом в 2 часа)

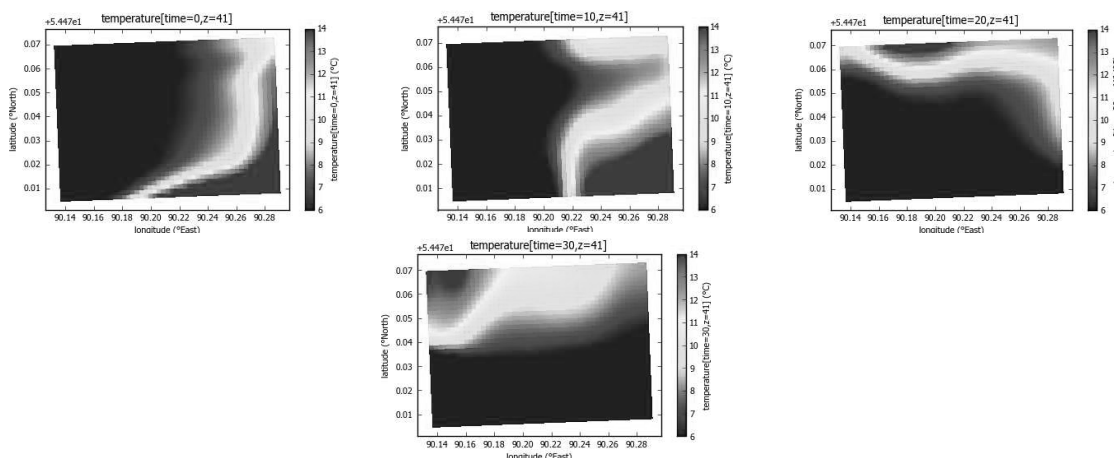


Рис. 9. Изотермы в прямоугольном бассейне глубиной 25 м на глубине 6 м при переменном северо-западном ветре (изменение со временем с интервалом в 2 часа)

На рис. 10 приведено распределение горизонтального вектора скорости на поверхности цилиндрического бассейна радиусом 2 км, глубиной 25 м при постоянном северном и юго-восточном ветре. Эффект апвеллинга проиллюстрирован на рис. 11 (при северном (слева) и юго-восточном (справа) ветре). Как и ожидалось, подъем холодной воды происходит с подветренной стороны.

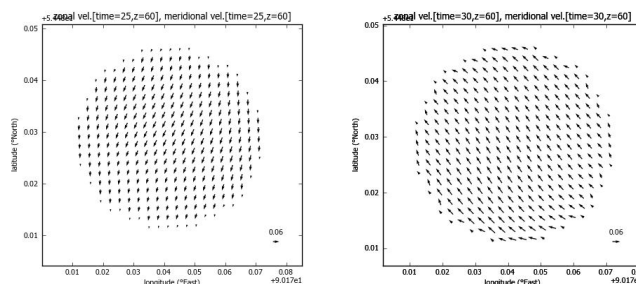


Рис. 10. Распределение горизонтального вектора скорости на поверхности цилиндрического бассейна: слева при северном, справа при юго-восточном постоянном ветре 6 м/с

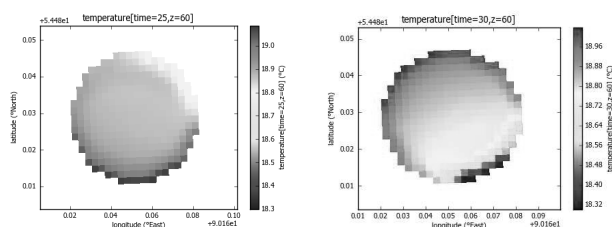


Рис. 11. Эффект апвеллинга в цилиндрическом бассейне: слева при северном ветре, справа при юго-восточном ветре

На рис. 12 представлено распределение горизонтального вектора скорости в водоеме с реальной береговой линией и ровным дном, глубиной 25 м при постоянном ветре. На рис. 13, 14 представлены изотермы на поверхности и в зоне термоклина (на глубине 6 м) при расчете в бассейне с реальной береговой линией при переменном ветре.

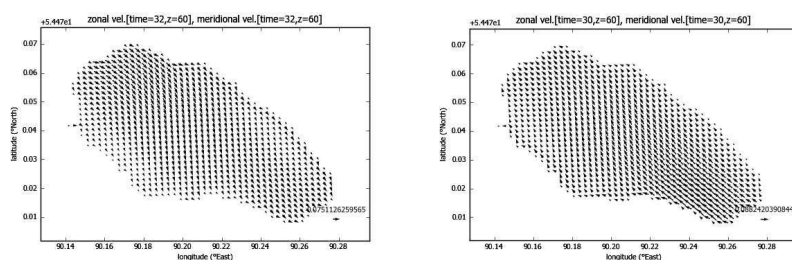


Рис. 12. Распределение горизонтального вектора скорости на поверхности бассейна: слева при северо-западном, справа при юго-восточном постоянном ветре 6 м/с

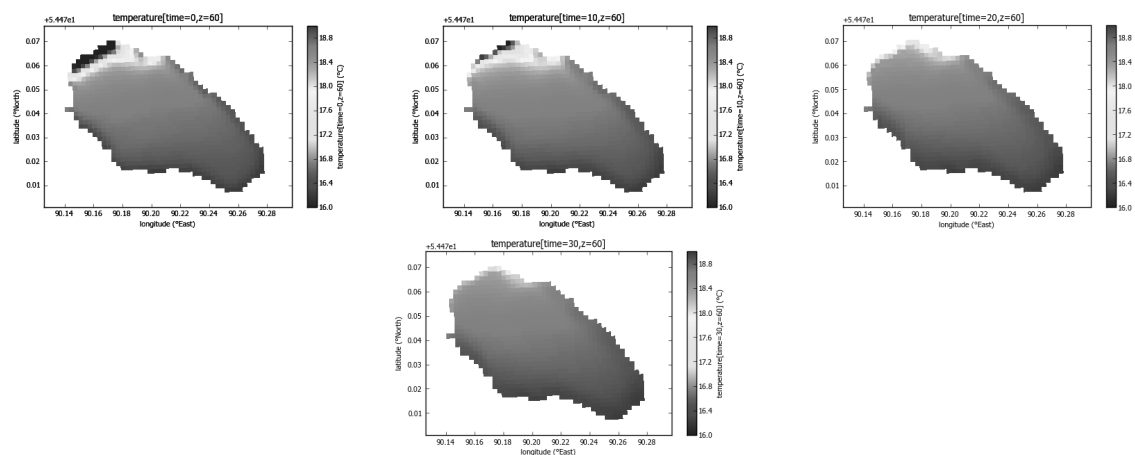


Рис. 13. Изотермы на поверхности при переменном северо-западном ветре (изменение со временем с интервалом в 2 часа)

Ветер был запрограммирован по сценарию, описанному выше. Изотермы приведены, начиная с момента отключения ветра (начало шторма) с интервалом в два часа. Так же, как и в случаях прямоугольного и цилиндрического бассейна, наблюдается эффект постепенного выравнивания температуры на поверхности при отсутствии ветра, в то время как в области термоклина продолжается циркуляционное движение, которое в случае произвольно изрезанной береговой линии имеет более сложный характер.

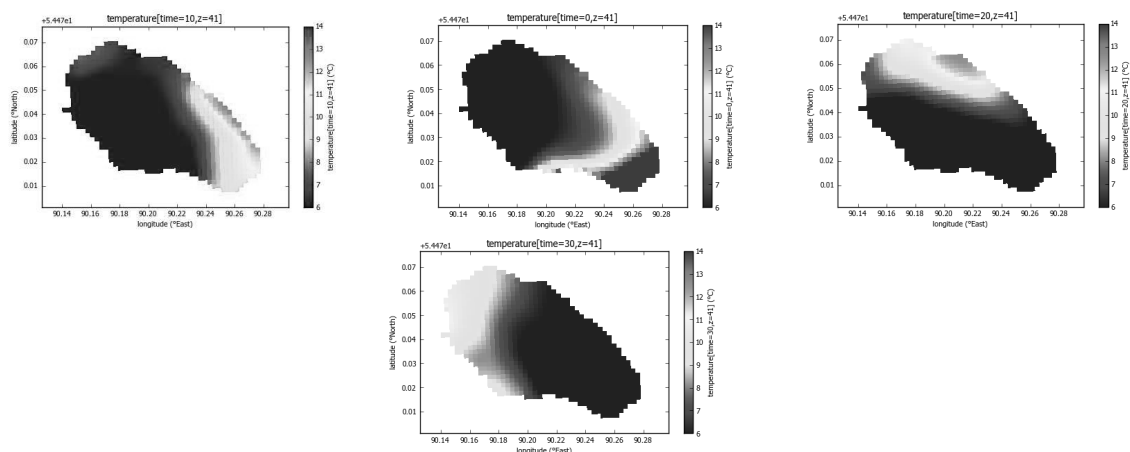


Рис. 14. Изотермы на глубине 6 м при переменном северо-западном ветре (изменение со временем с интервалом в 2 часа)

В случае достаточно сложных очертаний береговой линии алгоритм работоспособен.

В бассейне с параболическим дном проводились тестовые расчеты для адаптации алгоритма к неровному дну. Бассейн на поверхности имеет диаметр четыре километра, максимальная глубина – 25 метров. Перемешивания слоев не наблюдается и в данном тесте (рис. 15). Видно влияние неровного

дна на изменение профилей температуры и солёности со временем. Происходит более заметное их сглаживание со временем.

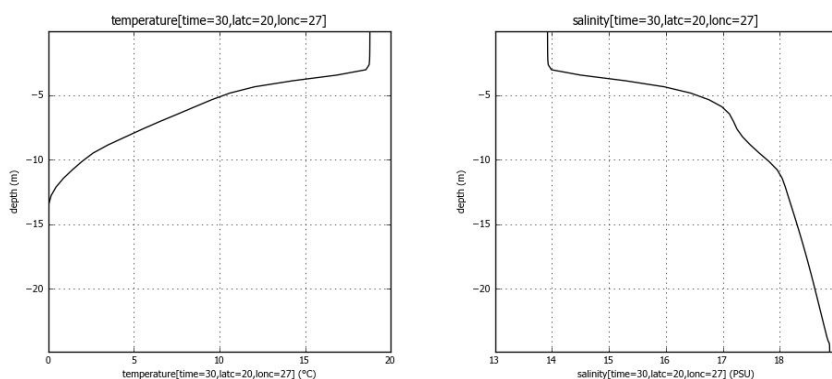


Рис. 15. Профили температуры (слева) и солёности (справа) в параболическом бассейне после шести часов расчета с северо-западным ветром 6 м/с

На рис. 16 приведено распределение горизонтального вектора скорости на поверхности бассейна при северо-западном и юго-восточном ветре. Эффект влияния дна виден в изменении поведения вектора скорости на поверхности по сравнению с расчетом в цилиндрическом бассейне (рис. 10).

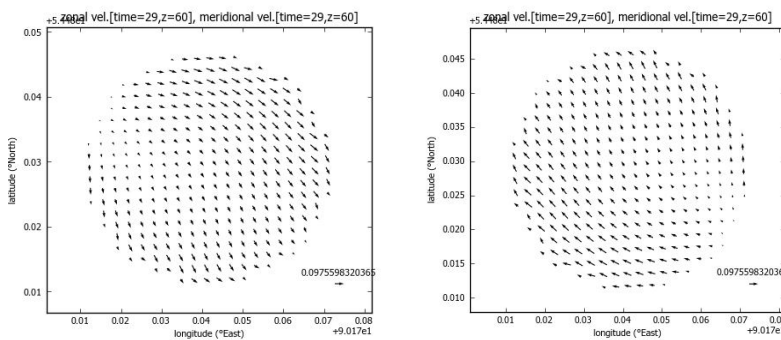


Рис. 16. Распределение горизонтального вектора скорости на поверхности параболического бассейна: слева – при северо-западном, справа – при юго-восточном постоянном ветре величиной 6 м/с

Эффект апвеллинга для данного бассейна лучше виден на поперечном разрезе (рис. 17, 18).

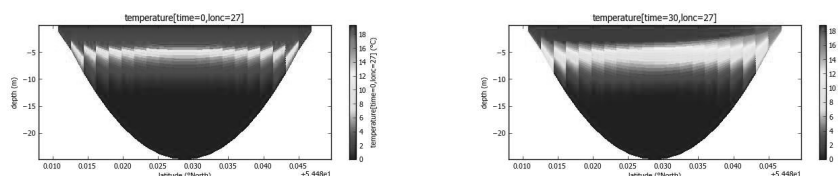


Рис. 17. Изотермы в параболическом бассейне при северо-западном ветре на среднем разрезе по долготе: слева – в начале расчета, справа – в конце расчета

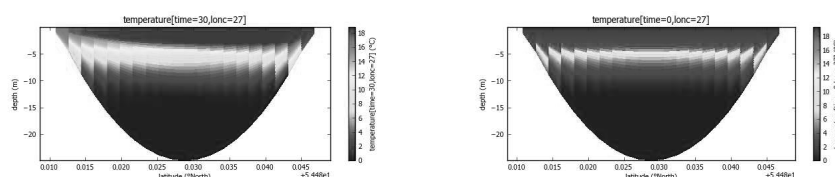


Рис. 18. Изотермы в параболическом бассейне при юго-восточном ветре на среднем разрезе по долготе: слева – в начале расчета, справа – в конце расчета

На рис. 19 изображены изотермы при переменном ветре в фиксированных точках бассейна (после прекращения ветра, в течение 24 часов): в центральной – самой глубокой – и в более мелких в южном, восточном, северном и западном направлениях.

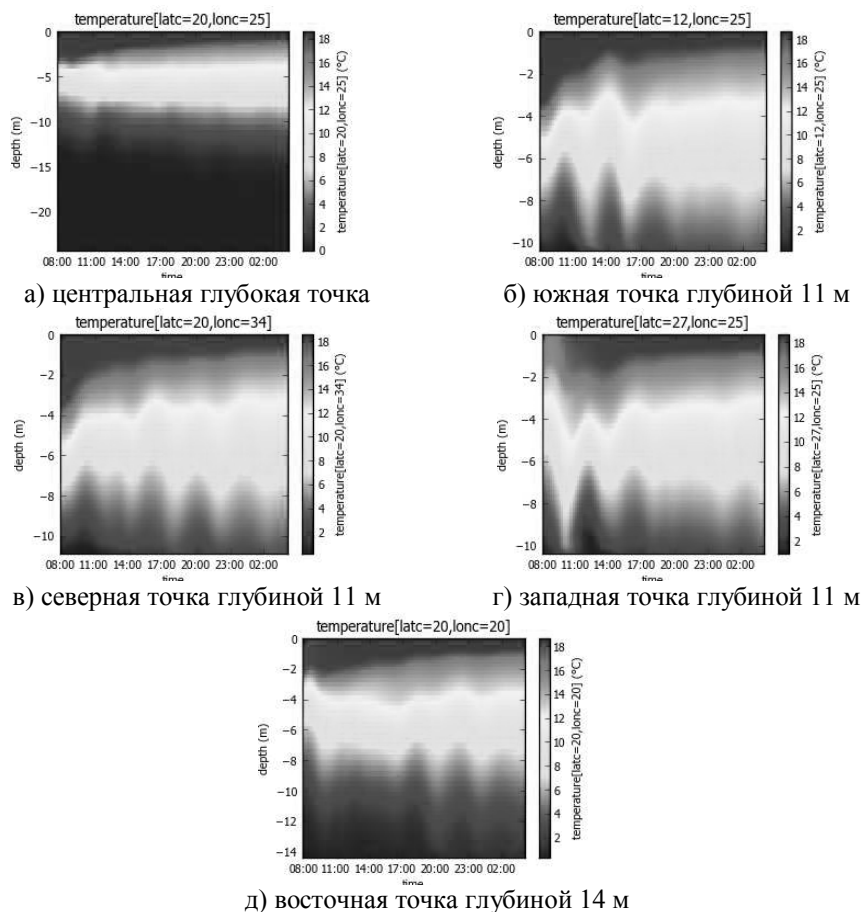


Рис. 19. Изотермы в нескольких точках параболического бассейна после прекращения переменного северо-западного ветра

Заключение

В результате пакет GETM (GOTM) был адаптирован для расчета течений в неглубоких замкнутых водоемах с устойчивой стратификацией. Причем данный пакет позволяет проводить расчеты в водоемах с произвольной береговой линией и не только для ровного, но и для неровного дна.

Литература

1. GETM [Электронный ресурс]. _ Режим доступа: <http://getm.eu/>
2. Van Leeuwen S.M., van der Molen J., Ruardij P., Fernand L., Jickells T. Modelling the contribution of deep chlorophyll maxima to annual primary production in the North Sea // *Biogeochemistry*. 2012. Vol. 113. P. 137–152.
3. Gr"awe U., Burchard H. Storm surges in the Western Baltic Sea: the present and a possible future // *Climate Dynamics*. 2012. Vol. 39. P. 165–183.
4. Becherer J., Umlauf L. Boundary mixing in lakes. Part I. modeling the effect of shearinduced convection // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2011. Vol. 116.
5. Дебольская Е.И., Масликова О.А., Исаенков А.Ю. Использование программы GETM для математического моделирования термического режима Шатурских озер-охладителей // *Динамика и термика рек, водохранилищ и прибрежной зоны морей: тр. VII конф. / РФФИ. ИВП РАН*. 2009. С. 168–176.
6. Список публикаций, связанных с GETM [Электронный ресурс]. Режим доступа: http://getm.eu/index.php?option=com_include&Itemid=51
7. Марчук Г.И., Саркисян А.С. Математическое моделирование циркуляции океана. – М.: Наука, 1988.

-
8. Blumberg A.F., Mellor G.L. A description of a coastal ocean circulation model // Three dimensional ocean models, edited by N. S. Heaps. Washington: American Geophysical Union, D.C., 1987 P. 1–16.
 9. Компаниец Л.А., Якубайлик Т.В., Гаврилова Л.В., Володько О.С. Аналитические решения для задач стационарного ветрового движения жидкости. – Красноярск: Изд-во СФУ, 2012. 112 с.
 10. Добровольская З.Н., Епихов Г.П., Корявов П.П., Моисеев Н.Н. Математические модели для расчета динамики и качества сложных водных систем // Водные ресурсы. 1981. № 3. С. 33–51.

Якубайлик Татьяна Валерьевна, младший научный сотрудник ИВМ СО РАН, тел. (391-2) 498811, e-mail: ytv@icm.krasn.ru

Yakubaylik Tatyana Valerevna, junior researcher, ICM SB RAS, тел. (391-2) 498811, e-mail: ytv@icm.krasn.ru

СОДЕРЖАНИЕ

1. Алгебра и геометрия

<i>Антонов В.И.</i> Гейтингговозначный анализ и пучковые ассоциативные кольца.....	3
<i>Бадеев А.В.</i> Базис свободной алгебры многообразия разрешимых коммутативных альтернативных алгебр.....	8

2. Математическое моделирование и обработка данных

<i>Авраменко Ю.В., Федоров Р.К.</i> WPS-сервисы обработки данных дистанционного зондирования земли.....	12
<i>Анахин В.Д.</i> Система уравнений для расчета формул скорости и методов определения разделительных параметров.....	15
<i>Баргуев С.Г., Миждион А.Д.</i> Вынужденные колебания консольной балки с массой и упруго закрепленным концом.....	18
<i>Воротынцев А.В.</i> Приближенная модель переноса тепла и влаги в системе почва-растение с учетом баланса энергии.....	22
<i>Гурман В.И., Будаева Д.Ц., Насатуева С.Н., Столбов А.Б.</i> Оценка параметров модели региона на основе идеализированных экспериментов.....	26
<i>Дармаев Т.Г., Цыбиков А.С., Хабитуев Б.В.</i> Математическое моделирование пульсовых волн на основе теории солитонов и уравнения Кортевега де Фриза.....	35
<i>Дрыганова Е.В.</i> Магистральное решение в дискретной модели регионального развития.....	39
<i>Макшанова Л.М., Злыгостева Н.З., Митупова Д.Ц., Содномова М.С.</i> Оптимизация ТКС по критерию максимума рентабельности предоставления инфотелекоммуникационных услуг провайдера.....	43
<i>Мохаммед А.А.С.</i> Задача декомпозиции показателя IPDV, установленного для сети следующего поколения.....	48
<i>Насатуева С.Н., Ильичева П.С.</i> Влияние инвестиций и прямых инновационных затрат на оптимальные стратегии развития региона с учетом экономических ущербов от экологических нарушений.....	50
<i>Попков Г.В.</i> Модель перспективной транспортной сети связи Российской Федерации.....	57
<i>Рогожин А.А., Дурденко В.А., Баторов Б.О.</i> Разработка программного комплекса автоматизированного расчета показателей надежности некоторых элементов интегрированных систем безопасности.....	63
<i>Хандаров Ф.В., Дармаев Т.Г.</i> Гибридный метод глобальной оптимизации на основе поиска с запретами и дифференциальной эволюции.....	69
<i>Якубайлик Т.В.</i> Адаптация и верификация трехмерного численного алгоритма для расчета течений в неглубоких замкнутых стратифицированных водоемах.....	75

CONTENTS

1. Algebra and geometry

<i>Antonov V.I.</i> Heyting valued analysis and sheaf associative rings.....	3
<i>Badeyev A.V.</i> A basis of a free algebra of the variety of commutative alternative algebras.....	8

2. Mathematical modeling and data processing

<i>Avramenko Y.V., Fedorov R.K.</i> WPS for remote sensing data processing.....	12
<i>Anakhin V. D.</i> Differential equations for velocity estimation and qualitative description of separation parameters.....	15
<i>Barguev S.G., Mizhidon A.D.</i> Forced oscillations of a cantilever beam with mass elastically fixed end.....	18
<i>Vorotyntsev A.V.</i> The approximate model of moisture-heat transfer in soil-plant system subject to the energy balance.....	22
<i>Gurman V.I., Budaeva D.Ts., Nasatueva S.N., Stolbov A.B.</i> Estimation of model parameters of a region based on idealized experiments.....	26
<i>Darmaev T.G., Tsybikov A.S., Habituev B.V.</i> Mathematical simulation of pulse wave based on the theory of solitons and Korteweg-de Vries equation.....	35
<i>Dryganova E.V.</i> Turnpike in the discrete model of regional development.....	39
<i>Makshanova L.M., Zlygosteva N.Z., Mitupova D.Ts., Sodnomova M.S.</i> Synthesis of TKS by criterion of a maximum of profitability of providing telecommunication services of provider.....	43
<i>Mohammed A.A.S.</i> Decomposition task of the IPDV value established for the next generation network.....	48
<i>Nasatueva S.N., Ilicheva P.S.</i> Influence of investment and direct innovative costs on optimal development strategies of a region in view economic loss from environmental violations.....	50
<i>Popkov G.V.</i> The perspective model for transport communication network of Russian Federation...	57
<i>Rogozhin A.A., Durdenko V.A., Batorov B.O.</i> Development of the program complex of the automated calculation of indicators of reliability of some elements of the integrated security systems.....	63
<i>Khandarov F.V., Darmaev T.G.</i> A hybrid method of global optimization based on tabu search and differential evolution.....	69
<i>Yakubaylik T.V.</i> Adaptation and verification of tree-dimensional numerical algorithm for computation of flows in shallow closed stratified reservoirs.....	75

ВЕСТНИК БУРЯТСКОГО ГОСУНИВЕРСИТЕТА

Вестник БГУ включен в подписной каталог Роспечати за № 18534 и Перечень изданий Российской Федерации, где должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

На основании постановления заседания Ученого совета БГУ за № 10 от 28 мая 2009 г. в «Вестнике БГУ» в 2014 г. публикуются статьи по следующим направлениям:

1. Педагогика (январь)

гл. ред. Дагбаева Нина Жамсуевна – тел. 21-04-11; 44-23-95

эл. адрес: vestnik_pedagog@bsu.ru

2. Экономика. Право (февраль)

гл. ред. Атанов Николай Иванович – тел. 21-37-44

эл. адрес: feu-bsu@mail.ru

3. Химия, физика (март)

гл. ред. Хахинов Вячеслав Викторович – тел. 43-42-58

эл. адрес: khakhinov@mail.ru

4. Биология, география (март)

гл. ред. Доржиев Цыдып Заятуевич – тел. 21-03-48

эл. адрес: vestnik_biolog@bsu.ru

5. Психология, социальная работа (апрель)

гл. ред. Базарова Татьяна Содномовна – тел. 21-26-49

эл. адрес: decspf@mail.ru

6. Философия, социология, политология, культурология (апрель)

гл. ред. Осинский Иван Иосифович – тел. 21-05-62

эл. адрес: intellige2007@rambler.ru

7. История (май)

гл. ред. Митупов Константин Батомункич – тел. 21-64-47

эл. адрес: vestnik_history@bsu.ru

8. Востоковедение (май)

гл. ред. Бураев Дмитрий Игнатьевич – тел. 44-25-22

эл. адрес: gailia@mail.ru

9. Математика, информатика (июнь)

гл. ред. Булдаев Александр Сергеевич – тел. 21-97-57

эл. адрес: vestnik_bsu_math@rambler.ru

10. Филология (сентябрь)

гл. ред. Имixelова Светлана Степановна – тел. 21-05-91

эл. адрес: 223015@mail.ru; map1955@mail.ru

11. Романо-германская филология (сентябрь)

гл. ред. Ковалева Лариса Петровна – тел. 21-17-98

эл. адрес: klp@bsu.ru, khida@mail.ru

12. Медицина, фармация (октябрь)

гл. ред. Хитрихеев Владимир Евгеньевич – тел. 44-82-55

эл. адрес: vestnik_medicine@bsu.ru

13. Физкультура и спорт (октябрь)

гл. ред. Гаськов Алексей Владимирович – тел. 21-69-89

эл. адрес: gaskov@bsu.ru

14. Философия, социология, политология, культурология (ноябрь)

гл. ред. Осинский Иван Иосифович – тел. 21-05-62

эл. адрес: intellige2007@rambler.ru

15. Теория и методика обучения (декабрь)

гл. ред. Очиров Михаил Надмитович – тел. 21-97-57

эл. адрес: vestnik_method@bsu.ru

Требования к оформлению статей, представляемых в «Вестник БГУ»

Отбор и редактирование публикуемых статей производятся редакционной коллегией из ведущих ученых и приглашенных специалистов.

В «Вестник БГУ» следует направлять статьи, отличающиеся высокой степенью научной новизны и значимостью. Каждая статья имеет УДК, а также письменный развернутый отзыв (рецензию) научного руководителя или научного консультанта, заверенный печатью.

Автор статьи обязан заключить лицензионный договор о предоставлении неисключительных прав на использование созданного им произведения (статьи) ФГБОУ ВПО «Бурятский государственный университет». Образец лицензионного договора представлен на сайте БГУ.

Общие требования	Тексты представляются в электронном и печатном виде. Файл со статьей может быть на дискете или отправлен электронным письмом. На последней странице – подпись автора(ов) статьи. Название статьи и аннотация даются и на английском языке. После аннотации дать ключевые слова на русском и английском языках.
Электронная копия	Текстовый редактор Microsoft Word (версии 6.0, 7.0, 97). В имени файла указывается фамилия автора.
Параметры страницы	Формат А4. Поля: правое – 15 мм, левое – 25 мм, верхнее, нижнее – 20 мм.
Форматирование основного текста	С нумерацией страниц. Абзацный отступ – 5 мм. Интервал – полуторный.
Гарнитура шрифта	Times New Roman. Обычный размер кегля – 14 пт. Список литературы и аннотация – 12 пт.
Объем статьи (ориентировочно)	Кратких сообщений – до 3 с., статей на соискание ученой степени кандидата наук – 7–12 с., на соискание ученой степени доктора наук – 8–16 с.
Сведения об авторах	Указываются фамилия, имя, отчество (полностью), ученая степень, звание, должность и место работы, адрес с почтовым индексом, телефоны/факсы, e-mail (на русском и английском языках)

- Список литературы – все работы необходимо пронумеровать, в тексте ссылки на литературу оформлять в квадратных скобках.

- Материалы, не соответствующие предъявленным требованиям, к рассмотрению не принимаются. Все статьи проходят проверку в системе «Антиплагиат. ВУЗ».

- Решение о публикации статьи принимается редакцией «Вестника БГУ». Корректурa авторам не высылается, присланные материалы не возвращаются.

- Статьи принимаются в течение учебного года.

- Допустима публикация статей на английском языке, сведения об авторах, название и аннотацию которых необходимо перевести на русский язык.

- Формат журнала 60x84 1/8.

- Статья должна содержать минимум таблиц, формул, рисунков и графиков. Их присутствие допускается только в тех случаях, если описать процесс в текстовой форме невозможно или нецелесообразно. Желательно использование только вертикальных таблиц и рисунков. Все объекты должны быть черно-белыми без оттенков. Все формулы должны быть созданы с использованием компонента Microsoft Equation или в виде четких картинок. Символы можно вставлять с помощью операции в Word (Вставка – Символ). Диаграммы располагаются в тексте с использованием программы Microsoft Excel (Вставка – Объект – Создание – Диаграмма Microsoft Excel). Рисунки и графики должны иметь четкое изображение и быть выдержаны в черно-белой гамме, лучше применять штриховку (Формат автофигуры – Цвета и линии – Цвет – Способы заливки – Узор). Схемы создаются с помощью панели инструментов Рисование. Фотографии и рисунки в формате *.tif или *.jpg должны иметь разрешение не менее 300 dpi. Диаграммы, формулы, рисунки, графики должны прилагаться отдельными файлами, чтобы издательство имело возможность ввести в них правки.

Стоимость обработки 1 с. (формата А4) для преподавателей БГУ составляет 200 р., для остальных – 400 р. Для аспирантов – бесплатно.

Адрес: 670000, г. Улан-Удэ, ул. Смолина, 24 а, Издательство БГУ.

Факс (301-2)-21-05-88

Оплата производится при получении счета от бухгалтерии БГУ.