Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Бурятский государственный университет»

«УТВЕРЖДАЮ»
Заместитель председателя
Приёмной комиссии
_________________О.Д. Базаров
28 сентября 2017 г.

ПРОГРАММА
вступительных испытаний в магистратуру
в форме компьютерного тестирования
по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование

Образовательная программа «Математика и информатика»

г. Улан-Удэ, 2017

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ.

1. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Определитель матрицы. Свойства определителя. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
2. Линейные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Матрица перехода от одного базиса к другому. Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при изменении базиса.
3. Кольцо многочленов. Делимость многочленов. Наибольший общий делитель двух многочленов. Алгоритм Евклида нахождения наибольшего общего делителя.
4. Линейные преобразования линейных пространств. Матрица линейного преобразования в базисе. Изменение матрицы линейного преобразования при изменении базиса.
5. Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Характеристический многочлен линейного преобразования. Нахождение собственных чисел и собственных векторов линейного преобразования.
6. Евклидовы пространства. Симметрические преобразования. Нахождение ортонормированного базиса, состоящего из собственных векторов симметрического преобразования.
7. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду. Метод Лагранжа и метод Якоби. Положительно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
8. Гиперповерхности второго порядка в

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Вещественные числа. Десятичная запись вещественного числа. Свойства вещественных чисел. Аксиома Архимеда. Свойство непрерывности.
2. Верхняя и нижняя грани числового множества, их характеристические свойства. Теорема о существовании верхней (нижней) грани у ограниченного сверху (снизу) числового множества.
3. Ограниченные отображения, верхняя и нижняя грани отображения.
4. Бесконечно малые, бесконечно большие последовательности, их свойства. Арифметические свойства сходящихся последовательностей.
5. Предельный переход в неравенствах. Теорема о существовании предела у ограниченной монотонной последовательности. Число “е”.
6. Теорема Больцано–Вейерштрасса о существовании частичного предела у ограниченной числовой последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.
7. Критерий Коши сходимости последовательности.
8. Предел функции в точке по Гейне и по Коши; эквивалентность этих определений. Односторонние пределы в точке. Арифметические операции над функциями, имеющими предел.
9. Критерий Коши существования предела функции в точке.
10. Замечательные пределы.
11. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, теоремы о них. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
12. Теорема о пределе сложной функции.
13. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Арифметические операции над непрерывными функциями.
14. Свойство устойчивости знака непрерывной в точке функции.
15. Свойство локальной ограниченности непрерывной в точке функции.

16. Непрерывность элементарных функций.
17. Точки разрыва функции и их классификация. Теорема о точках разрыва монотонной на отрезке функции.
18. Первая теорема Коши (о прохождении непрерывной функции через нуль при смене знаков).
19. Вторая теорема Коши (о промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции).
20. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности непрерывной на отрезке функции).
21. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении верхней и нижней граней непрерывной на отрезке функцией).
22. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.
23. Свойства открытых и замкнутых множеств. Компакт.
24. Теорема о равномерной непрерывности функции, непрерывной на компакте.
25. Производная, ее геометрический смысл. Односторонние производные.
26. Непрерывность функции, дифференцируемой в точке.
27. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
28. Производная сложной и обратной функций. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
29. Производные элементарных функций.
30. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
31. Дифференциал функции, геометрический смысл дифференциала. Правила вычисления дифференциала. Инвариантность формы первого дифференциала.
32. Дифференциалы высших порядков.
33. Лемма Дарбу о возрастании или убывании функции в точке.
34. Теорема Ферма о локальном экстремуме функции.
35. Теорема Ролля о нуле производной.
36. Теорема Лагранжа (формула конечных приращений).
37. Теорема Коши (обобщенная формула конечных приращений).
38. Первое и второе правило Лопиталя.
39. Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Пеано.
40. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
41. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.
42. Необходимое и достаточное условия локального экстремума.
43. Выпуклость графика функции. Достаточное условие выпуклости графика функции.
44. Необходимое и достаточное условия точки перегиба.
45. Асимптоты графика функции. Необходимое и достаточное условие существования наклонной асимптоты.
46. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
47. Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
48. Интегрирование рациональных дробей.
49. Интегрирование тригонометрических выражений, универсальная тригонометрическая подстановка.
50. Интегрирование простейших иррациональных функций.
51. Определенный интеграл.
52. Определенный интеграл Римана. Неинтегрируемость по Риману неограниченной на [а,в] функции.
53. Верхняя и нижняя интегральные суммы Дарбу, их основные свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу, их свойства. Основная лемма Дарбу.

54. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману. Теорема об интегрируемости непрерывной функции. Теорема об интегрируемости монотонной функции.
55. Свойства определенного интеграла.
56. Оценка определенных интегралов. Интегрирование неравенств. Первая теорема среднего значения.
57. Интеграл с переменным верхним пределом. Производная интеграла по переменному верхнему пределу. Формула Ньютона – Лейбница.
58. Замена переменной под знаком определенного интеграла. Правило интегрирования по частям для определенного интеграла.
59. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей; вычисление длины дуги кривой.
60. Несобственные интегралы первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.
61. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов.
62. Признаки сходимости несобственных интегралов (общий и частный признаки сравнения).
63. Числовой ряд, сходимость и расходимость. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости ряда. Арифметические действия со сходящимися рядами. Критерий Коши сходимости числового ряда.
64. Признаки сравнения числовых рядов. Признаки Даламбера и Коши сходимости ряда.
65. Абсолютная и условная сходимость ряда. Переместительный закон для абсолютно сходящегося ряда.
66. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда.
67. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость последовательностей и рядов.
68. Критерий Коши равномерной сходимости последовательности и ряда. Необходимое условие равномерной сходимости ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
69. Теорема о непрерывности суммы (предельной функции) равномерно сходящегося ряда (функциональной последовательности).
70. Теорема об интегрируемости суммы (предельной функции) равномерно сходящегося на [а,в] ряда (функциональной последовательности).
71. Теорема о дифференцируемости суммы (предельной функции) сходящегося на [а,в] ряда (функциональной последовательности).
72. Степенные ряды. Первая теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Теорема о радиусе сходимости степенного ряда. Формулы для вычисления радиуса сходимости степенного ряда.
73. Функция, аналитическая в точке. Единственность представления аналитической в точке функции степенным рядом. Теорема о почленном дифференцировании интегрировании степенного ряда.
74. Ряды Тейлора и Маклорена. Необходимое и достаточное условие разложимости функции в степенной ряд. Пример бесконечно дифференцируемой функции, не являющейся аналитической. Разложение в ряд Маклорена некоторых элементарных функций.
75. Предел последовательности точек пространства R_n. Лемма о сходимости последовательности точек в пространстве R_n. Лемма о фундаментальной последовательности; критерий Коши сходимости последовательности точек пространства R_n. Теорема Больцано – Вейерштрасса.
76. Предел функции n переменных в точке по Гейне и по Коши; эквивалентность этих определений. Арифметические операции над функциями, имеющими предел. Бесконечно малые функции n переменных.

77. Критерий Коши существования предела функции n переменных в точке.
78. Повторные пределы.
79. Непрерывность функции нескольких переменных в точке. Арифметические операции над непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции.
80. Теорема об устойчивости знака непрерывной в точке функции. Теорема о прохождении непрерывной функцией через любое промежуточное значение.
81. Первая теорема Вейерштрасса (об ограниченности функции, непрерывной на компакте).
82. Вторая теорема Вейерштрасса (о достижении непрерывной на компакте функцией своих точных граней).
83. Равномерная непрерывность функции нескольких переменных. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции, непрерывной на компакте.
84. Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Теорема о существовании частных производных дифференцируемой в точке функции.
85. Непрерывность дифференцируемой в точке функции. Достаточное условие дифференцируемости функции в точке. Дифференциал функции нескольких переменных.
86. Дифференцирование сложной функции. Однородные функции степени p. Теорема Эйлера об однородных функциях. Инвариантность формы первого дифференциала.
87. Производная по направлению. Градиент. Теорема о производной функции по направлению градиента.
88. Частные производные высших порядков. Достаточное условие равенства смешанных производных (случай функции двух переменных и случай функции n переменных). Дифференциалы высших порядков.
89. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано (без доказательства).
90. Понятие локального экстремума. Необходимое условие локального экстремума.
91. Достаточное условие локального экстремума.
92. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа, необходимое условие локального экстремума.
93. Достаточные условия локального экстремума.
94. Касательная плоскость; нормальный вектор.
95. Понятие функции, заданной неявно. Теорема о неявной функции для случая а) одного уравнения с двумя переменными; в) одного уравнения с (n+1) переменной.
96. Неявные функции, определяемые системой функциональных уравнений. Теорема о существовании неявных функций, определяемых системой уравнений (без доказательства). Вычисление частных производных функций, заданных неявно системой уравнений.
97. Замена переменных для неявно заданных функций.
98. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Теорема о непрерывности интеграла по параметру. Теорема о дифференцируемости интеграла по параметру (правило Лейбница).
99. Двойной интеграл. Теорема об интегрируемости непрерывной функции двух переменных (без доказательства). Свойства двойного интеграла. Теорема о среднем.
100. Приведение двойного интеграла к повторному а) случай прямоугольной области б) случай произвольной области.
101. Двойной интеграл в полярных координатах
102. Замена переменных в двойном интеграле
103. Геометрические приложения двойных интегралов: а) вычисление площадей б) вычисление объемов в) вычисление площадей поверхностей.
104. Тройной интеграл. Переход к повторному интегралу (без доказательства). Замена переменных (без доказательства); цилиндрическая и сферическая системы координат.
105. Криволинейный интеграл 1-го рода; его свойства.

106. Криволинейный интеграл 2-го рода; его свойства.
107. Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов.
108. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования.
109. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода. Теорема Гаусса–Остроградского (без доказательства).
110. Ортогональная тригонометрическая система. Ряд Фурье для абсолютно интегрируемой на [a,b] функции; ряд Фурье для четной и нечетной функции. Ряд Фурье в случае произвольного интервала.
111. Сходимость ряда Фурье для кусочно-гладкой функции.
112. Неравенство Бесселя.
113. Признак Дини (без доказательства).
114. Сходимость рядов Фурье для функций, удовлетворяющих условию Гельдера.
115. Приближение непрерывных функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами.
116. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Равенство Парсеваля. Почленное дифференцирование и интегрирование рядов Фурье.

ОСНОВЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1. Основные конструкции структурного программирования: присваивание, следование, ветвление, цикл.
2. Алгоритмы для решения теоретико-числовых и простейших вычислительных задач.
3. Подпрограммы и функциональное программирование. Рекурсивные алгоритмы.
4. Сложность вычислений. Время и память вычисления, максимальные и средние оценки.
5. Спецификация и верификация программ. Предусловия, постусловия, частичная и полная корректность, инвариант и ограничитель цикла.
6. Системы счисления и представление чисел в ЭВМ. Двоичная система счисления и побитовые операции.
7. Работа с текстом. Представление текста в ЭВМ. Обработка текста. Поиск текста.
8. Работа с файлами. Основные действия по обработке текстовых файлов (открытие, закрытие, чтение, запись).
9. Поиск в линейных структурах данных. Линейный поиск. Дихотомические методы поиска. Максимальное и среднее время работы алгоритмов.
10. Сортировка в линейных структурах данных. Квадратичные алгоритмы сортировки (пузырьком, вставками, выбором максимального элемента) и их модификации. Сортировки Шелла. Логарифмические методы сортировки (слияниями, Хоара). Максимальное и среднее время работы алгоритмов.
11. Динамическое распределение памяти. Динамические структуры данных. Списки (односвязные и двусвязные, линейные и кольцевые, многомерные). Деревья. Представления графов. Хеш-таблицы.
12. Объектно-ориентированное программирование. Построение классов, наследование, перегрузка операторов. Шаблоны.

ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ

1) Системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Определитель матрицы. Свойства определителя. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
2) Алгоритмы для решения теоретико-числовых и простейших вычислительных задач.
3) Замена переменной в неопределенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
4) Дифференцирование сложной функции. Однородные функции степени p. Теорема Эйлера об однородных функциях. Инвариантность формы первого дифференциала.

5) Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов..
6) Системы счисления и представление чисел в ЭВМ. Двоичная система счисления и побитовые операции.
7) Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду. Метод Лагранжа и метод Якоби. Положительно определённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра.
8) Основные конструкции структурного программирования: присваивание, следование, ветвление, цикл.
9) Интегрирование простейших иррациональных функций.
10) Сортировка в линейных структурах данных. Квадратичные алгоритмы сортировки (пузырьком, вставками, выбором максимального элемента) и их модификации.
11) Конечные и счетные множества. Мощность континуума. Теорема Кантора о мощности R.
12) Линейные преобразования линейных пространств. Матрица линейного преобразования в базисе. Изменение матрицы линейного преобразования при изменении базиса.
13) Линейные пространства. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Матрица перехода от одного базиса к другому.
Координаты вектора в базисе. Изменение координат вектора при изменении базиса.
14) Первое и второе правило Лопиталя.
15) Замечательные пределы.
16) Приближение непрерывных функций тригонометрическими и алгебраическими многочленами
17) Собственные числа и собственные векторы линейного преобразования. Характеристический многочлен линейного преобразования. Нахождение собственных чисел и собственных векторов линейного преобразования.
18) Работа с файлами. Основные действия по обработке текстовых файлов (открытие, закрытие, чтение, запись).
19) Производная, ее геометрический смысл. Односторонние производные.
20) Объектно-ориентированное программирование. Построение классов, наследование, перегрузка операторов. Шаблоны.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1975.
2. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра: Учебник. В 2-х т.-М.: Гелиос АРВ, 2003.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: Наука, учебник, 1977.
4. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. М.: Наука, 1977.
5. Сборник задач по алгебре. Под ред. А.И.Кострикина, М.: Наука, 1995.
6. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.
7. Калужнин А.Г. Введение в общую алгебру. М.: Наука, 1973
8. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. М.: Наука, 1983.
9. Фадеев Д.К. Лекции по алгебре. М.: Наука, 1984.
10. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. М.: Высшая школа, 1979.
11. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Юнимедиастайл, 2002.
12. Рудин Основы математического анализа. М.: Мир. 1976.
13. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1–3. М.: Наука.
14. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Т.1,2. М.: Высшая школа. 1970.
15. Ляшко И.И. Основы классического и современного математического анализа. -Киев, Высшая школа. 1988.

16. Н.Вирт. Алгоритмы и структуры данных. М. Мир, 1984.
17. С.М.Дудаков. Математическое введение в информатику. Тверь: ТвГУ, 2003.
18. Д.Кнут. Искусство программирования для ЭВМ (три тома). М. Мир, 1978.

Руководитель магистерской программы И.К. Шаранхаев,
к. ф.-м. н., доцент